Appunti delle lezioni del corso di

Endoreattori

Scuola di Ingegneria Aerospaziale

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

Diego Lentini [1]

anno accademico 2000/2001

[1] Dipartimento di Meccanica e Aeronautica, Sezione Propulsione Aerospaziale, http://dma.ing.uniroma1.it/STAFF/lentini/lentini.html (Lecture Notes).

Capitolo 1

1.1 Impostazione

La propulsione è una disciplina di carattere applicativo, per cui nell'ambito di questo corso si tenterà di illustrare come nozioni, che originano da differenti settori, sono utilizzate per il progetto degli endoreattori. Cercheremo inoltre di indicare i criteri che motivano la scelta di una particolare soluzione per l'apparato propulsivo, o di un particolare lanciatore. Va detto che su tali scelte hanno un peso assolutamente preponderante i fattori economici: basti pensare che l'immissione di un satellite in orbita terrestre bassa (LEO – *Low Earth Orbit*) può costare tipicamente intorno ai 10000 \$/kg (dollari per kg di carico utile in orbita), ed in orbita geostazionaria circa dieci volte tanto, per cui per un grosso satellite si arriva a centinaia di milioni di dollari. La fig. 1.1 riporta indicativamente il costo in dollari (anno 1999) per kg di carico utile in orbita terrestre bassa per diversi lanciatori, raggruppati per 'famiglie' (per maggiori dettagli vedi cap. 14). Si può riconoscere un andamento decrescente del costo unitario all'aumentare della massa del carico utile. Le scelte basate su criteri economici non sono comunque sempre facilmente quantificabili. Basti per esempio pensare al recente ingresso nel campo dei vettori per lo sfruttamento commerciale dello spazio di paesi in cui non vige un'economia di mercato (p. es. la Cina, la Russia, o l'Ucraina), i quali sono pertanto in grado di offrire lanciatori a costi molto bassi rispetto a quelli statunitensi o europei, vedi fig. 1.2, in cui i diversi lanciatori sono ora classificati per nazionalità. Per contro, possono giocare contro l'utilizzo di tali vettori altri fattori, di carattere politico, o anche l'alto costo delle polizze assicurative (per tutelarsi contro il rischio di fallimento del lancio; esse sono tipicamente intorno al 17% del costo del lancio per lanciatori di paesi 'occidentali', mentre salgono intorno al 21% per lanciatori di altri paesi [1]): tutti fattori che ovviamente non possono essere presi in considerazione in questo ambito. Nella valutazione dei costi entrano poi una grande quantità di fattori, p. es. operazioni di lancio, *tracking*, etc., non quantificabili facilmente (anche perché dipendono da fattori piuttosto aleatori come le finestre di lancio, gli orari di lavoro, etc.), per cui spesso daremo semplicemente indicazioni, più che regole; ci basterà spesso aver citato il problema.

Deve comunque essere tenuto presente che il costo dell'apparato propulsivo rappresenta la voce più importante del costo di un lanciatore, vedi fig. 1.3.

Cercheremo inoltre di capire quali sono i parametri sui quali si può intervenire per raggiungere gli obiettivi propulsivi che ci si propone, e possibilmente ottimizzare il disegno dell'apparato propulsivo.

Per quanto detto, daremo particolare rilevanza ad esempi di calcolo, sia pur approssimativi, che costituiscono parte integrante del corso.

Useremo unità del sistema SI, ma in alcuni casi citeremo anche quelle del sistema tecnico, per uso invalso.

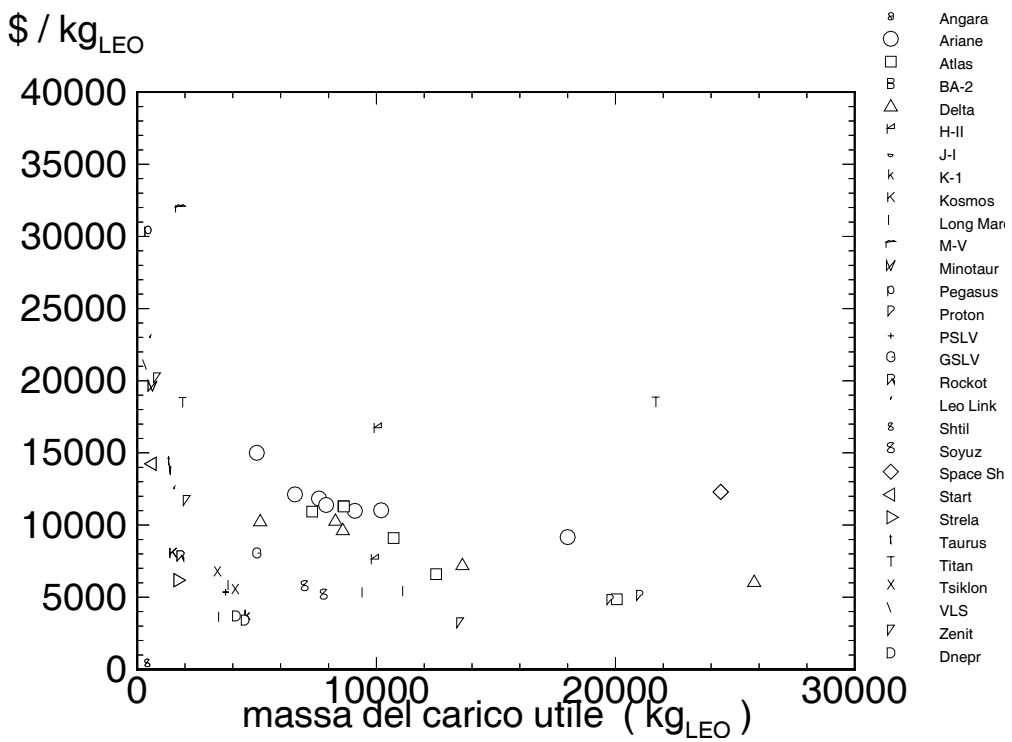

Figure 1.1: Costo di iniezione di un carico utile in orbita terrestre bassa, per unità di massa.

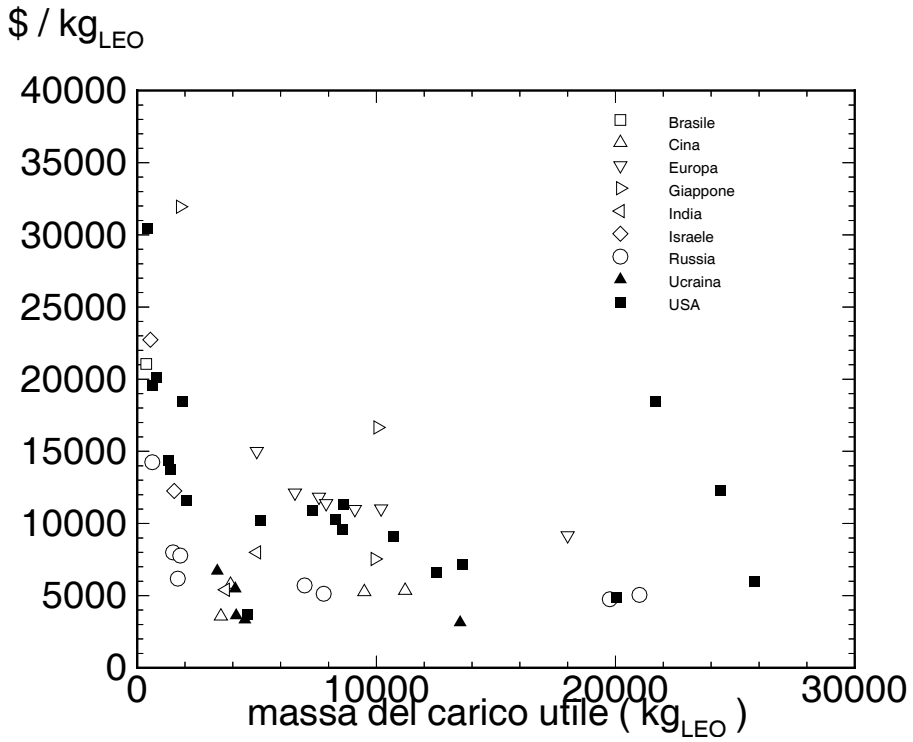

Figure 1.2: Costo di iniezione di un carico utile in orbita terrestre bassa, per unità di massa; lanciatori classificati per nazionalità.

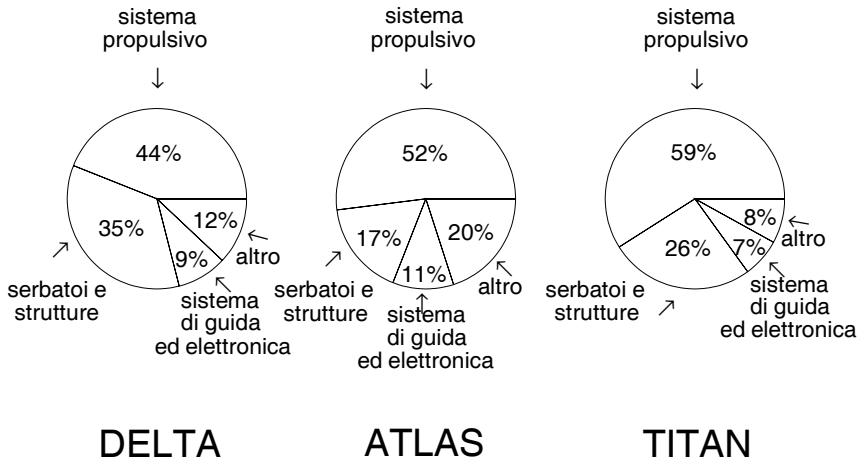

Figure 1.3: Ripartizione dei costi per alcuni lanciatori.

Tra i diversi testi che trattano l'argomento di questo corso, citiamo [2, 3], ai quali principalmente faremo riferimento per gli aspetti fondamentali, pur con integrazioni da [4]. Un ottimo testo per quanto riguarda in particolare gli aspetti applicativi è il [5]. Il testo [6] è di particolare interesse per quanto riguarda la dinamica del volo spaziale.

1.2 Motivazioni dell'uso dell'endoreattore

Il volo spaziale richiede altissime velocità; inoltre le corrispondenti variazioni di velocità Δv sono tipicamente applicate solo in parte entro l'atmosfera terrestre, e per buona parte invece negli strati più rarefatti dell'atmosfera, o addirittura nel vuoto.

Per avere una prima idea delle velocità in gioco, consideriamo un satellite artificiale in orbita circolare attorno alla Terra, e ricaviamo la *velocità di orbitazione circolare* v_c imponendo l'equilibrio tra la forza centrifuga agente su di esso (per effetto del moto circolare uniforme) e la forza di attrazione gravitazionale:

$$\frac{m\,v^2}{r} \;=\; G\,\frac{m\,M_T}{r^2} \tag{1.1}$$

dove m indica la massa del satellite, M_T la massa della Terra ($5.977 \cdot 10^{24}$ kg), r il raggio dell'orbita (valutato quindi dal centro della Terra), e G è la costante di attrazione universale [$6.67 \cdot 10^{-11}$ m^3/(kg s^2)]. Possiamo in particolare definire la *costante di potenziale della sorgente* della Terra come

$$\mu_T \;=\; G\,M_T \;=\; 3.986 \cdot 10^{14}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^2} \tag{1.2}$$

La velocità di orbitazione circolare sarà perciò

$$v_c = \sqrt{\frac{\mu_T}{r}} \tag{1.3}$$

Ovviamente essa dipende dal raggio dell'orbita; il valore minimo che possiamo ipotizzare (anche se puramente ideale) è pari al valore del raggio terrestre R_T. Assumendo per esempio per R_T il valore equatoriale (6378 km), si ha

$$v_c = \sqrt{\frac{3.986 \cdot 10^{14}}{6378 \cdot 10^3}} = 7905 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{1.4}$$

Chiaramente un'orbita di questo tipo non può essere descritta a causa della resistenza atmosferica e degli ostacoli al suolo; tuttavia è utile come riferimento per il valore di v_c. Se invece più realisticamente prendiamo un'orbita ad una certa altezza h dalla superficie terrestre, quindi di raggio $r = R_T + h$, scegliendo per esempio $h = 200$ km (valore praticamente minimo per avere un'orbita di durata significativa) avremo $v_c \simeq 7800$ m/s. Se poi consideriamo le inevitabili perdite (gravitazionali, per attrito, nonché per altri effetti, vedi cap. 12), si può vedere che l'incremento di velocità che occorre fornire ad un carico utile per inserirlo in orbita attorno alla Terra è di (almeno) 9000 m/s circa (più che le velocità in sé, come si vedrà, sono importanti dal punto di vista propulsivo gli *incrementi* di velocità).

Abbiamo quindi ottenuto una prima idea dei requisiti propulsivi tipici delle missioni spaziali. Riportiamo nella seguente tabella i Δv tipici di alcune missioni di interesse:

missili balistici intercontinentali (ICBM – *InterContinental Ballistic Missile*)	8000	m/s
orbita circolare bassa (LEO – *Low Earth Orbit*)	9000	m/s
fuga dalla gravità terrestre; impatto sulla Luna	12500	m/s
orbita equatoriale geostazionaria (GEO – *Geostationary Equatorial Orbit*)	13000	m/s
atterraggio morbido sulla Luna	15000	m/s
andata e ritorno dalla Luna	18000	m/s
andata e ritorno da Venere e Marte	da 18000	m/s
	a 27000	m/s

Questi valori sono solo indicativi; per una valutazione più accurata occorre conoscere i dettagli della specifica missione considerata. Per esempio, il Δv richiesto da un ICBM dipende ovviamente dalla gittata desiderata, nonché dalle modalità operative. A quest'ultimo proposito citiamo il FOBS (*Fractioned Orbit Ballistic System*) che viene inserito su un arco di orbita estremamente bassa (circa 60 km di altezza), allo scopo di ritardarne l'avvistamento da parte del nemico; in questo caso i requisiti propulsivi sono molto vicini a quelli di una LEO. Per le LEO, il Δv dipende dall'altezza dell'orbita; per le orbite equatoriali, quindi per la GEO in particolare, il Δv dipende dalla latitudine della base di lancio. Per le missioni verso altri corpi celesti, il Δv dipende fortemente dal fatto che si ricorra o meno al frenaggio atmosferico in prossimità di tale corpo, ed al ritorno sulla Terra. Si possono citare altri requisiti propulsivi, per esempio per le correzioni di traiettoria, che dipendono fortemente dalla missione considerata e sono comunque di entità molto minore; per esempio per una missione verso Marte il Δv per le correzioni (suddiviso in più impulsi propulsivi) può arrivare a circa 500 m/s. Analogamente, un satellite in orbita geostazionaria richiede, per compensare le perturbazioni orbitali, un Δv di circa 50 m/s per anno, applicato in più riprese. Ad ogni modo la tabella fornisce valori indicativi di massima.

Vediamo quindi che l'obiettivo dei propulsori è quello di fornire un Δv, più che quello di vincere la resistenza necessaria ad effettuare un volo a velocità costante (come è invece in generale per gli esoreattori, cioè i motori respiranti o *air–breathing*).

In ogni caso, ciò che contraddistingue l'operazione dei propulsori per applicazioni spaziali è che 1) il volo avviene ad altissime velocità, 2) esso avviene in tutto od in parte fuori dell'atmosfera. I propulsori convenzionali a getto, respiranti, non sono in grado di lavorare in queste condizioni, perché la spinta è data (trascurando in prima approssimazione la portata in massa del combustibile rispetto a quella dell'aria, nonché il termine di spinta di pressione) da

$$F \simeq \dot{m}\,(v_e - v_0) \tag{1.5}$$

dove $\dot{m}$ indica la portata in massa di aria; essi non possono quindi produrre spinta per velocità di volo v_0 maggiori della velocità di uscita del getto v_e (che è limitata, in particolare dalla temperatura totale del flusso, come vedremo nel cap. 3). Inoltre, essi richiedono aria atmosferica per alimentare la combustione, per cui ovviamente non possono lavorare al di fuori dell'atmosfera. Quindi gli *esoreattori*, che utilizzano in massima parte fluido prelevato dall'ambiente circostante, non sono adatti per le applicazioni in questione. È necessario allora utilizzare gli *endoreattori*, i quali ricorrono, per produrre la spinta, all'eiezione di materia trasportata a bordo. L'equazione della spinta si riscrive perciò (sempre sotto l'ipotesi che il termine di spinta di pressione sia trascurabile) come

$$F \simeq \dot{m}\, v_e \tag{1.6}$$

dove questa volta $\dot{m}$ indica la portata dei propellenti. Si vede quindi che la spinta non dipende sostanzialmente dalle condizioni e dall'ambiente di volo (in realtà il termine di pressione, qui come detto trascurato, introduce una dipendenza, peraltro piuttosto ridotta, dalla pressione ambiente). Risulta quindi possibile, grazie agli endoreattori, raggiungere qualsiasi velocità v_0, ed operare al di fuori dell'atmosfera.

Il funzionamento dell'endoreattore si basa sul principio di azione e reazione, o equivalentemente sul principio di conservazione della quantità di moto. In particolare, nel caso limite di assenza di altre forze agenti, la quantità di moto del sistema costituito dal missile (o veicolo spaziale) più i gas eiettati si conserva, per cui l'eiezione di quantità di moto dall'endoreattore fa sì che il missile (o veicolo spaziale) acquisti quantità di moto (e quindi velocità) in direzione opposta, vedi cap. 12.

1.3 Classificazione

Gli endoreattori sono classificabili in base a vari criteri: nella tabella seguente è riportata una classificazione basata primariamente sul principio di funzionamento e sulla fonte di energia utilizzata.

PRINCIPIO			FONTE DI ENERGIA
termici	chimici	a propellenti liquidi a propellenti solidi a propellenti ibridi	chimica
	nucleari	a decadimento isotopico a fissione a fusione	nucleare
	solari termici		solare
	elettrotermici		solare,
elettrostatici (a ioni)			nucleare,
elettromagnetici (a plasma)			fascio di energia
vela solare			solare

Negli endoreattori di tipo termico l'energia termica di un gas caldo viene trasformata in energia cinetica nell'ugello; in questo modo si consegue l'obiettivo di espellere un getto ad alta velocità. Il contenuto energetico del gas operativo può essere innalzato o tramite reazioni chimiche (utilizzando propellenti liquidi, solidi, od una combinazione liquido/solido – propellenti ibridi; in tutti questi casi i prodotti di combustione fungono anche da gas operativo), o facendo passare il gas operativo attraverso un reattore nucleare (a fissione o, in futuro, a fusione; per potenze molto contenute può essere sufficiente un generatore che sfrutta il calore prodotto dal decadimento di radioisotopi), oppure concentrando la radiazione solare mediante specchi di forma opportuna (propulsori solari termici), od ancora utilizzando resistenze elettriche o dispositivi equivalenti (propulsori elettrotermici). Nei propulsori elettrostatici invece il fluido operativo è costituito da ioni, che sono accelerati attraverso l'azione di un campo elettrico; nei propulsori elettromagnetici il fluido operativo è un plasma, accelerato attraverso l'azione di campi elettrici e magnetici. Sia i propulsori elettrotermici, che elettrostatici che elettromagnetici, hanno quindi bisogno di energia elettrica, che può essere prodotta o tramite pannelli solari, o tramite reazioni nucleari, oppure (in futuro) trasmessa da una base a terra tramite un fascio di energia (laser). La vela solare sfrutta invece la pressione della luce (più in generale, del vento solare) per generare una spinta su una 'vela' di grandi dimensioni (a rigore, questo sistema non può essere quindi classificato come endoreattore, in quanto non c'è espulsione di materia trasportata a bordo).

Altri sistemi propulsivi sono stati proposti, ma al momento sembrano essere di più lontana applicabilità pratica; un cenno è loro dedicato nel cap. 15.

Capitolo 2

Indici di prestazione

2.1 Premessa

In questo capitolo definiamo alcuni indici di prestazione che aiutano a comprendere quali sono le caratteristiche desiderabili di un endoreattore, e qual'è l'endoreattore più adatto per una data missione.

Due sono essenzialmente le caratteristiche che richiediamo ad un endoreattore: che abbia un basso peso w, ed un basso consumo $\dot{m}$ di propellenti per una data spinta. Definiamo perciò la spinta di un endoreattore.

2.2 Definizione della spinta

Consideriamo un missile di massa m (al tempo generico t; ovviamente la massa del missile varia nel tempo per via dell'espulsione di materia), in moto alla velocità v (anch'essa ovviamente funzione del tempo). Lo stato di moto del missile è governato dalla prima equazione cardinale della dinamica:

$$\sum \vec{F_e} \;=\; \frac{d\,(m\,\vec{v})}{dt} \tag{2.1}$$

dove $\sum \vec{F_e}$ indica la risultante delle forze esterne. Assumiamo che la camera di spinta presenti una geometria assialsimmetrica, per cui le componenti delle forze in direzione normale all'asse danno risultante nulla. Possiamo allora limitarci a considerare la conservazione della quantità di moto lungo l'asse x, e quindi scrivere in tale direzione coordinata il seguente bilancio per le forze agenti sulla camera di spinta (l'insieme della camera di combustione e dell'ugello) dell'endoreattore, vedi Fig. 2.1:

$$\sum F_e \;=\; F \;-\; A_e\,(p_e \;-\; p_a) \tag{2.2}$$

F indica la forza che le superfici interne del missile esercitano sul fluido contenuto nel volume di controllo (quindi eguale ed opposta alla spinta). La forza $-\,A_e\,(p_e \;-\; p_a)$ indica l'azione che il fluido esterno al volume di controllo esercita sullo stesso (è eguale ed opposta all'azione $A_e\,(p_e \;-\; p_a)$ che il fluido all'interno del volume esercita sull'esterno).
Se assumiamo che la portata in massa di propellente $\dot{m}$ e la velocità v_e con la quale la materia viene espulsa dall'endoreattore non varino nel tempo, allora sarà

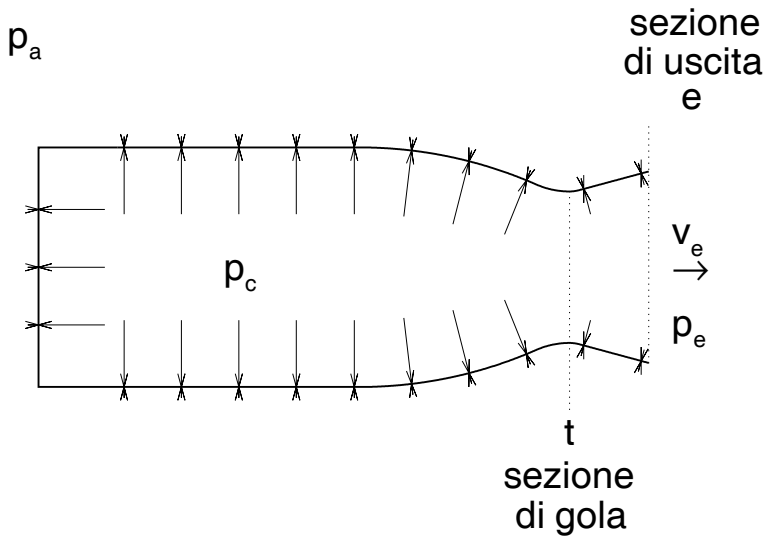

Figure 2.1: Volume di controllo per la determinazione della spinta.

$$\frac{d\,(m\,v)}{dt} \;=\; \dot{m}\,v_e \tag{2.3}$$

Quindi l'espressione della spinta risulta, per le (2.1–2.3)

$$F \;=\; \dot{m}\,v_e \;+\; A_e\,(p_e \;-\; p_a) \tag{2.4}$$

Il valore della spinta dipende quindi anche dalla pressione di uscita p_e, ossia non è del tutto indipendente dall'ambiente esterno, come invece assunto in prima istanza nel cap. 1. Il massimo, come vedremo nel capitolo 3, si ha per $p_e = p_a$ (ovviamente v_e dipende da p_e). Poiché si cerca in generale di lavorare in prossimità delle condizioni di massima spinta, il termine di *spinta di pressione* $A_e\,(p_e - p_a)$ sarà in valore assoluto molto piccolo rispetto alla *spinta impulsiva* $\dot{m}\,v_e$, per cui è lecito in queste condizioni approssimare la spinta come

$$F \;\simeq\; \dot{m}\,v_e \tag{2.5}$$

2.3 Definizione degli indici di prestazione

Possiamo introdurre una *velocità efficace di uscita* c definita come

$$c \;=\; \frac{F}{\dot{m}} \tag{2.6}$$

per cui dal confronto con la (2.4) risulta

$$c \;=\; v_e \;+\; \frac{A_e}{\dot{m}}\,(p_e \;-\; p_a) \tag{2.7}$$

La velocità efficace di uscita ha quindi il significato di spinta per unità di portata in massa, o spinta specifica. Tanto più alta è c, tanto più basso è il consumo di propellente necessario ad ottenere una data spinta.

Molto spesso al posto di c (rapporto tra una spinta ed una portata *in massa*) si usa (per motivi storici) l'*impulso specifico* I_{sp}, definito come rapporto tra la spinta e la portata *in peso* dei propellenti:

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{w}} \tag{2.8}$$

Nel sistema SI la spinta si misura in N. Se adottiamo invece le unità del sistema tecnico, la spinta è espressa in $\mathrm{kg_f}$ e la portata in peso in $\mathrm{kg_f/s}$, I_{sp} risulta quindi espresso in secondi; tuttavia tali unità non sono consistenti. E' possibile legare immediatamente I_{sp} a c tenendo conto che $\dot{w} = g\dot{m}$, e se in particolare scegliamo il valore di riferimento di g al livello del mare, g_0=9.80665 m/s^2, possiamo scrivere

$$I_{sp} = \frac{c}{g_0} \tag{2.9}$$

Quindi numericamente il valore di I_{sp} in s è pari a circa un decimo del valore di c in m/s.

Si introducono inoltre due grandezze, il coefficiente di spinta

$$C_F = \frac{F}{p_c\, A_t} \tag{2.10}$$

e la velocità caratteristica

$$c^* = \frac{p_c\, A_t}{\dot{m}} \tag{2.11}$$

che consentono di esprimere la velocità efficace di uscita come

$$c = c^*\, C_F \tag{2.12}$$

Sebbene ciò non aggiunga nulla di concettuale, risulta utile in quanto, come vedremo, per gli endoreattori termici c^* dipende unicamente dalle condizioni del fluido in camera di combustione, mentre C_F dipende principalmente (ma non unicamente: c'è anche una dipendenza dalle caratteristiche del fluido in camera di combustione) dal rapporto di espansione dell'ugello.

Mentre in molti tipi di endoreattori la spinta ha tipicamente un valore ben definito, vedremo che negli endoreattori a propellente solido la velocità con il quale il propellente brucia, e di conseguenza la portata in massa ed il valore della spinta, dipende dalla temperatura del grano di propellente stesso. La portata in massa dei propellenti e la spinta pertanto dipendono pertanto dalla temperatura ambiente al momento del lancio. Per questi endoreattori si può tuttavia definire un *impulso totale* come l'integrale della spinta sul tempo di combustione t_b

$$I_{tot} = \int_0^{t_b} F\, dt \tag{2.13}$$

All'aumentare della temperatura del grano di propellente, questo si consuma più rapidamente, per cui t_b decresce e F sale, ma l'impulso totale (misurabile in $N \cdot s$) si mantiene pressoché costante. Esso consente quindi di caratterizzare le prestazioni di un endoreattore a propellente solido in maniera più precisa rispetto alla spinta. È anche possibile definire, per questi endoreattori, la velocità efficace di uscita come il rapporto tra l'impulso totale e la massa di propellenti bruciata nell'intero tempo t_b:

$$c = \frac{I_{tot}}{m_b} \tag{2.14}$$

dove

$$m_b = \int_0^{t_b} \dot{m}\, dt \tag{2.15}$$

Ovviamente desideriamo in generale avere un'alta spinta. Tuttavia, questo criterio non dice molto sulla qualità del motore considerato. Infatti per ottenere a partire da un motore con spinta assegnata, una spinta p. es. 10 volte superiore, possiamo ridisegnare il motore in scala, moltiplicando per 10 la portata in massa, ma otterremo ovviamente anche un motore 10 volte più pesante. Può quindi essere introdotto, come più significativo indice della qualità di progetto, il rapporto spinta/peso F/w. Il peso del motore è valutato al livello del mare come $w = m\, g_0$. Il peso di un endoreattore richiede comunque una qualche identificazione. Se ci limitiamo al solo peso del motore (p. es. per un endoreattore a propellenti liquidi, strettamente dobbiamo considerare solo il sistema di alimentazione, la camera di combustione e l'ugello) possiamo avere rapporti spinta/peso tipicamente compresi tra 50 e 100, ma che possono anche arrivare a superare di poco quest'ultimo valore. Tuttavia questo tipo di endoreattori (di tipo chimico), a causa della loro velocità efficace di uscita relativamente bassa, richiede enormi masse di propellente, per cui la massa dei serbatoi diventa nella grande maggioranza dei casi preponderante rispetto alla massa del motore vero e proprio. Indichiamo complessivamente come m_s la massa delle strutture, cioè serbatoio, strutture di supporto, motore, eventuali residui di propellente che possono restare incombusti, e con m_p la massa del propellente. Sarà allora importante conoscere, vedi anche il cap. 13, più ancora che F/w, il rapporto, detto *coefficiente strutturale*

$$\kappa_s = \frac{m_s}{m_s + m_p} \tag{2.16}$$

che rappresenta un indice della bontà del disegno. Esso può essere usato per tutti i tipi di endoreattori (a differenza di F/w), compresi in particolare quegli endoreattori (ad esempio a propellenti solidi) in cui non è immediato identificare la massa (od il peso) del motore. Ogni tipo di endoreattore è caratterizzato da un relativamente ristretto campo di valori tipici di κ_s; esso può dipendere un poco dal livello di spinta, però in misura contenuta, perché abbiamo osservato che in realtà la massa del motore vero e propria è una piccola parte della massa del sistema propulsivo completo (almeno per gli endoreattori di tipo chimico, unico tipo largamente utilizzato), mentre la parte preponderante è la massa dei serbatoi.

La velocità efficace di uscita c (o equivalentemente I_{sp}) ed il coefficiente strutturale κ_s sono dunque gli indici di prestazione fondamentali degli autoreattori. Le figg. 2.2–2.5 riportano i valori di c, nel vuoto, classificati per lanciatori che adottano endoreattori chimici utilizzanti le seguenti combinazioni combustibile/ossidante:

- propellenti liquidi criogenici (idrogeno liquido/ossigeno liquido);
- propellenti liquidi idrocarburo/ossigeno liquido;
- propellenti liquidi *storable*;
- propellenti solidi.

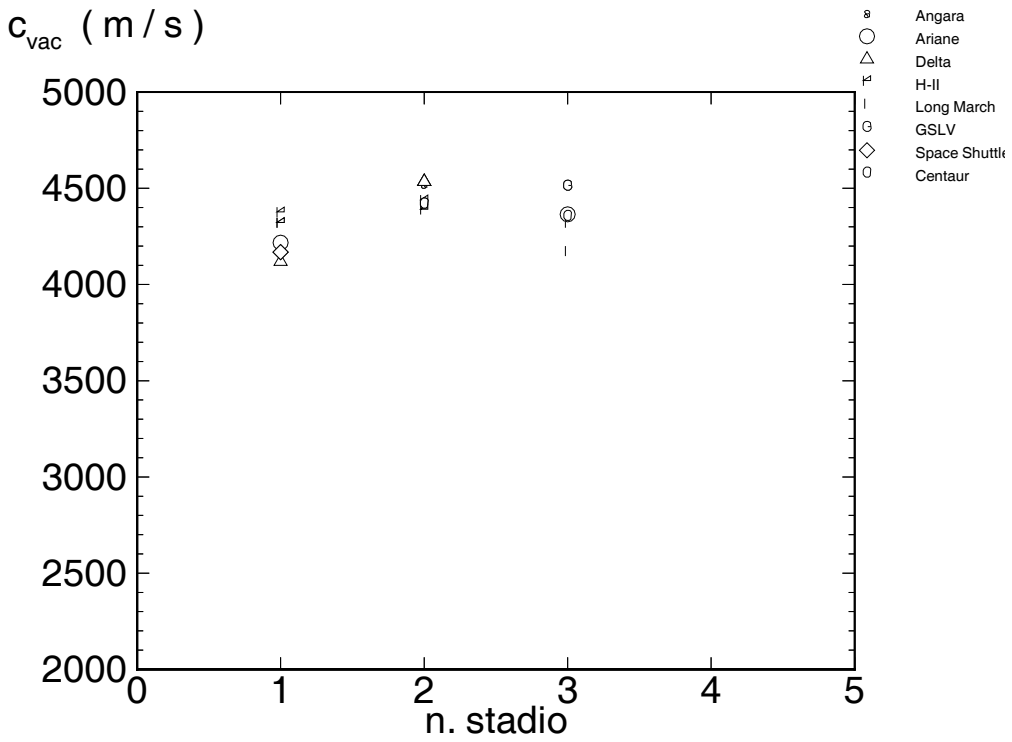

Figure 2.2: Velocità efficace di uscita (nel vuoto) di endoreattori a propellenti liquidi criogenici, per diversi stadi.

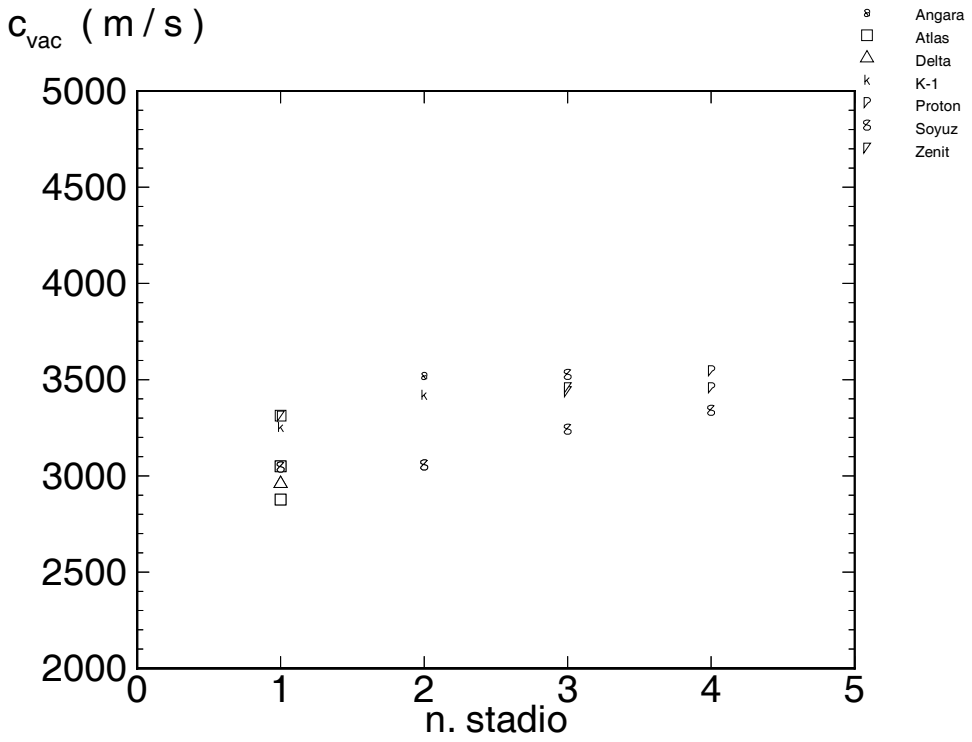

Figure 2.3: Velocità efficace di uscita (nel vuoto) di endoreattori a propellenti liquidi idrocarburo/ossigeno liquido, per diversi stadi.

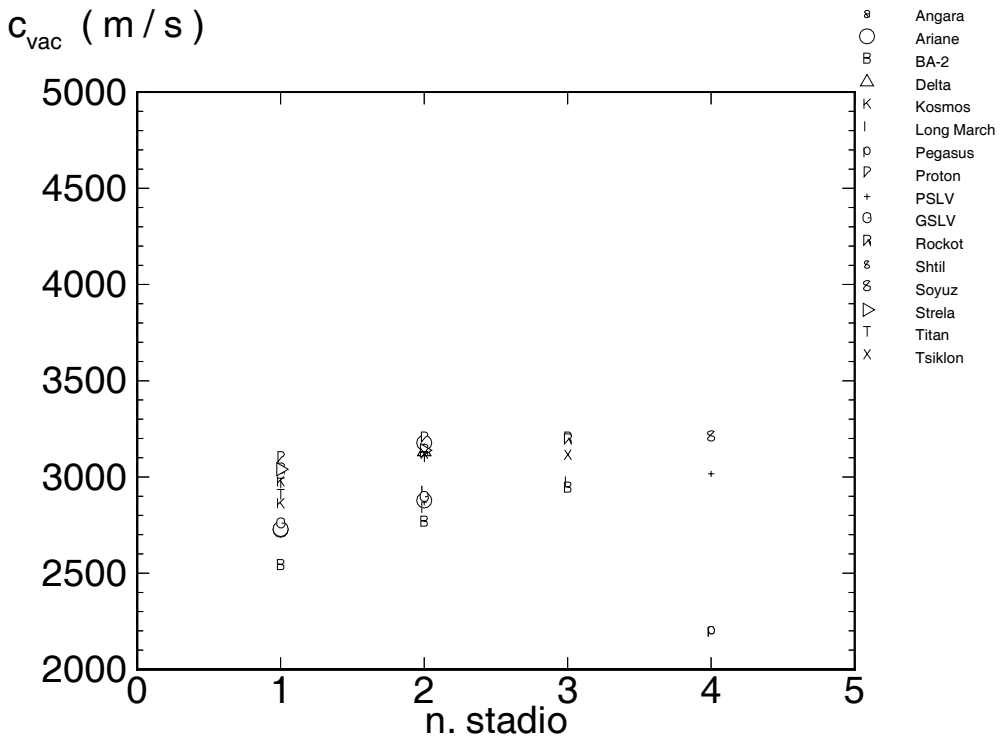

Figure 2.4: Velocità efficace di uscita (nel vuoto) di endoreattori a propellenti liquidi *storable*, per diversi stadi.

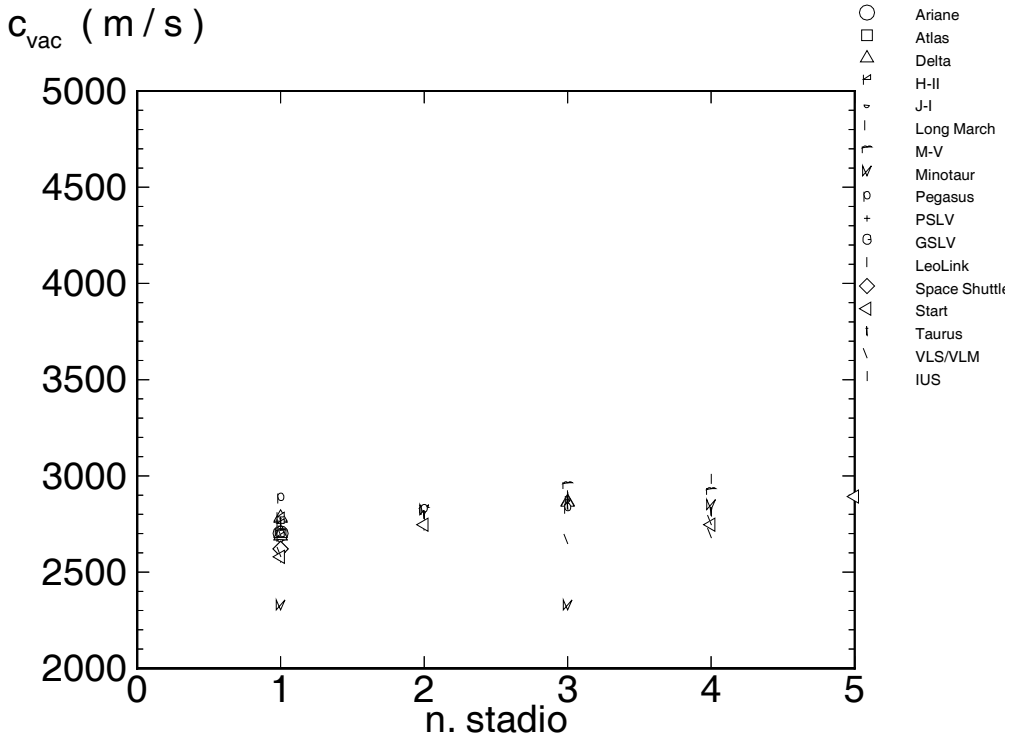

Figure 2.5: Velocità efficace di uscita (nel vuoto) di endoreattori a propellenti solidi, per diversi stadi.

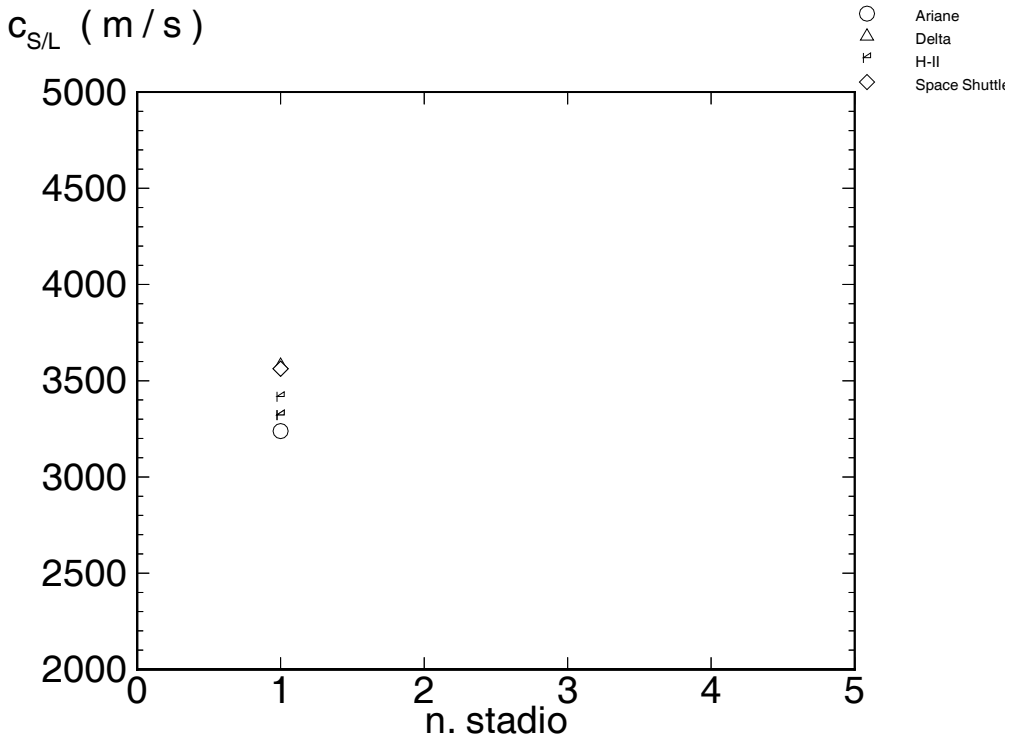

Figure 2.6: Velocità efficace di uscita (a livello del suolo) di endoreattori a propellenti liquidi criogenici.

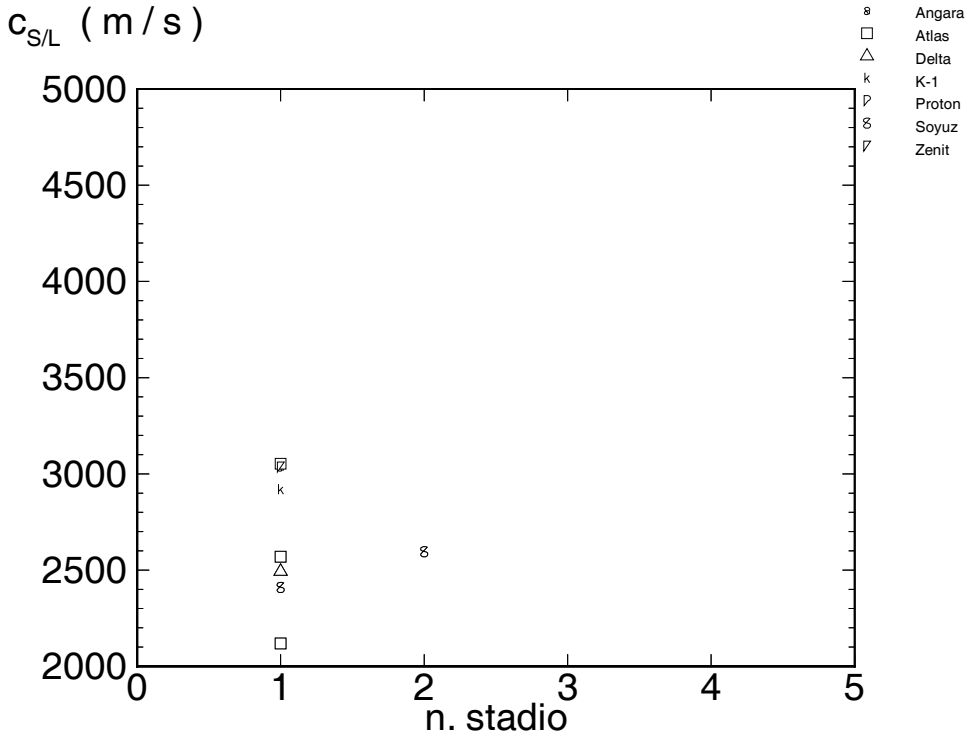

Figure 2.7: Velocità efficace di uscita (a livello del suolo) di endoreattori a propellenti liquidi idrocarburo/ossigeno liquido.

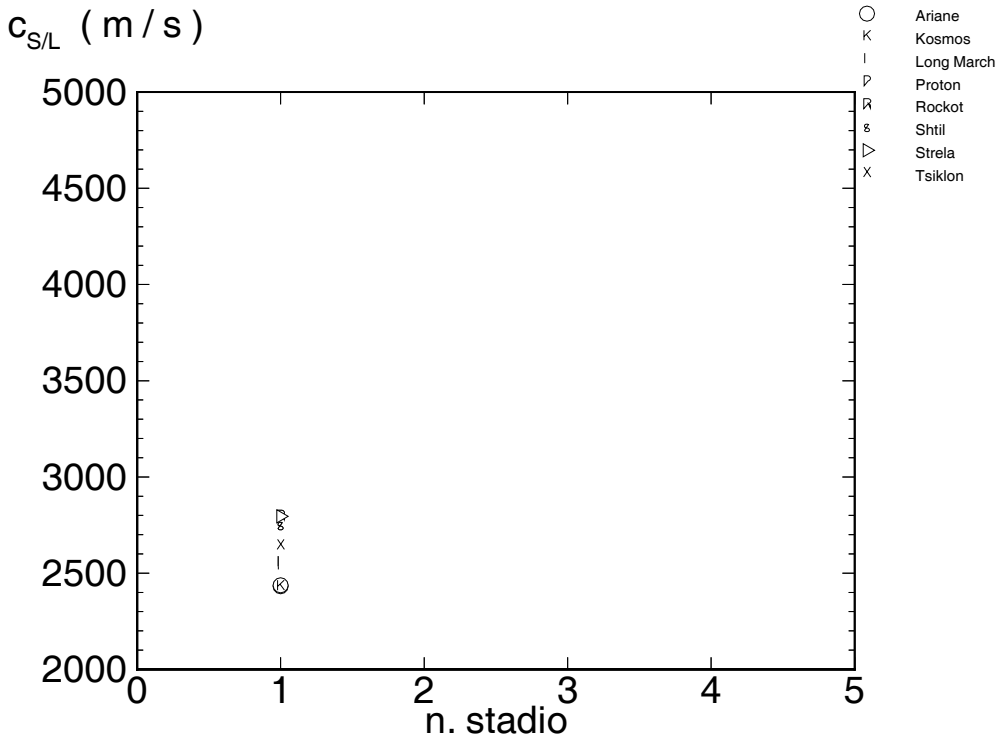

Figure 2.8: Velocità efficace di uscita (a livello del suolo) di endoreattori a propellenti liquidi *storable*.

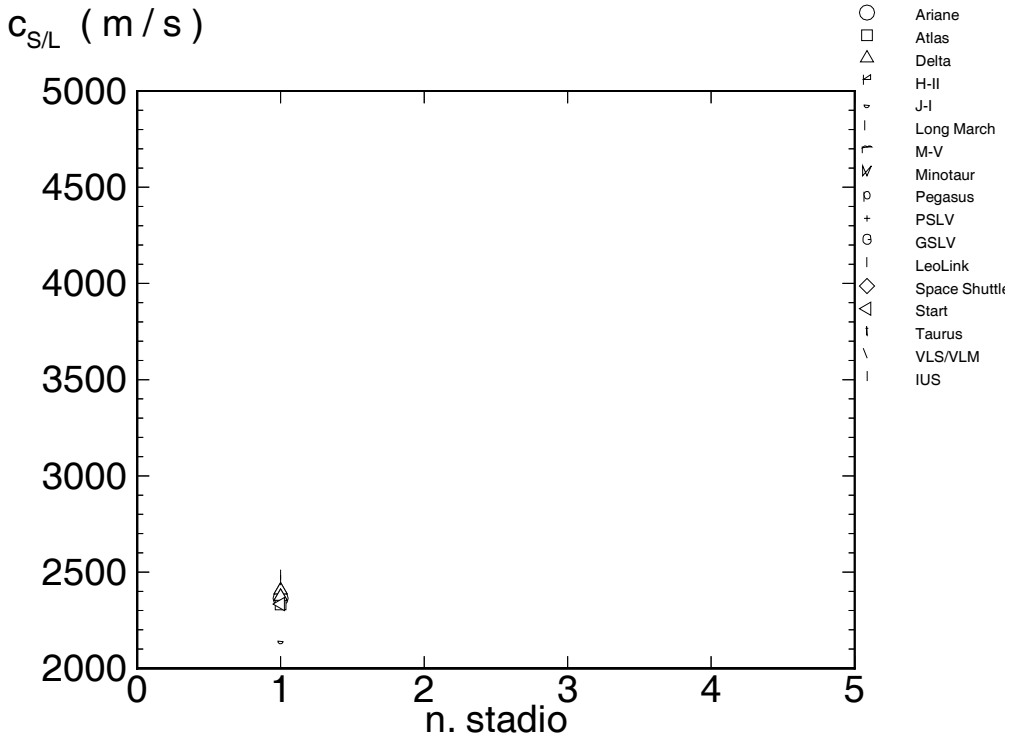

Figure 2.9: Velocità efficace di uscita (a livello del suolo) di endoreattori a propellenti solidi.

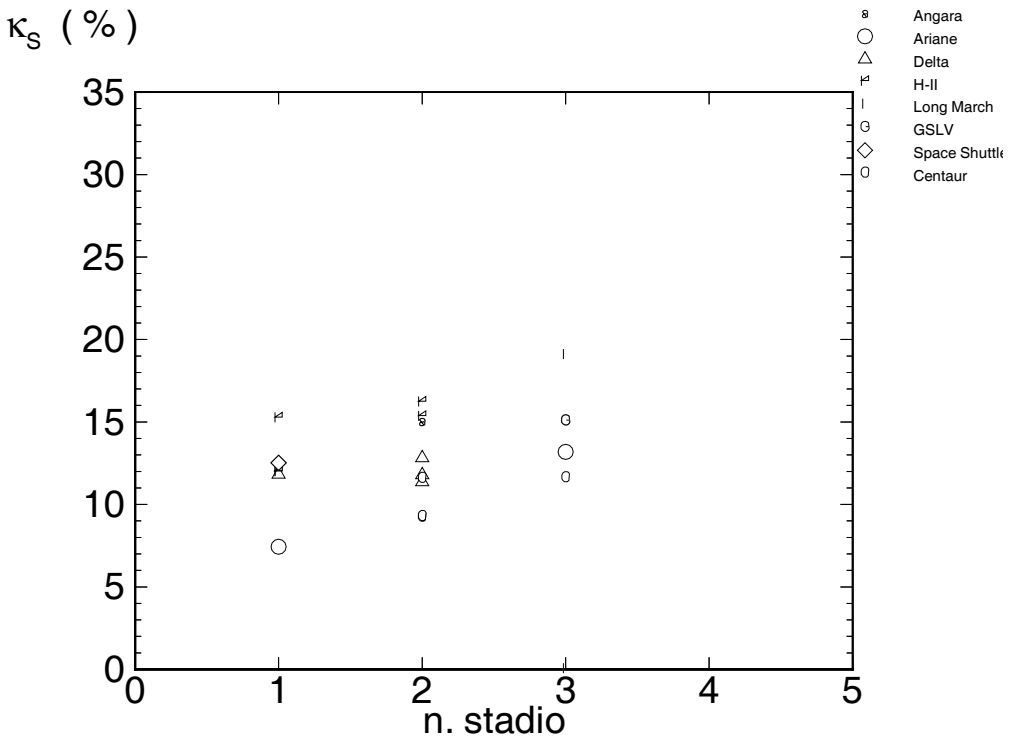

Figure 2.10: Coefficiente strutturale di endoreattori a propellenti liquidi criogenici, per diversi stadi.

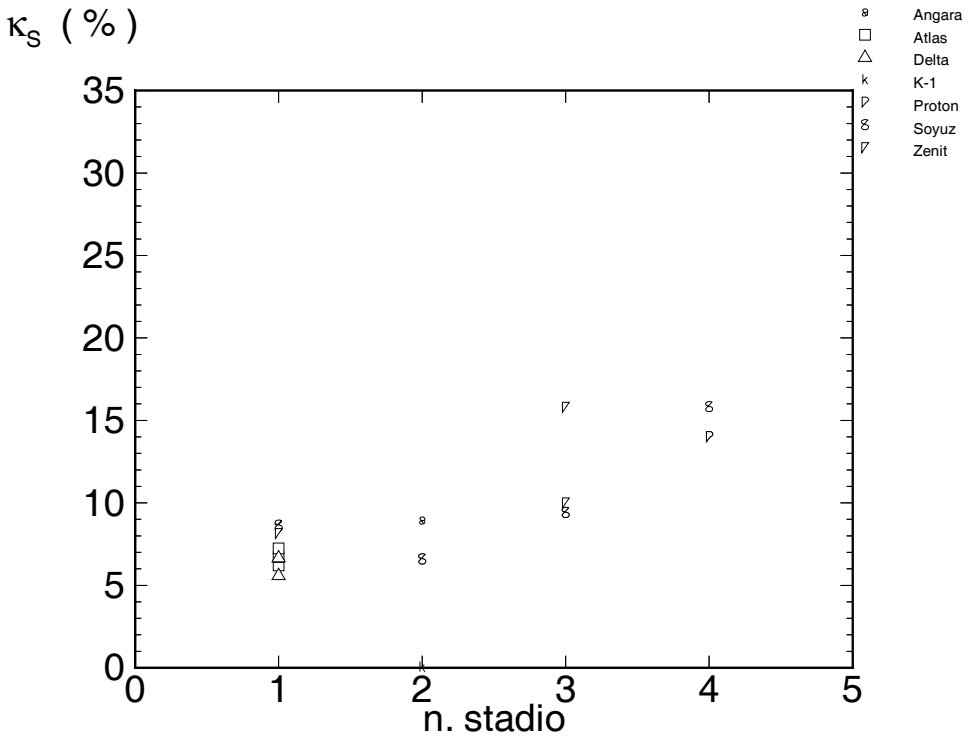

Figure 2.11: Coefficiente strutturale di endoreattori a propellenti liquidi idrocarburo/ossigeno liquido, per diversi stadi.

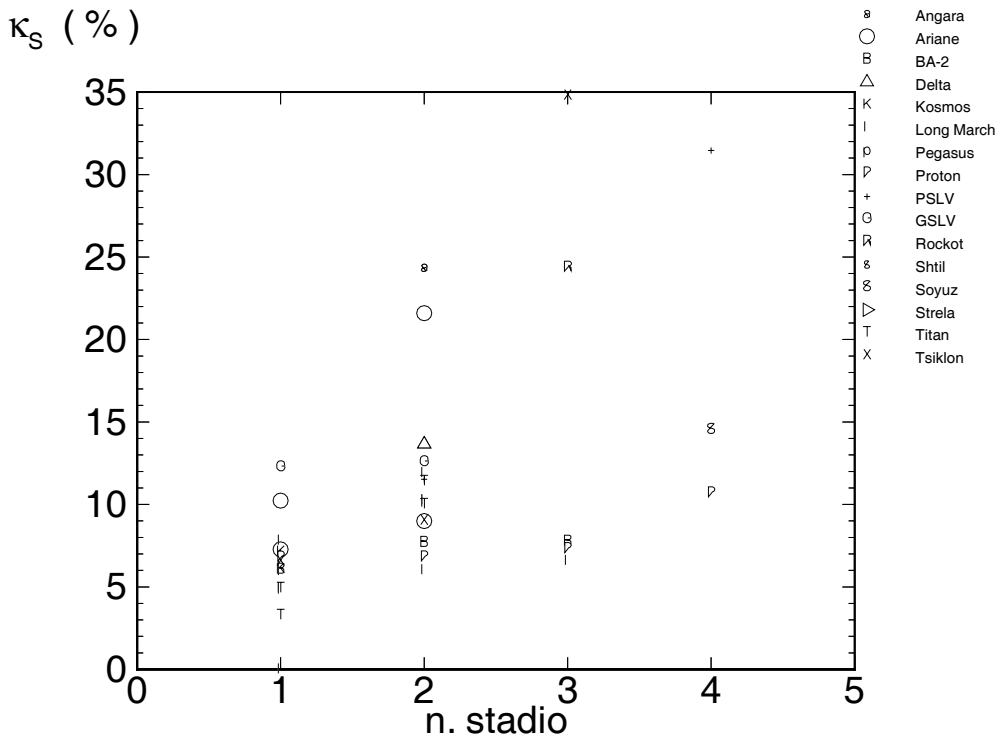

Figure 2.12: Coefficiente strutturale di endoreattori a propellenti liquidi *storable*, per diversi stadi.

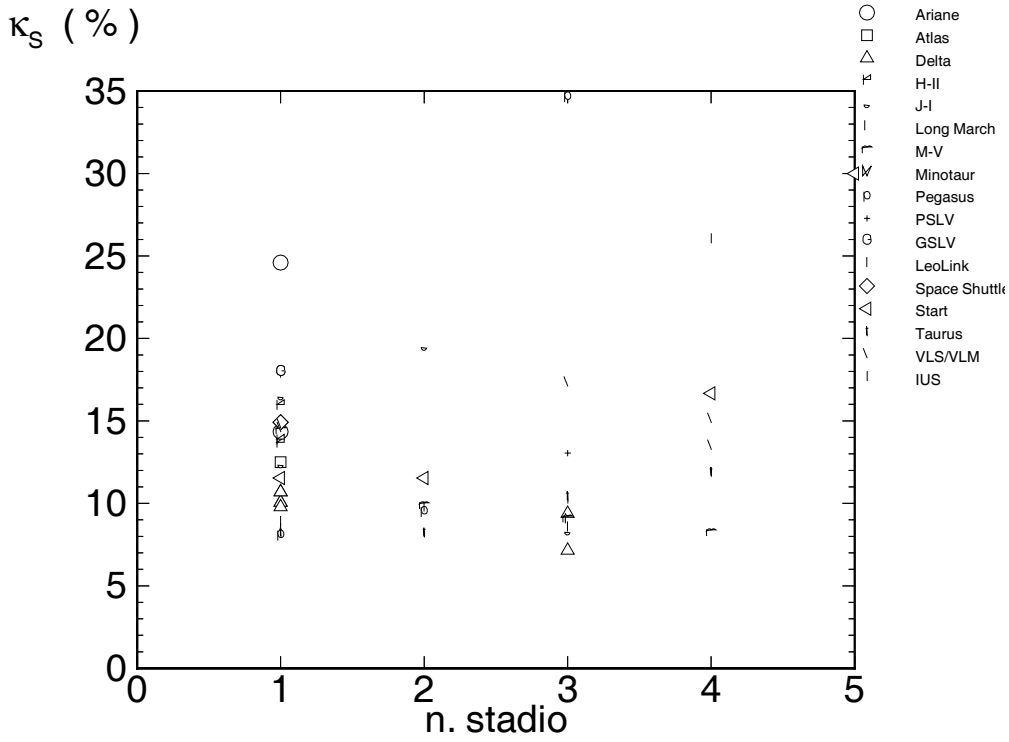

Figure 2.13: Coefficiente strutturale di endoreattori a propellenti solidi, per diversi stadi.

Le prestazioni sono presentate, in ciascuna figura, raggruppate per il numero indice dello stadio (primo stadio, secondo stadio, etc., vedi cap. 13; occasionalmente i *boosters* ausiliari sono classificati come 'stadio zero', quando costituiscono un potenziamento di un preesistente primo stadio). I simboli si riferiscono alle diverse 'famiglie' di lanciatori; per esempio, la famiglia dei lanciatori Ariane comprende diversi lanciatori, vedi cap. 14, ognuno dei quali comprendende due o tre stadi che possono adottare combinazioni combustibile/ossidante differenti.

Analogamente, le figg. 2.6–2.9 riportano i valori di c a livello del suolo, che risultano, a parità di altre condizioni, lievemente più bassi per motivi che saranno chiariti nel cap. 3. Ovviamente, questo confronto è limitato ai soli primi stadi.

Le figg. 2.10–2.13 riportano invece i valori dei coefficienti strutturali.

Per propellenti criogenici intendiamo una combinazione come idrogeno ed ossigeno liquidi (LH – *liquid hydrogen*, LOX – *liquid oxygen*) i quali possono essere mantenuti allo stato liquido solo a bassissime temperature. Diffusamente impiegata è anche la combinazione idrocarburo/LOX, in cui il combustibile è liquido a temperatura ambiente, mentre l'ossidante è ancora criogenico (per quanto la temperatura di liquefazione dell'ossigeno, circa 90 K, sia significativamente più alta di quella dell'idrogeno, circa 20 K, con conseguenti minori problemi di gestione). I propellenti *storable*, o immagazzinabili, prevedono invece che tanto il combustibile che l'ossidante si trovino allo stato liquido alla temperatura ambiente. Si noti che le combinazioni idrocarburo/LOX ed i propellenti storable sono caratterizzate da una velocità efficace di uscita nettamente più bassa di quella ottenibile mediante propellenti criogenici; quest'ultimi sono tuttavia caratterizzati da strutture più pesanti (κ_s più alto) perché occorrono serbatoi molto voluminosi per contenere l'idrogeno liquido, il quale ha una bassissima densità (circa 70 kg/m^3, da confrontare p. es., con i circa 800 kg/m^3 di un idrocarburo liquido). Le prestazioni delle combinazioni idrocarburo/LOX sono lievemente migliori di quelle dei propellenti storable. I propellenti solidi hanno c un poco più basse degli storable, ma presentano il vantaggio della semplicità e della possibilità di essere tenuti in stock per lunghi periodi rimanendo sempre pronti per l'uso.

I valori migliori attualmente conseguibili di κ_s e di c (nel vuoto) per endoreattori chimici sono riportati nella tabella seguente, che evidenzia, per il coefficiente strutturale, una distinzione tra valori per endoreattori ad alta e bassa spinta (questi ultimi, tra l'altro, fanno riferimento a stadi superiori, quindi, come vedremo nel cap. 3, con rapporto di espansione più alto, quindi ugelli più pesanti):

PROPELLENTI		κ_s (alta F)	κ_s (bassa F)	c (m/s)
	criogenici	7–8%	15%	4500
liquidi	idrocarburo/LOX	5%	15%	3500
	storable	5%	15%	3200
solidi		7–8%	15%	2900

Spesso perseguiremo l'obiettivo di massimizzare la spinta F (più che altre grandezze più significative come F/w oppure κ_s) di un motore *di dimensioni fissate*, con la tacita assunzione che, fissate le

dimensioni geometriche, il peso del motore è *circa* fissato. In realtà così non è, perché se p. es. per aumentare la spinta aumentiamo la pressione in camera di combustione, dovremo fare le pareti della camera e dell'ugello più spesse e quindi più pesanti; inoltre aumentando tale pressione dobbiamo avere un sistema di alimentazione (cioè di pompaggio dei propellenti in camera di combustione, se p. es. consideriamo un endoreattore a propellenti liquidi) più pesante. Se invece aumentiamo il rapporto di espansione dell'ugello (entro certi limiti, vedi cap. 3) per aumentare F, tale organo diverrà più pesante. Possiamo però sempre supporre che l'incremento di peso associato p. es. con l'aumento della pressione in camera sia proporzionalmente minore dell'aumento di F, per cui assumeremo che massimizzare F corrisponda anche a massimizzare F/w.

Capitolo 3

Ugello

L'ugello è l'organo attraverso il quale viene prodotta la spinta negli endoreattori termici. Dedichiamo perciò a questo componente un'ampia analisi, incentrata sull'effetto dei vari parametri sulla spinta e sulla velocità efficace di uscita.

Lo studio di questo componente è anteposto a quello della camera di combustione in quanto l'analisi dell'ugello consente di identificare quali siano le condizioni desiderabili in camera.

3.1 Ipotesi di ugello ideale

La trattazione che segue è valida per tutti gli endoreattori di tipo termico, in cui cioè il propellente è portato ad alte velocità attraverso la trasformazione di energia termica in energia cinetica che avviene nell'ugello. Essa si applica perciò agli endoreattori chimici, nucleari, termici solari ed elettrotermici.

Iniziamo a considerare il comportamento di un ugello *ideale*, adottando cioè le seguenti ipotesi:

1. fluido operativo monofase, ed in particolare gassoso. Questo quindi introduce un'approssimazione per quanto riguarda gli endoreattori a propellenti solidi contenenti polveri metalliche, in cui i prodotti di combustione contengono una fase condensata sotto forma di goccioline o particelle;

2. fluido termicamente e caloricamente perfetto, che cioè rispetta l'equazione di stato dei gas perfetti, ed il cui calore specifico è costante. La prima parte dell'ipotesi è in genere soddisfatta molto da vicino; essa richiede che la temperatura sia maggiore della temperatura critica del fluido ($T_{cr} = 547$ K per H_2O, $T_{cr} = 304$ K per CO_2), e che la pressione sia minore della pressione critica ($p_{cr} = 21.5$ MPa per H_2O, $p_{cr} = 7.4$ MPa per CO_2). Occorre tuttavia tener presente che l'attuale tendenza ad adottare alte pressioni in camera di combustione porta in alcuni casi a condizioni supercritiche. Ad ogni modo, anche in presenza di pressioni supercritiche in camera, nel corso dell'evoluzione del fluido lungo l'ugello la pressione scende rapidamente al disotto della p_{cr}, per cui l'ipotesi in questione è utilizzabile almeno in parte dell'ugello.

   La seconda parte dell'ipotesi può invece comportare un'approssimazione non sempre trascurabile, poiché c_p varia apprezzabilmente con la temperatura e con la composizione (che può variare nel corso dell'evoluzione attraverso l'ugello). Per esempio, il calore specifico della H_2O varia del 38% tra 1000 e 3500 K (corrispondenti ad un'escursione di temperatura abbastanza tipica nell'ugello), quello della CO_2 del 16%, quello del CO del 13%, vedi figg. 3.1 e 3.2 (facciamo riferimento ai più tipici costituenti dei prodotti di combustione);

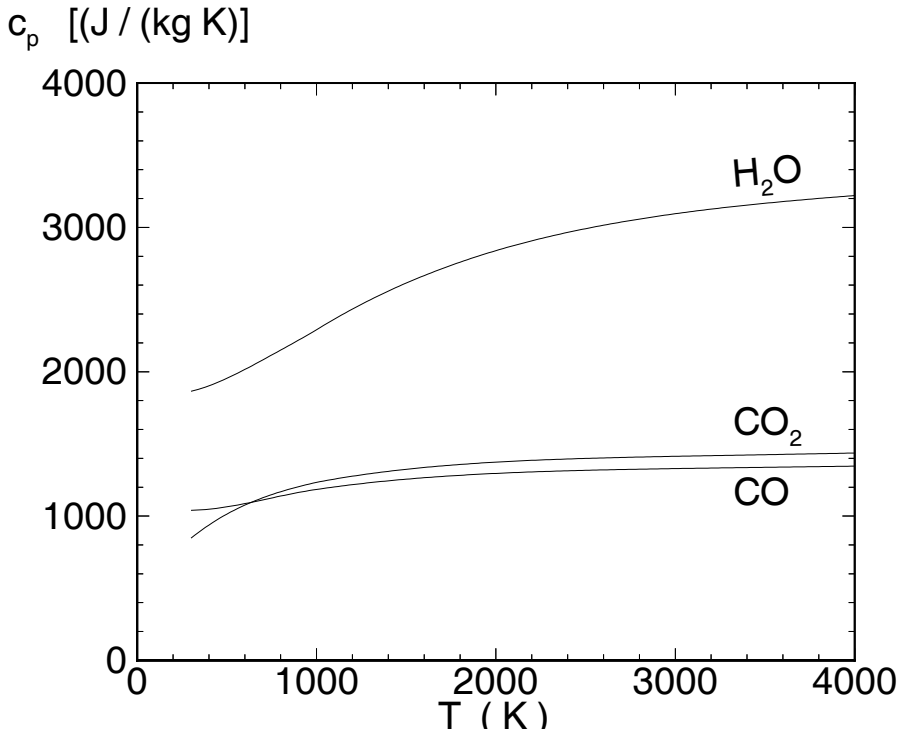

Figure 3.1: Calore specifico a pressione costante di H_2O, CO e CO_2 in funzione della temperatura.

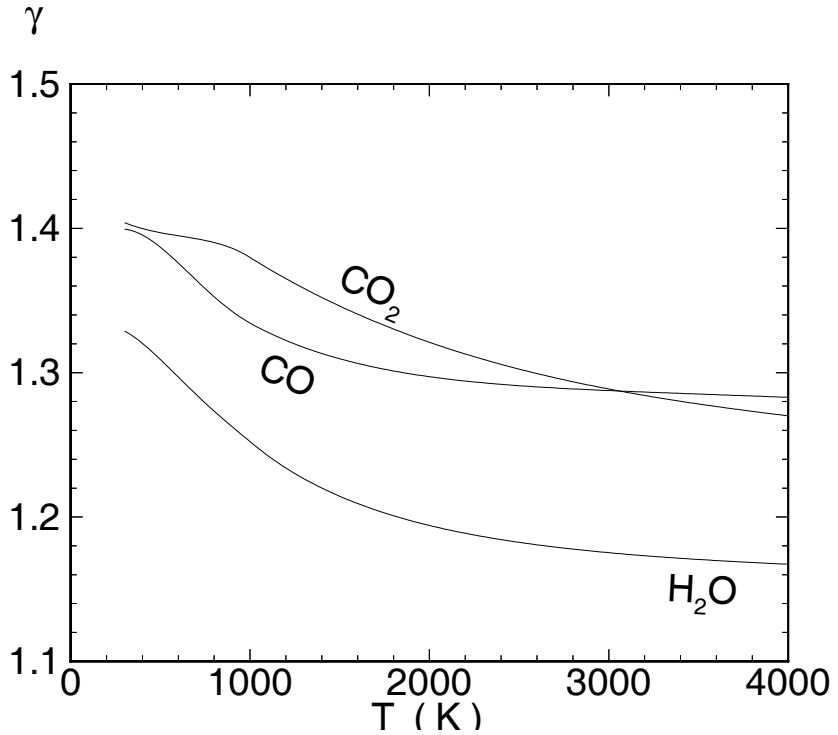

Figure 3.2: Rapporto dei calori specifici di H_2O, CO e CO_2 in funzione della temperatura.

3. fluido a composizione chimica costante (cioè flusso chimicamente congelato); quindi in particolare il peso molecolare medio dei prodotti combustione W risulta costante durante l'evoluzione nell'ugello;

4. flusso quasi–monodimensionale, quindi su ogni sezione trasversale dell'ugello assumiamo che le proprietà e le velocità siano uniformi, ed in particolare che le velocità siano dirette secondo l'asse dell'ugello. Questa ipotesi è giustificata se il condotto è allungato, cioè se il diametro è molto minore della lunghezza, e se i raggi di curvatura delle pareti dell'ugello sono grandi rispetto alle dimensioni trasversali dello stesso (la dizione di flusso *strettamente* monodimensionale è invece riservata a condotti di sezione costante);

5. flusso adiabatico;

6. flusso isentropico (quindi in particolare con effetto trascurabile delle forze di attrito, ed in assenza di onde d'urto);

7. flusso stazionario.

Chiaramente queste sono tutte approssimazione della realtà, che definiscono perciò le prestazioni di un ugello *ideale*: vedremo poi le correzioni necessarie per determinare, con buona approssimazione, le prestazioni di un ugello *reale*.

3.2 Equazioni del moto per flusso quasi–monodimensionale inerte

Riportiamo qui le equazioni per flusso quasi–monodimensionale inerte (cioè in cui non avvengono reazioni chimiche), quindi conservazione della massa (continuità), della quantità di moto, dell'energia (non sono ancora state introdotte le ipotesi 5. e 6.):

$$\rho\, A\, v \;=\; \text{cost} \tag{3.1}$$

$$\rho\, v\, dv \;+\; dp \;=\; -\frac{1}{2}\, f'\, \rho\, v^2 \frac{dx}{D_e} \tag{3.2}$$

$$dh_0 \;=\; \delta Q \;-\; \delta L \tag{3.3}$$

In (3.2) il termine a secondo membro esprime la perdita di carico per attrito attraverso il fattore d'attrito di Darcy f' (che, incidentalmente, è pari a quattro volte il fattore d'attrito di Fanning f_F); dx è la lunghezza dell'elementino di condotto considerato, e D_e il suo diametro equivalente, pari a $4\, A/P_w$ (dove P_w indica il perimetro bagnato – w sta per *wetted*, bagnato, ed A l'area di passaggio), che in particolare si riduce al diametro per condotti circolari. Per un elemento di condotto di lunghezza unitaria e diametro unitario, l'espressione di Darcy esprime perciò la perdita di carico come una frazione, f', della pressione dinamica $\frac{1}{2}\, \rho\, v^2$. Il valore di f' dipende dalla rugosità del condotto e dal numero di Reynolds (in particolare per alti numeri di Reynolds tende ad un asintoto); i valori che si hanno nelle applicazioni di interesse sono generalmente compresi tra 0.015 e 0.020.

In (3.3) h_0 indica l'entalpia totale:

$$h_0 = h + \frac{v^2}{2} \tag{3.4}$$

I termini a secondo membro della (3.3) indicano gli scambi infinitesimo di calore e di lavoro (quest'ultimo per effetto di eventuali palettature presenti nel condotto) che si hanno lungo l'elementino di lunghezza dx; sono stati indicati con δ per mettere in evidenza il fatto che non sono differenziali esatti (cioè dipendono non solo dallo stato iniziale e finale della trasformazione, ma anche dalle sue modalità). È stata adottata la convenzione dei segni usuale per macchine termiche, in cui si assumono positivi il calore *assorbito*, ed il lavoro *prodotto* dal fluido.

A queste equazioni di conservazione si aggiungono le equazioni di stato, termica e calorica, dei gas perfetti

$$p = \rho R T \tag{3.5}$$

$$dh = c_p \, dT \tag{3.6}$$

In (3.5) la costante del gas R è legata alla costante universale dei gas $R^0 = 8314.51$ J/(kmole · K) dalla relazione

$$R = \frac{R^0}{W} \tag{3.7}$$

come si può facilmente vedere scrivendo l'equazione di stato per un volume V in cui sono contenute n moli di gas di peso molecolare W:

$$p V = n R^0 T \tag{3.8}$$

Considerando che $n = m/W$, dove m è la massa di gas contenuta nel volume V, e che $\rho = m/V$, dal confronto con la (3.5) si ottiene la (3.7). R ha dimensioni [energia/(massa · temperatura)] e pertanto nel sistema SI si misura in [J/(kg · K)]. Indicando poi il rapporto dei calori specifici a pressione ed a volume costante come

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \tag{3.9}$$

e ricordando che

$$c_p - c_v = R \tag{3.10}$$

si può esprimere il calore specifico a pressione costante come

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \tag{3.11}$$

Delle tre equazioni di conservazione, la prima è scritta in forma finita, mentre le altre sono scritte in forma differenziale; per poter calcolare l'evoluzione del flusso in un elementino di condotto di lunghezza dx, scriviamo anche la prima in forma differenziale, adottando in particolare differenziazione logaritmica [1]

[1] Il differenziale logaritmico di un termine del tipo $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ risulta $d[\log(x^\alpha y^\beta z^\gamma)] = d[\alpha \log(x) + \beta \log(y) + \gamma \log(z)] = \alpha \, dx/x + \beta \, dy/y + \gamma \, dz/z$.

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0 \tag{3.12}$$

e riscrivendo il termine di area a secondo membro

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} = -\frac{dA}{A} \tag{3.13}$$

Nell'equazione dell'energia possiamo esplicitare il membro di sinistra grazie alle (3.4,3.6); inoltre la specializziamo al caso di un ugello, in cui non si ha estrazione di lavoro attraverso una palettatura (per cui $\delta L = 0$):

$$c_p\, dT + v\, dv = \delta Q \tag{3.14}$$

Esprimendo poi c_p secondo la (3.11)

$$v\, dv + \frac{\gamma R}{\gamma - 1} dT = \delta Q \tag{3.15}$$

Nelle (3.13,3.2,3.15) compaiono a primo membro i termini nei differenziali $dv, dp, dT, d\rho$, che sono le incognite del problema, cioè le variazioni delle grandezze di interesse nel tratto di condotto di lunghezza dx, mentre a secondo membro compaiono termini forzanti, cioè i termini che determinano tali variazioni, e sui quali possiamo agire direttamente (su dA/A conformando opportunamente l'ugello, su f' adoperando una parete più o meno liscia, su δQ fornendo, o estraendo, calore). Delle quattro grandezze v, p, T, ρ, solo tre sono indipendenti: infatti per flusso quasi–monodimensionale una variabile (in questo caso v; alternativamente si potrebbe utilizzare il numero di Mach M) identifica lo stato di moto del fluido, mentre sono sufficienti due variabili di stato (sotto l'ipotesi di fluido chimicamente congelato; incidentalmente, vedremo che la stessa situazione vale anche sotto l'ipotesi di chimica in equilibrio) per individuarne lo stato termodinamico. Possiamo utilizzare l'equazione termica di stato (3.5) per eliminare $d\rho$; con differenziazione logaritmica si ha (poiché abbiamo assunto W, quindi R, costante)

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \tag{3.16}$$

per cui possiamo riscrivere l'equazione di continuità (3.13) come

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} = -\frac{dA}{A} \tag{3.17}$$

Le (3.17,3.2,3.14) costituiscono quindi un sistema di tre equazioni nelle tre variabili dv, dp, dT; possiamo riscriverlo in forma matriciale come

$$\mathbf{A} \cdot d\mathbf{X} = \mathbf{B} \tag{3.18}$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1/v & 1/p & -1/T \\ \rho\, v & 1 & 0 \\ v & 0 & \gamma R/(\gamma - 1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} v \\ p \\ T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\,dA/A \\ -\,f'\,\rho\,v^2\,dx/(2\,D_e) \\ \delta Q \end{bmatrix}$$

Il sistema lineare (3.18) è sicuramente risolubile se det $\mathbf{A} \neq 0$; vediamo allora a cosa corrisponde la condizione limite det $\mathbf{A} = 0$. Calcoliamo perciò det $\mathbf{A}$:

$$\det \mathbf{A} = \frac{1}{\gamma - 1}\,\frac{1}{v\,T}\,\left(\gamma\,R\,T - v^2\right) \tag{3.19}$$

avendo utilizzato la (3.5). Poiché il primo fattore a secondo membro è sicuramente diverso da zero, l'annullarsi del determinante corrisponde alla condizione

$$v = \sqrt{\gamma\,R\,T} = a \tag{3.20}$$

avendo indicato con a la velocità del suono. Quindi il caso limite considerato corrisponde al raggiungimento delle condizioni di flusso critico, cioè di numero di Mach $M = v/a$ eguale ad uno. In tali condizioni tuttavia il flusso deve ancora ammettere una (o più) soluzioni: perché ciò sia possibile occorre che i determinanti di Rouché Δ_i delle matrici ottenute sostituendo la i–esima colonna della matrice $\mathbf{A}$ con il vettore $\mathbf{B}$ dei termini forzanti, siano nulli; ciò fa sì che il $d\mathbf{X}_i = \Delta_i/\det\mathbf{A}$ assuma la forma indeterminata 0/0, per cui il sistema è ancora compatibile. Tuttavia esso risulta indeterminato, sono cioè possibili più soluzioni (vedi sez. 3.4). La condizione

$$\Delta_i = 0 \tag{3.21}$$

permette di individuare la sezione dell'ugello dove si raggiunge $M = 1$ (vedi sotto).
Dall'esame del sistema (3.18) si deduce che possiamo intervenire sulle condizioni di flusso in tre modi: variando l'area del condotto (nell'equazione di continuità), attraverso l'attrito di parete (nell'equazione della quantità di moto), e scambiando calore con il flusso (nell'equazione dell'energia). Si noti che, mentre il primo ed il terzo meccanismo possono dar luogo ad un termine forzante tanto positivo quanto negativo, il secondo meccanismo (attrito) dà sempre luogo ad un termine forzante negativo.
Possiamo pensare di studiare l'effetto di ciascun termine forzante separatamente dai rimanenti, in modo da isolarlo. Chiaramente nel flusso in un ugello reale i tre effetti si verificheranno in generale simultaneamente, però possiamo pensare di tenerne conto attraverso una sorta di sovrapposizione degli effetti. Vediamo allora quello che accade isolando ciascuno dei termini forzanti.

Se manteniamo il solo termine di variazione di area (nell'equazione di continuità) ed annulliamo i rimanenti (attrito e scambio di calore) si ha un flusso *isentropico*. Infatti dalla relazione di Gibbs è

$$T\,ds = dh - \frac{dp}{\rho} \tag{3.22}$$

Per flussi senza scambio di calore dalle (3.14,3.6) si ha $dh = -v\,dv$, per flussi senza attrito dalla (3.2) $dp = -\rho\,v\,dv$, per cui dalla (3.22) si ha $ds = 0$, cioè *flusso isentropico*. L'applicazione della condizione (3.21) a questo tipo di flusso permette di localizzare la sezione critica, dove cioè $M = 1$. Il primo determinante di Rouché risulta

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -dA/A & 1/p & -1/T \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma\,R/(\gamma-1) \end{vmatrix} = -\frac{\gamma\,R}{\gamma-1}\frac{dA}{A}$$

mentre per il secondo ed il terzo si ha, con analoghi sviluppi

$$\Delta_2 = \frac{\gamma\,R}{\gamma-1}\rho\,v\,\frac{dA}{A}$$

$$\Delta_3 = v\,\frac{dA}{A}$$

Risulta perciò evidente che per flusso isentropico la condizione di flusso critico può verificarsi solo in una sezione ove $dA = 0$, cioè nella sezione di gola, ovvero la sezione di area minima dell'ugello.

Se invece riteniamo solo il termine di attrito, annullando quelli di variazione di area e di scambio di calore, abbiamo il cosiddetto *flusso di Fanno*; si dimostra facilmente che in questo caso la sezione critica può essere localizzata solo dove $f' = 0$, che vuol dire all'uscita del condotto. Se riteniamo il termine di scambio di calore, ponendo uguali a zero quelli di variazione di area e di attrito, abbiamo il cosiddetto *flusso di Rayleigh*; in questo caso la sezione critica può essere localizzata solo ove $\delta Q = 0$ (quindi ancora all'uscita, anche se in linea di principio è anche possibile pensare ad una 'gola termica' posta alla giunzione di due tratti di condotto, nel primo dei quali viene fornito calore al fluido, mentre nel secondo viene sottratto). Per ulteriori dettagli su questi tipi di flusso, può essere consultato per esempio il riferimento [4].

Nell'ugello ci sarà sicuramente attrito, però l'effetto è relativamente piccolo perché le pareti dell'ugello sono per quanto possibile liscie, ed esso è relativamente corto (la situazione può essere differente per altri tipi di condotti, come lungo gasdotto, per esempio); ci sarà anche sicuramente scambio di calore attraverso le pareti, in quanto il fluido operativo è ad alta temperatura, tuttavia vedremo che questo effetto è praticamente trascurabile (dal punto di vista energetico; non lo è ovviamente invece ai fini della determinazione della temperatura delle pareti). L'effetto preponderante perciò è quello della variazione dell'area della sezione dell'ugello, e possiamo quindi in prima approssimazione trattare il flusso nell'ugello come un flusso isentropico. Vedremo poi come apportare le necessarie correzioni per un ugello reale.

3.3 Espressione degli indici di prestazione

L'espressione (2.4) per la spinta non permette di apprezzare quali sono i parametri su cui possiamo intervenire per controllarla, e possibilmente massimizzarla. Cercheremo perciò di derivare un'espressione per F in cui compaiano grandezze su cui possiamo o agire direttamente, o che possiamo controllare in altro modo.

Avendo supposto il flusso nell'ugello adiabatico, l'equazione di conservazione dell'energia implica che l'entalpia totale si conservi, quindi in particolare se la scriviamo tra la camera di combustione (indice c) e la sezione di uscita dell'ugello (indice e, *exit*) otteniamo

$$h_c = h_e + \frac{v_e^2}{2} \tag{3.23}$$

poiché la velocità in camera di combustione è trascurabile, per cui v_c^2 è assolutamente trascurabile rispetto a v_e^2. Possiamo quindi esprimere la velocità di uscita dall'ugello, avendo posto $\Delta h_n = h_c - h_e$ (salto entalpico dell'ugello – l'indice n sta per *nozzle*, ugello), come

$$v_e = \sqrt{2\,\Delta h_n} \tag{3.24}$$

Quindi, grazie alle ipotesi di fluido caloricamente perfetto ed a composizione (quindi W, e di conseguenza $R = R^0/W$) costante, si può scrivere

$$v_e = \sqrt{2\,c_p\,(T_c - T_e)} = \sqrt{2\,c_p\,T_c\,(1 - \frac{T_e}{T_c})} = \sqrt{\frac{2\,\gamma\,R}{\gamma - 1}\,T_c\,\left(1 - \frac{T_e}{T_c}\right)} \tag{3.25}$$

ed avendo supposto il flusso isentropico (per cui $T/p^{\gamma-1/\gamma} = \text{cost}$)

$$v_e = \sqrt{\frac{2\,\gamma\,R}{\gamma - 1}\,T_c\,\left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \tag{3.26}$$

La portata in massa che compare nella (2.4) può essere espressa attraverso l'equazione di continuità, ricorrendo all'equazione di stato per gas termicamente perfetti per esprimere la pressione, ed alle definizioni di velocità del suono $a = \sqrt{\gamma R T}$ e numero di Mach $M = v/a$ per esprimere la velocità:

$$\dot{m} = \rho\,A\,v = \frac{p\,A}{R\,T}\,M\,\sqrt{\gamma\,R\,T} = \sqrt{\gamma}\,\frac{p\,A\,M}{\sqrt{R\,T}} \tag{3.27}$$

Si ricordi la dipendenza di R dal peso molecolare W della miscela secondo la (3.7). La pressione e la temperatura che qui appaiono (che sono i valori statici locali) possono essere legati ai valori totali (o di ristagno) tramite il numero di Mach:

$$T_0 = T\,\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\,M^2\right) \tag{3.28}$$

$$p_0 = p\,\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\,M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{3.29}$$

Avendo supposto il flusso adiabatico, la temperatura totale sarà costante al valore in camera T_c; poiché in più abbiamo supposto che il flusso sia isentropico, la pressione totale sarà costante al valore in camera p_c, per cui possiamo esplicitare nella (3.27) temperatura e pressione dalle (3.28, 3.29) e scrivere

$$\dot{m} = \sqrt{\gamma}\,\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\,M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}\,\frac{p_c\,A\,M}{\sqrt{R\,T_c}} \tag{3.30}$$

Date le proprietà del fluido operativo (γ, W, la quale ultima determina R per la 3.7) e le condizioni in camera di combustione (T_c, p_c) questa equazione lega perciò il numero di Mach locale alla corrispondente area della sezione. Se il flusso è critico ($M = 1$) in gola, condizione che come vedremo si verifica in tutti gli endoreattori, allora possiamo scrivere l'espressione di $\dot{m}$ facendo riferimento alla sezione di gola (indice t, per *throat*, gola) e si ha

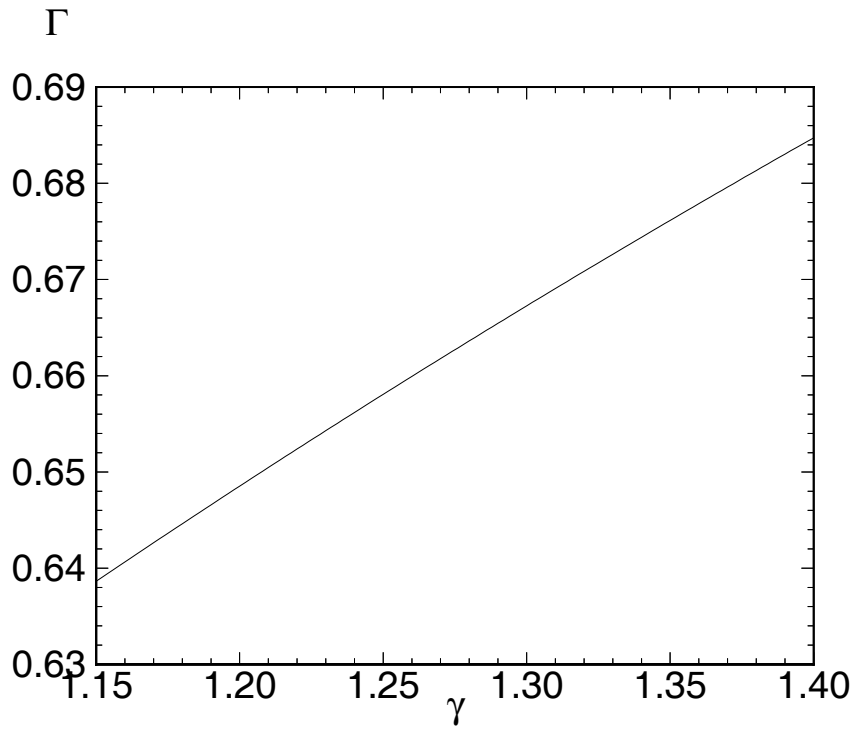

Figure 3.3: Funzione di Vandekerckhove Γ in funzione del rapporto dei calori specifici γ.

$$\dot{m} \;=\; \sqrt{\gamma}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{p_c\,A_t}{\sqrt{R\,T_c}} \tag{3.31}$$

e ponendo

$$\Gamma \;=\; \sqrt{\gamma}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{3.32}$$

si può scrivere

$$\dot{m} \;=\; \Gamma\,\frac{p_c\,A_t}{\sqrt{R\,T_c}} \tag{3.33}$$

Γ (funzione di Vandekerckhove) dipende debolmente da γ, come si può vedere dalla fig. 3.3.

Vediamo quindi che la portata in massa che defluisce attraverso un ugello critico dipende (linearmente) dalla pressione in camera e dall'area di gola, dipende poi dalla temperatura in camera secondo l'inverso di una radice quadrata, e dal peso molecolare dei prodotti di combustione ancora secondo una radice quadrata, per la (3.7); dipende inoltre dal rapporto dei calori specifici γ dei prodotti di combustione, attraverso la (3.32).

La (3.30) può essere scritta per una sezione generica (di area A e numero di Mach M) e per la sezione di gola ($A = A_t$, $M = 1$), ed eguagliando le due espressioni (essendo $\dot{m}$ costante)

$$\sqrt{\gamma}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{p_c\,A\,M}{\sqrt{R\,T_c}} \;=\; \sqrt{\gamma}\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{p_c\,A_t}{\sqrt{R\,T_c}} \tag{3.34}$$

si ottiene una relazione che dà il rapporto di aree necessario ad avere un dato numero di Mach:

$$\frac{A}{A_t} = \frac{1}{M}\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{\frac{\gamma+1}{2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{3.35}$$

Tale relazione è graficata in fig. 3.4, con γ come parametro; sono inoltre segnati sulle curve alcuni valori del rapporto p_c/p, che è una funzione di M secondo la (3.29). Si noti come la curva sia quasi piatta in prossimità di $A/A_t = 1$, cioè della sezione di gola; ciò indica che in prossimità della gola piccole variazioni di area risultano in notevoli variazioni del numero di Mach. La (3.35) può essere utilizzata per ricavare una relazione tra rapporto d'aree e rapporto tra la pressione in camera e la pressione nella sezione generica di area A. Esplicitando infatti M in funzione del rapporto di pressioni dalla (3.29), e sostituendo nella (3.35), si ha

$$\frac{A}{A_t} = \left[\frac{(\gamma-1)/2}{[(\gamma+1)/2]^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}\right]^{1/2} \frac{(p_c/p)^{(\gamma+1)/(2\gamma)}}{[(p_c/p)^{(\gamma+1)/(2\gamma)} - 1]^{1/2}} \tag{3.36}$$

Tale relazione è graficata in fig. 3.5, con γ come parametro; è stata adottata una scala logaritmica per le ascisse. Sono inoltre segnati sulle curve alcuni valori del numero di Mach. Si noti ancora come la curva sia quasi piatta in prossimità di $M = 1$, cioè della sezione di gola; ciò indica che in prossimità della gola piccole variazioni di area risultano in forti variazioni di pressione. Si noti che tanto la (3.35) che la (3.36) presentano, per ogni valore di A/A_t, due soluzioni, una subsonica, l'altra supersonica.

La (3.33) permette di scrivere la portata in massa in funzione di grandezze sulle quali si può direttamente o indirettamente agire in sede di progetto (caratteristiche del fluido in camera di combustione, condizioni operative come p_c e T_c, area di gola dell'ugello). Una volta introdotte le (3.33,3.26) nella (2.4), la spinta può similmente essere espressa in funzione di grandezze sulle quali si può agire in sede di progetto:

$$F = p_c A_t \left[\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}\,\Gamma\sqrt{1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} + \epsilon\left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right)\right] \tag{3.37}$$

Si osserva quindi che la spinta dipende (linearmente) dalla pressione in camera di combustione e dall'area di gola; dipende poi dal rapporto di espansione dell'ugello ϵ, che compare tanto direttamente, quanto indirettamente come p_e/p_c, che abbiamo visto essere legato al rapporto d'aree, sia pur non in modo univoco, dalla (3.36). C'è poi una dipendenza dal rapporto γ, e dalla pressione ambiente (o meglio dal rapporto p_a/p_c), per quanto vedremo che queste due dipendenze sono relativamente deboli. La spinta invece non dipende dalla temperatura in camera di combustione.

Il coefficiente di spinta può allora essere espresso come

$$C_F = \frac{F}{p_c A_t} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}\,\Gamma\sqrt{1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} + \epsilon\left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) \tag{3.38}$$

esso dipende dal rapporto di espansione dell'ugello $\epsilon = A_e/A_t$ e da p_e/p_c, che a sua volta, come abbiamo visto, è determinato da ϵ; dipende poi da p_a/p_c. Esprimendo allora ϵ tramite p_e/p_c attraverso la (3.36), si ha:

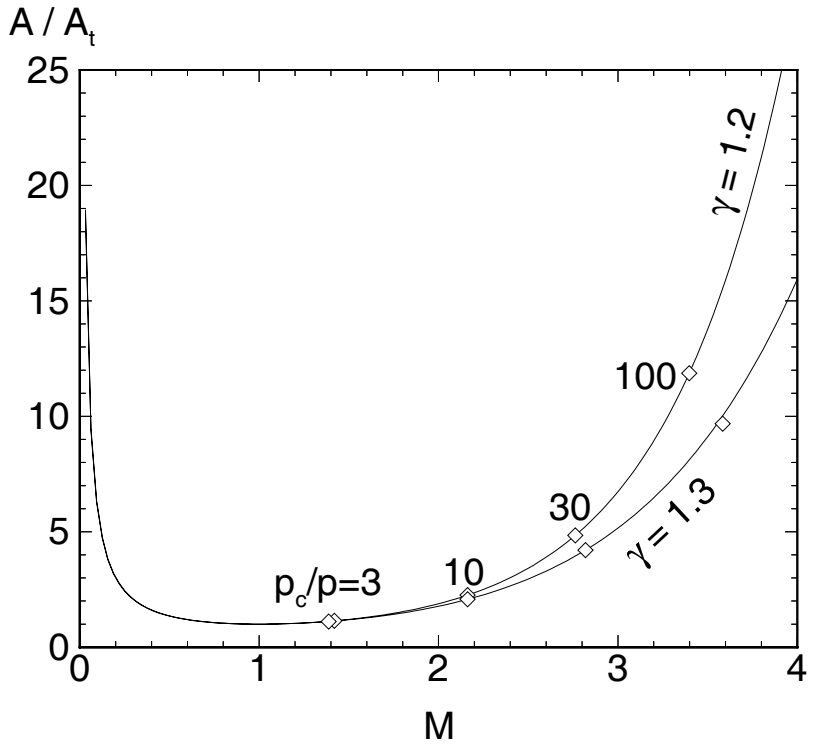

Figure 3.4: Relazione tra rapporto di aree e numero di Mach, con parametro γ.

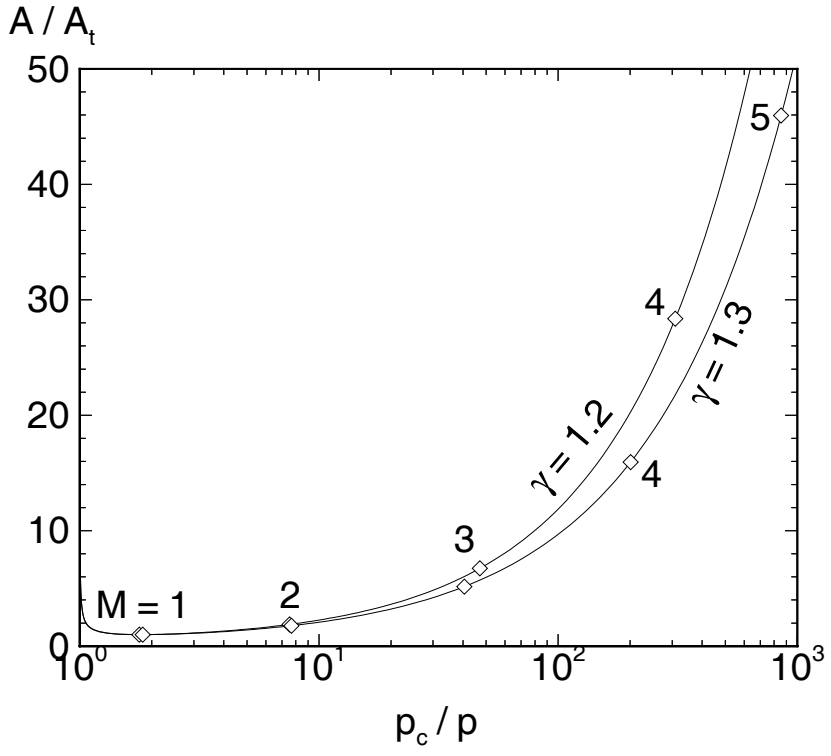

Figure 3.5: Relazione tra rapporto di aree e rapporto di pressioni, con parametro γ.

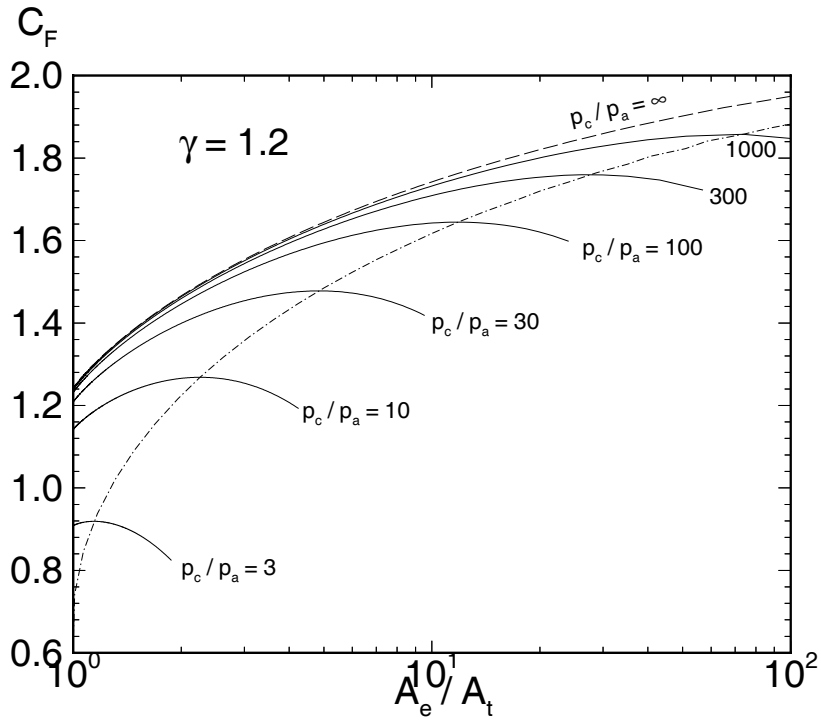

Figure 3.6: Coefficiente di spinta per $\gamma = 1.2$, con parametro p_c/p_a; è anche indicato il luogo dei massimi.

$$C_F = \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma - 1}}\,\Gamma\,\sqrt{1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} + \left[\frac{(\gamma-1)/2}{[(\gamma+1)/2]^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}\right]^{1/2} \frac{(p_c/p_e)^{(\gamma+1)/(2\,\gamma)}}{\left[(p_c/p_e)^{(\gamma+1)/(2\,\gamma)} - 1\right]^{1/2}} \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) \tag{3.39}$$

Sottolineamo che C_F dipende inoltre anche dalle caratteristiche del fluido operativo, attraverso γ. La fig. 3.6 riporta l'andamento di C_F in funzione del rapporto di espansione dell'ugello, con il rapporto tra la pressione in camera e la pressione ambiente come parametro. Si può notare come per ogni dato valore di p_c/p_a esiste un valore di $\epsilon = A_e/A_t$ che consente di ottenere l'ottimo della spinta. Questo valore del rapporto corrisponde al verificarsi della condizione

$$p_e = p_a \tag{3.40}$$

cioè di eguaglianza tra la pressione all'uscita dell'ugello e la pressione esterna (condizioni di ugello *adattato*). Questa condizione può essere facilmente dimostrata a partire dall'espressione del coefficiente di spinta dalla (2.10) scritta come

$$C_F = \frac{F}{p_c\,A_t} = \frac{\dot{m}}{p_c\,A_t}\,v_e + \epsilon\left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) \tag{3.41}$$

Per identificare il massimo di C_F, differenziamo questa espressione, tenendo fissi p_c, p_a, A_t (quindi $\dot{m}$):

$$dC_F = \frac{\dot{m}}{p_c\,A_t}\,dv_e + \frac{\epsilon}{p_c}\,dp_e + \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right)\,d\epsilon \tag{3.42}$$

In questa espressione possiamo scrivere la portata in massa con riferimento alla sezione di uscita

$$\dot{m} = \rho_e A_e v_e \tag{3.43}$$

per cui la (3.42) diventa

$$dC_F = \frac{\epsilon}{p_c} \rho_e v_e dv_e + \frac{\epsilon}{p_c} dp_e + \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) d\epsilon = \frac{\epsilon}{p_c} (\rho_e v_e dv_e + dp_e) + \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) d\epsilon \tag{3.44}$$

Il termine $\rho_e v_e dv_e + dp_e$ è nullo per l'equazione della quantità di moto (3.2) scritta per la sezione di uscita, sotto l'ipotesi di assenza di attrito. La condizione di ottimo del coefficiente di spinta, e quindi della spinta stessa, si riduce quindi a

$$dC_F = \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) d\epsilon \tag{3.45}$$

che è quindi evidentemente verificata per $p_e = p_a$. Occorre quindi determinare il valore del rapporto di espansione ϵ in modo che sia verificata questa condizione, vedi fig. 3.5.

Dalla (3.37) si vede che, come abbiamo osservato, una volta assegnato il rapporto di espansione dell'ugello e le caratteristiche del fluido operativo, per cui C_F risulta determinato, la spinta cresce linearmente all'aumentare della pressione in camera di combustione p_c (oltre a crescere linearmente con l'area della sezione di gola A_t) per la (2.10). Conviene quindi operare ad alte p_c per avere alte spinte F ed anche, presumibilmente, alti rapporti spinta/peso F/w (ovviamente il peso del motore crescerà un poco con l'aumentare della pressione in camera di combustione, per la necessità di adottare pareti più spesse per resistere alle maggiori pressioni, e di adottare eventualmente un sistema di alimentazione che fornisca una pressione maggiore; tuttavia, come già accennato, l'aumento di w non sarà verosimilmente lineare con p_c). L'opportunità di usare alte p_c fa sì che tutti gli endoreattori operino in condizioni di flusso critico in gola; dalla (3.29) si vede che la pressione in gola necessaria per avere flusso critico ($M = 1$) è

$$\frac{p_t}{p_c} = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{3.46}$$

Per $\gamma = 1.2$, il rapporto che appare nella (3.46) vale 0.564, e per $\gamma = 1.3$ vale 0.546. Ne consegue che, come vedremo meglio anche in seguito, basta una p_c di poche atmosfere (qualche centinaio di kPa) per assicurare che il flusso sia critico in gola, essendo la pressione ambiente al più pari al valore al livello del suolo, cioè circa 101 kPa.

La velocità caratteristica è esprimibile, in virtù della (3.31), come

$$c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}} = \frac{1}{\Gamma} \sqrt{\frac{R^0 T_c}{W}} \tag{3.47}$$

quindi come si vede dipende unicamente dalle condizioni in camera di combustione (temperatura T_c e proprietà del fluido operativo, γ e W). Si vede quindi come la (2.12) abbia permesso di operare una sorta di decomposizione degli effetti, con C_F che tiene conto dell'effetto del rapporto di espansione dell'ugello sulla velocità efficace di uscita c, mentre c^* tiene conto dell'effetto delle condizioni in camera di combustione.

La velocità caratteristica può essere messa in relazione alla *velocità limite* v_L, che è la velocità teoricamente raggiungibile facendo espandere il fluido operativo fino alla pressione zero (cosa ovviamente

impossibile, anche perché ad un certo punto il gas comincierà a condensare per via della bassa temperatura); dalla (3.25).

$$v_L = \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\,\frac{R^0\,T_c}{W}} \tag{3.48}$$

per cui confrontando con la (3.47)

$$c^* = \sqrt{\frac{\gamma - 1}{2\,\gamma}}\,\frac{1}{\Gamma}\,v_L \tag{3.49}$$

Si definisce talvolta anche un coefficiente di scarico

$$C_D = \frac{\dot{m}}{p_c\,A_t} = \frac{1}{c^*} \tag{3.50}$$

L'espressione in funzione dei parametri che abbiamo chiamato 'di progetto' dell'altro indice di prestazione fondamentale, la velocità efficace di uscita, si ricava dalle (3.37,3.33):

$$c = \sqrt{\frac{R^0\,T_c}{W}}\left[\sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma - 1}}\sqrt{1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} + \frac{1}{\Gamma}\,\frac{A_e}{A_t}\left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right)\right] \tag{3.51}$$

Si noti che, a differenza della spinta F, essa non dipende dall'area di gola e, sotto le ipotesi avanzate, dalla pressione in camera di combustione. Essa dipende invece dalla temperatura in camera di combustione e dal peso molecolare medio del gas operativo, che non ha invece effetto su F. Al pari di F, essa dipende poi da ϵ e da γ.

3.3.1 Esempio

I motori del primo stadio del lanciatore Ariane 5 (denominati Vulcain) sono alimentati mediante idrogeno ed ossigeno liquidi, con un rapporto tra le portate in massa di ossidante e combustibile $r = \dot{m}_{ox}/\dot{m}_f = 5.89$. La pressione in camera di combustione è $p_c = 10$ MPa; in queste condizioni un calcolo di equilibrio chimico, vedi cap. 4, dà per i prodotti di combustione le seguenti caratteristiche: $T_c = 3636$ K, $W = 13.136$ kg/kmole, $\gamma = 1.201$. Supponendo di avere espansione ottima ($p_e = p_a$) alla pressione ambiente corrispondente al livello del suolo ($p_a = 101.325$ kPa), determinare il numero di Mach M_e sulla sezione di uscita dell'ugello, il rapporto di espansione dell'ugello $\epsilon = A_e/A_t$ richiesto, la temperatura di uscita T_e, il coefficiente di spinta C_F, la velocità caratteristica c^*, il coefficiente di scarico C_D, e la velocità efficace di uscita c. Supponendo poi di voler disegnare un motore con spinta al livello del mare pari a quella del Vulcain ($F = 860$ kN), determinare la portata in massa $\dot{m}$, le aree di gola A_t e della sezione di uscita dell'ugello A_e.

Invertendo la (3.29), noto il rapporto $p_e/p_c = 101.325 \cdot 10^3/(7 \cdot 10^6)$, si ricava $M_e = 3.393$. Il rapporto di espansione dell'ugello si ricava allora dalla (3.35), che dà $\epsilon = 11.72$. La temperatura all'uscita dell'ugello si calcola grazie alla (3.28), $T_e = 1684$ K. Si vede tra l'altro che i gas all'uscita dell'ugello sono ancora notevolmente caldi, e ad essi corrisponde quindi un'energia che non può essere sfruttata. Dalla (3.32) si ricava che per il caso in questione $\Gamma = 0.6488$. La (3.38), considerando che in particolare nel nostro caso il termine di pressione è nullo ($p_e = p_a$), dà $C_F = 1.642$. La (3.47) dà $c^* = 2338$ m/s, e la (3.50) $C_D = 0.0004277$ s/m. Infine, la velocità efficace di uscita risulta dalla (2.12) pari a $c = 3839$ m/s.

Per dimensionare il motore per la spinta desiderata, occorrerà una portata in massa che dalla (2.6) risulta $\dot{m} = 224$ kg/s, e dalla (2.10) l'area di gola è $A_t = 0.05237$ m^2; l'area di uscita è $A_e = \epsilon A_t = 0.6137$ m^2. Incidentalmente, il Vulcain *non* lavora con espansione ottima al livello del suolo, essendo il suo ugello caratterizzato in realtà da un rapporto di espansione $\epsilon = 45$.

3.4 Condizioni operative

L'ugello trasforma energia termica in energia meccanica, e la pressione è la grandezza che governa le modalità di questo processo di trasformazione. Sono possibili tre condizioni operative in un ugello convergente–divergente in flusso isentropico (quindi in assenza di onde d'urto):

1. flusso subsonico nel convergente, sonico in gola, supersonico nel divergente;
2. flusso subsonico nel convergente, sonico in gola, e nuovamente subsonico nel divergente;
3. flusso subsonico lungo tutto l'ugello,

a seconda del valore della pressione ambiente p_a. Va detto subito che gli endoreattori, quando operano in condizioni isentropiche – cioè in assenza di onde d'urto, lavorano sempre nella prima condizione, poiché si ricerca un'alta velocità di uscita per avere alte spinte e alte velocità efficaci di uscita. La formula (3.26) per la velocità di uscita è comunque valida (essa assume flusso adiabatico), mentre la (3.33) per la portata in massa è stata ricavata sotto l'ipotesi che il flusso sia critico in gola, per cui varrà solamente per il primo ed il secondo caso; così anche la (3.37). Per la velocità efficace di uscita vale, sempre nei primi due casi, la (3.51).

Nelle (3.37,3.51), la pressione ambiente p_a è un dato, mentre il rapporto p_e/p_c è legato al rapporto di espansione dell'ugello. Tale dipendenza però non è univoca; infatti il rapporto p_e/p_c si ricava, assegnato il rapporto di espansione dell'ugello, invertendo la (3.36) che come si vede però dalla fig. 3.5 per ogni valore del rapporto di aree ammette due soluzioni, una corrispondente al caso di flusso subsonico, ed una a quello di flusso supersonico. Questa inversione è un problema di routine nel calcolo dell'ugello, per cui illustriamo qui una semplice procedura numerica, nella quale però invertiamo la (3.35) per calcolare M dato il rapporto di aree, per i due possibili casi (soluzione subsonica o supersonica); il rapporto di pressioni può successivamente essere ricavato dalla (3.29).

Possiamo usare un metodo iterativo in cui il numero di Mach viene determinato, ad ogni ciclo, in funzione del valore all'iterazione precedente:

$$M_{i+1} = \varphi(M_i) \tag{3.52}$$

Per esempio esplicitando M dal primo termine a secondo membro della (3.35) si ha

$$M_{i+1} = \frac{1}{A/A_t}\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2}{\frac{\gamma+1}{2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{3.53}$$

Questa espressione converge sempre alla soluzione subsonica, quindi, dato un numero di Mach di tentativo $M_0 < 1$, potremo utilizzarla in particolare per determinare il numero di Mach M_e in uscita nel caso 2) sopra. Se invece esplicitiamo M dal secondo termine a secondo membro della (3.35), si ottiene

$$M_{i+1} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\left[\frac{\gamma + 1}{2}\left(\frac{A}{A_t}M_i\right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}} - 1\right]} \tag{3.54}$$

che dà sempre la soluzione supersonica, ottenibile da un $M_0 > 1$. Gli algoritmi convergono in poche iterazioni; la convergenza è un poco più lenta per $A/A_t \sim 1$, cioè in prossimità della gola, dove il numero di Mach varia molto rapidamente con il rapporto di aree, vedi fig. 3.4.

Assegnate le condizioni in camera di combustione, il verificarsi delle condizioni operative 1), 2) o 3) dipende dalla pressione esterna, o meglio dal rapporto p_a/p_c. Il fatto che la soluzione non sia univoca, in presenza di una gola operante in condizioni critiche, deriva matematicamente dal fatto che (nei casi 1 e 2) in gola si annullano tanto il determinante dei coefficienti che i determinanti di Rouché, per cui la soluzione diventa indeterminata, e può assumere valori che portano o alla condizione di uscita supersonica, oppure subsonica, a seconda delle condizioni di pressione di uscita. In altre parole, la soluzione dipende non solo dalle condizioni di ingresso ma anche da quelle di uscita, ovverosia il flusso è di natura *ellittica*.

Sotto le ipotesi che il flusso entro l'ugello sia isentropico e che la gola sia critica, per un dato ugello si possono avere quindi solo due valori della pressione di uscita p_e, una p_{sup} corrispondente al caso di espansione supersonica nel divergente, ed una p_{sub} nel caso di flusso subsonico nel divergente (quindi ricompressione), vedi anche fig. 3.19. Se la pressione ambiente p_a è minore di p_{sup}, il flusso nel divergente resterà inalterato alle condizioni supersoniche, perché perturbazioni provenienti dall'ambiente in cui scarica l'ugello (le quali ovviamente si propagano con la velocità del suono) non riescono a risalire entro l'ugello. Se invece si ha $p_a > p_{sub}$ (ma pur sempre $p_a < p_c$, altrimenti la direzione del moto si inverte) il flusso in gola arriva a risentire della pressione ambiente, e non si avrà più flusso critico: il flusso nell'ugello sarà totalmente subsonico. Il caso in cui la pressione ambiente è intermedia tra p_{sup} e p_{sub} sarà trattato nella sez. 3.6.

3.5 Effetto dei parametri

Le (3.37,3.51) permettono già di evidenziare (a differenza delle loro forme originarie) quali sono le grandezze sulle quali si può intervenire in sede di progetto per massimizzare F (quindi presumibilmente anche F/w) e c. Infatti nei secondi membri compaiono:

- la pressione in camera di combustione p_c, sulla quale possiamo intervenire attraverso il progetto del sistema di alimentazione e della camera di combustione stessa (per esempio, nel caso di endoreattori a propellenti liquidi, dimensionando opportunamente le pompe di alimentazione od il sistema di alimentazione a gas pressurizzante; nel caso di endoreattori a propellenti solidi, come vedremo, scegliendo opportunamente il rapporto tra l'area della superficie di combustione e l'area di gola dell'ugello);

- l'area di gola A_t, che possiamo ovviamente scegliere in sede di progetto;

- il rapporto tra pressione di uscita e pressione in camera p_e/p_c, che come abbiamo visto dipende da $\epsilon = A_e/A_t$, pur se non in maniera univoca (ma cercheremo sempre di operare in regime supersonico nel divergente);

- la temperatura in camera di combustione T_c, il peso molecolare medio dei prodotti di combustione W, ed il rapporto dei calori specifici γ, i quali dipendono dalle condizioni in camera

di combustione, come vedremo, per cui possiamo agire su di essi modificando le condizioni in camera di combustione (ossidante e combustibile adottati, loro rapporto in massa, etc.);

- la pressione ambiente p_a è invece un dato del problema, dipendente dalla quota.

3.5.1 Esempio – andamento delle grandezze lungo l'ugello.

Supponiamo di voler disegnare un ugello di un motore alimentato con RP–1 (idrocarburo) ed ossigeno liquido, in un rapporto di miscela (portata in massa di ossidante/portata in massa di combustibile) $r = 2.2$, operante ad una pressione in camera $p_c = 7$ MPa. In queste condizioni, un calcolo di equilibrio chimico (vedi cap. 4) determina le seguenti proprietà dei prodotti di combustione:

- $T_c = 3584$ K
- $W = 21.683$ kg/kmole
- $\gamma = 1.224$

Si richiede al motore di fornire una spinta

- $F = 300$ kN

nel vuoto ($p_a = 0$); quest'ultima condizione assicura tra l'altro che il motore operi nel modo 1) (flusso supersonico nel divergente). In questo caso il rapporto di espansione dell'ugello che assicura l'ottimo della spinta è in teoria infinito, condizione ovviamente irrealizzabile. Conviene comunque avere un ϵ quanto più alto possibile, per cui assumiamo di adottare un ugello con rapporto di espansione

- $\epsilon = A_e/A_t = 40$

Supponiamo inoltre di adottare un ugello a campana, la cui geometria è riportata nelle successive figg. 3.7–3.10. Questa geometria definisce quindi una relazione tra il rapporto locale di aree A/A_t ed un'ascissa x lungo l'ugello (con origine posizionata nella sezione di gola):

$$\frac{A}{A_t} = f(x) \tag{3.55}$$

Procediamo ad un primo dimensionamento del motore. Il valore di γ del fluido operativo determina secondo la (3.32) il valore della funzione di Vandekerckhove come $\Gamma = 0.653$. Le condizioni in camera di combustione consentono di determinare la velocità caratteristica dalla (3.47) come $c^* = 1795$ m/s Per quanto riguarda l'ugello, invertendo la relazione tra rapporto di aree e numero di Mach tramite l'uso iterativo della (3.54), otteniamo il valore del numero di Mach in uscita, $M_e = 4.377$. Il rapporto p_e/p_c si ricava quindi dalla (3.29). La (3.38) consente quindi di determinare il coefficiente di spinta come $C_F = 1.860$; la velocità efficace di uscita risulta quindi, secondo la (2.12), $c = 3339$ m/s. La (2.6) indica poi che la portata in massa richiesta di propellenti è $\dot{m} = 89.86$ kg/s. Infine, la (2.10) consente di identificare l'area di gola richiesta, $A_t = 0.02304$ m^2, e di conseguenza il diametro della sezione di gola, $D_t = 0.1713$ m.

Determiniamo ora come variano il numero di Mach, la temperatura, la pressione e la velocità lungo l'ugello. Riportiamo i risultati in funzione di un'ascissa adimensionale x/D_t, indicando con D_t il diametro di gola dell'ugello; l'origine di tale ascissa è localizzata nella sezione di gola.

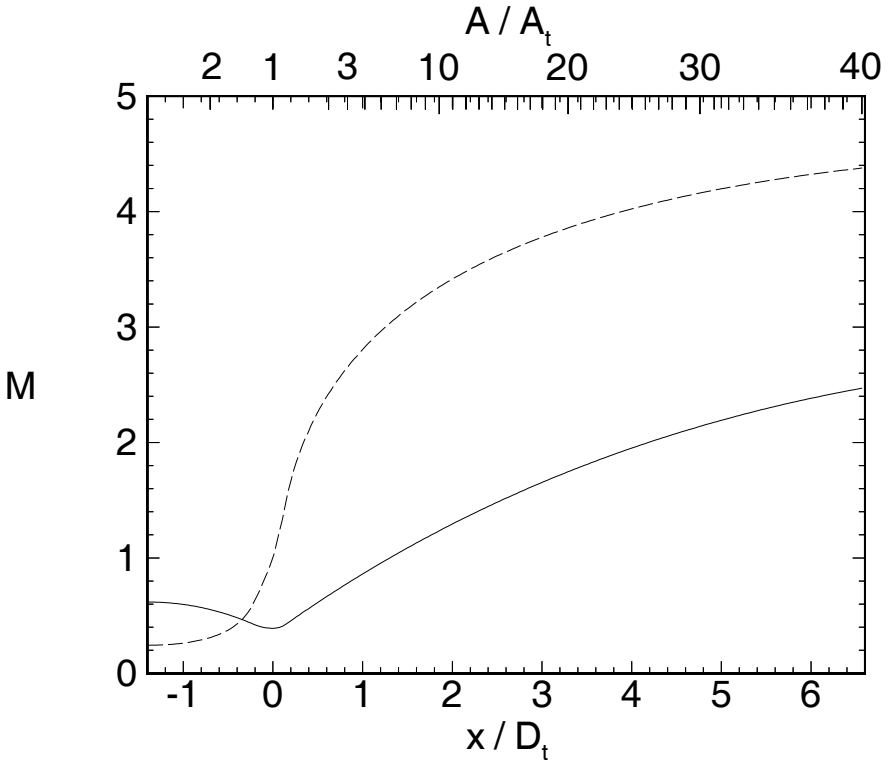

Figure 3.7: Andamento del numero di Mach nell'ugello.

Dalla geometria dell'ugello ricaviamo, per ogni x, il valore di A/A_t, vedi (3.55); da questo ricaviamo il numero di Mach locale attraverso il procedimento iterativo citato sopra, utilizzando quindi la (3.53) per la parte convergente e la (3.54) per quella divergente. Una volta trovato il numero di Mach locale, la temperatura e la pressione statica si ottengono grazie alle (3.28,3.29), e la velocità come

$$v \;=\; M\,a \;=\; M\sqrt{\frac{\gamma\,R^0\,T}{W}} \tag{3.56}$$

In fig. 3.7 è riportato l'andamento del numero di Mach lungo l'ugello (linea tratteggiata); a tratto pieno è sovrapposto il profilo dell'ugello. Si vede che il numero di Mach varia molto velocemente in prossimità della gola, perché come abbiamo visto dalla fig. 3.4 M varia molto velocemente con A/A_t in questa zona. All'uscita si ha $M_e = 4.377$.

Le figg. 3.8, 3.9 riportano gli andamenti di p e T; si può notare che all'uscita è $T/T_c = 0.318$, per cui la temperatura d'uscita è $T_e = 1140$ K. Per quanto riguarda la pressione invece si ha all'uscita $p/p_c = 0.0019$, per cui $p_e = 13.3$ kPa. Si noti come la pressione decresca molto più velocemente della temperatura, infatti l'esponente $\gamma/(\gamma-1)$ che compare nella (3.29) vale circa 5.5 per $\gamma = 1.224$. Entrambe le grandezze variano molto velocemente in prossimità della gola per gli stessi motivi già citati per il numero di Mach.

La velocità, riportata in fig. 3.10 adimensionalizzata tramite il fattore $\sqrt{RT_c}$, cresce meno velocemente di M perché la velocità del suono che compare nella (3.56) varia con la radice quadrata della temperatura, che decresce lungo l'ugello, come evidenziato dalla fig. 3.9.

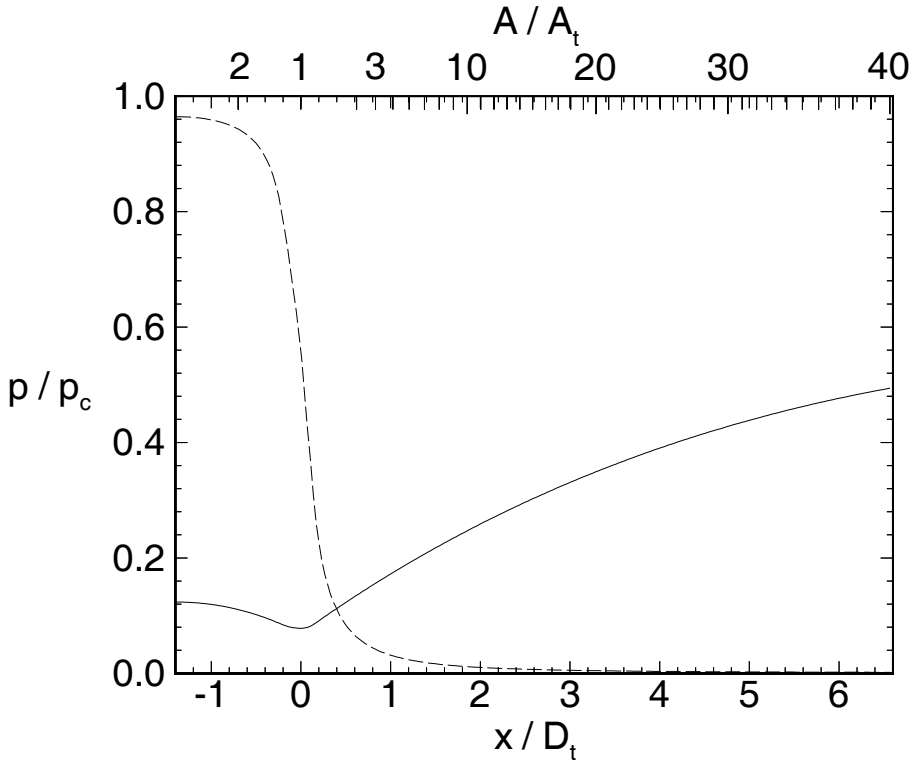

Figure 3.8: Andamento della pressione nell'ugello.

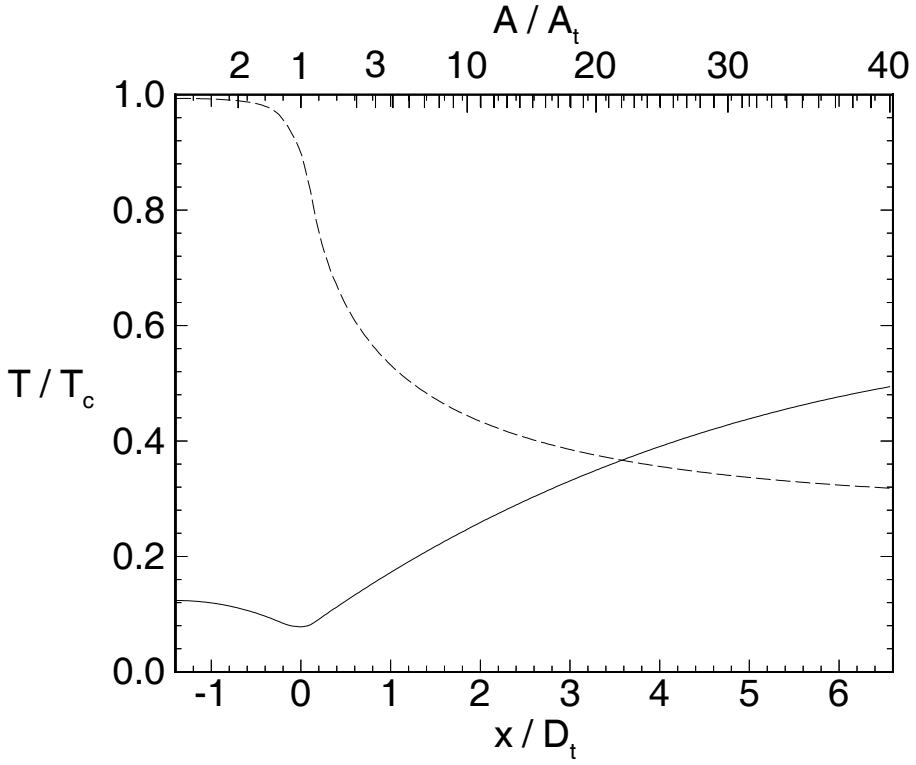

Figure 3.9: Andamento della temperatura nell'ugello.

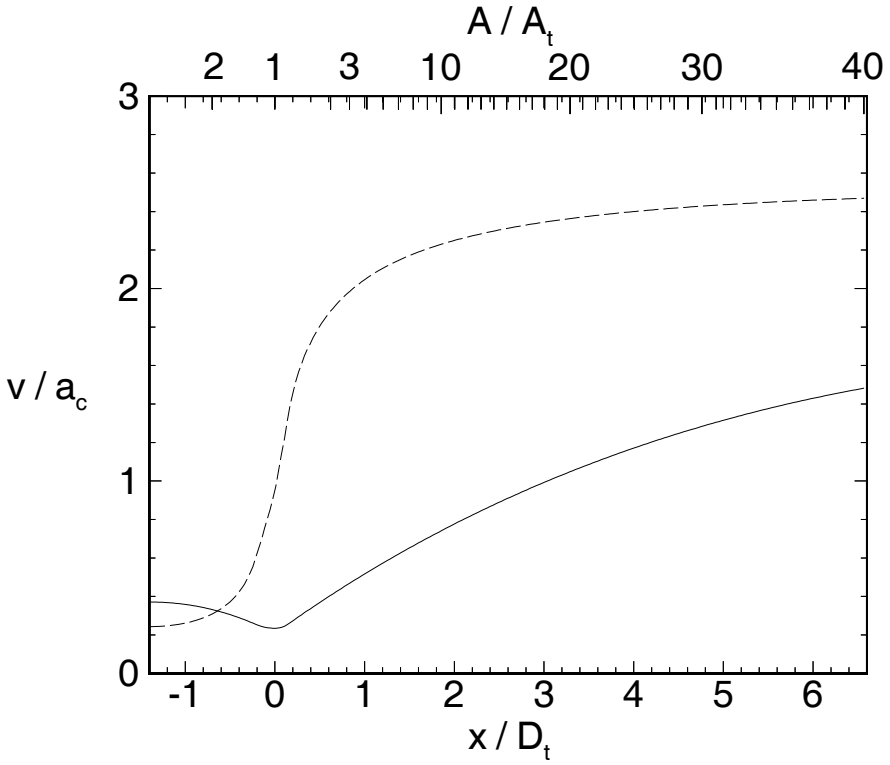

Figure 3.10: Andamento della velocità nell'ugello.

3.5.2 Esempio – effetto dei parametri.

Studiamo ora l'effetto dei vari parametri su F e c, facendo variare un parametro alla volta, eccetto l'area di gola A_t il cui effetto peraltro è banale ($F \propto A_t$, mentre c è indipendente da essa); A_t in effetti rappresenta il principale parametro a disposizione per ottenere un dato livello di spinta.
Per quanto riguarda la dipendenza dalla pressione in camera di combustione, nel caso considerato (operazione nel vuoto, $p_a = 0$) si ha che la spinta è proporzionale a p_c, vedi fig. 3.11 in cui viene considerato anche l'effetto di γ; a parità di altre condizioni si hanno spinte più alte per γ bassi. Quindi è molto conveniente operare ad alte p_c (il peso w dell'endoreattore come detto aumenterà un poco per la necessità di prevedere pareti più robuste, ed eventualmente un impianto di alimentazione più potente e pesante, ma in generale F/w ne trarrà giovamento). La c invece non dipende da p_c (almeno non direttamente; vedremo però nel prossimo capitolo che T_c, W, γ dipendono debolmente dalla p_c imposta).
Aumentare il rapporto di espansione ϵ dell'ugello fa aumentare tanto F che c, vedi figg. 3.12, 3.13; l'incremento è dapprima rapido per bassi valori di ϵ, ma diventa meno consistente per alti valori, quindi c'è un limite pratico ai valori che conviene adottare, perché ad un aumento di ϵ corrisponde un ugello più lungo e quindi più pesante; un ugello ad alto rapporto di espansione può inoltre offrire una maggiore resistenza aerodinamica durante la fase di volo entro l'atmosfera.
La temperatura di combustione T_c non dà effetto su F, vedi (3.37), mentre influenza la portata in massa (3.33) e di conseguenza la c, come si può vedere dalla (3.51); in particolare $c \propto \sqrt{T_c}$, vedi fig. 3.14. Anche il peso molecolare medio influenza solo c, e non F: in particolare si vede che $c \propto \sqrt{1/W}$, vedi fig. 3.15. Si può meglio dire che $c \propto \sqrt{T_c/W}$, vedi (3.51). Converrà perciò ricercare alte temperature in camera di combustione, ed un basso peso molecolare dei prodotti di combustione. Quando si usano combustibili idrogenati, potrà risultare conveniente operare in condizioni di eccesso di combustibile, anziché in condizioni prossime allo stechiometrico, per avere prodotti con un peso

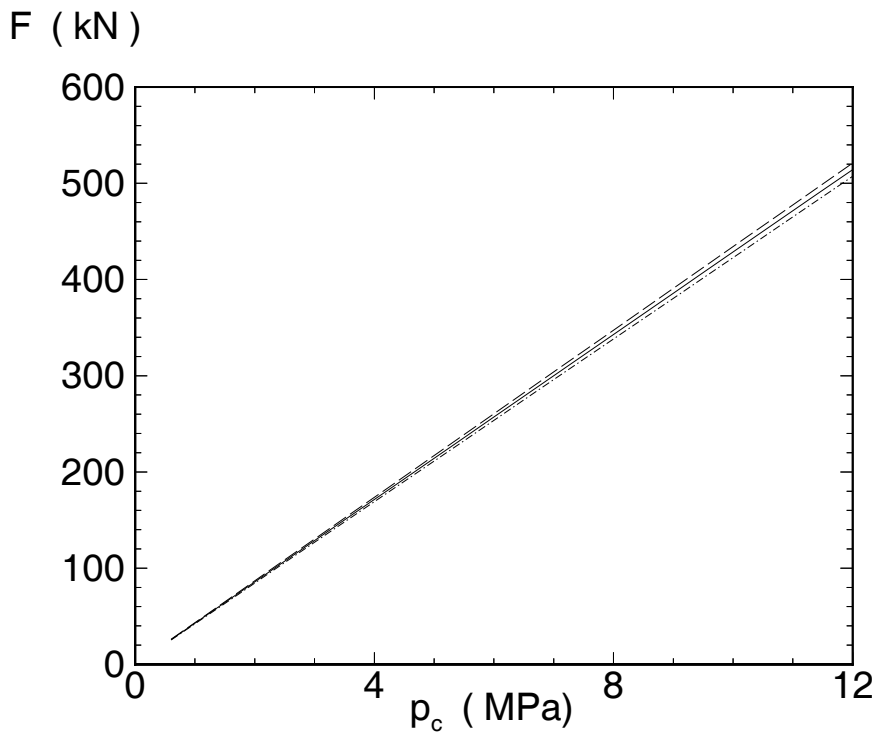

Figure 3.11: Effetto della pressione in camera di combustione sulla spinta. — — — $\gamma = 1.2$,———- $\gamma = 1.224$, — · — · — $\gamma = 1.25$.

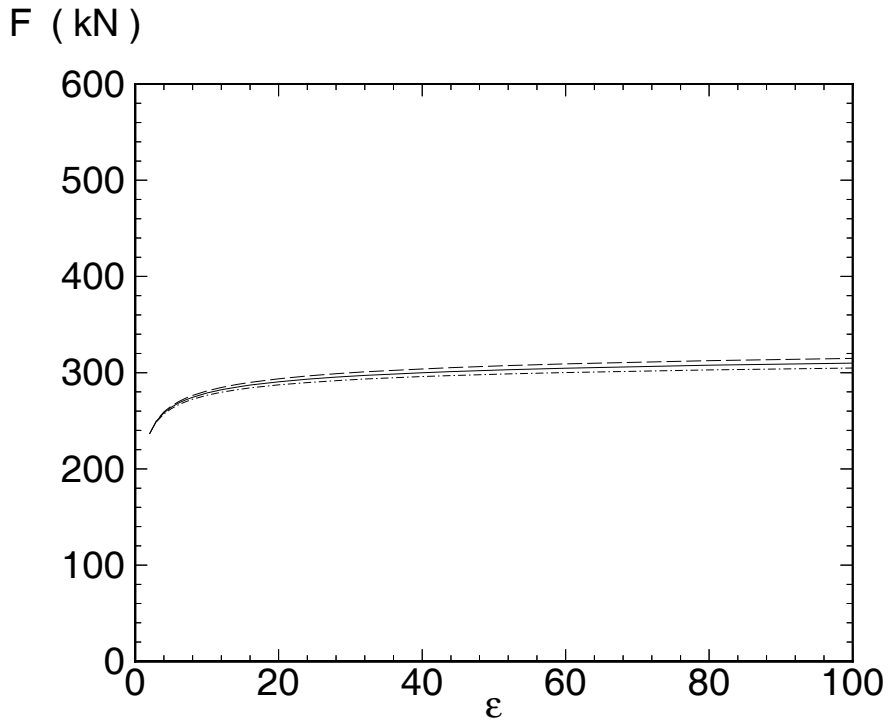

Figure 3.12: Effetto del rapporto di espansione dell'ugello sulla spinta. — — — $\gamma = 1.2$,———- $\gamma = 1.224$, — · — · — $\gamma = 1.25$.

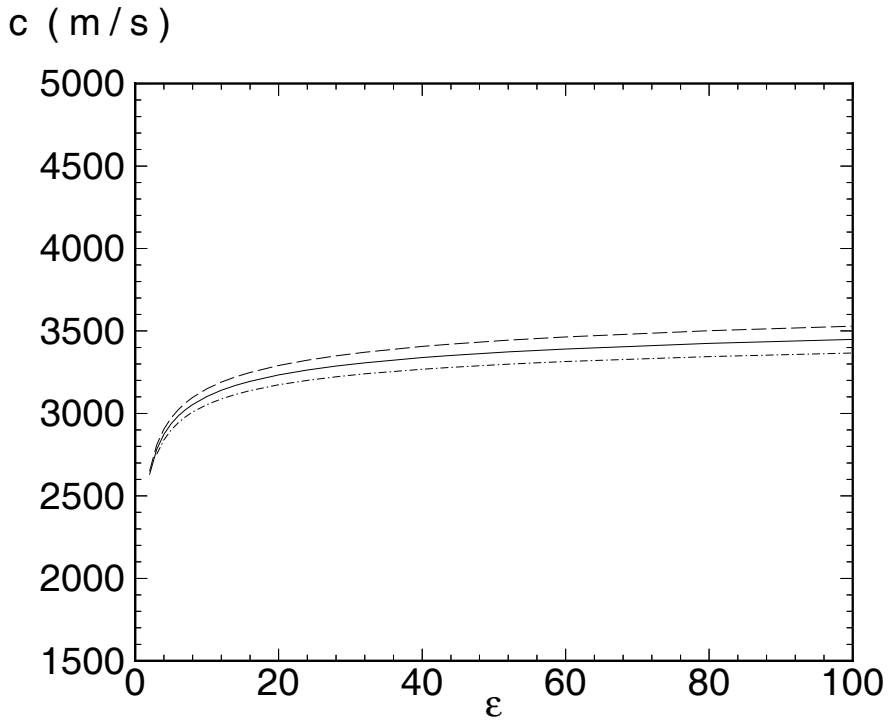

Figure 3.13: Effetto del rapporto di espansione dell'ugello sulla velocità efficace di uscita. — — — $\gamma = 1.2$,———- $\gamma = 1.224$, — · — · — $\gamma = 1.25$.

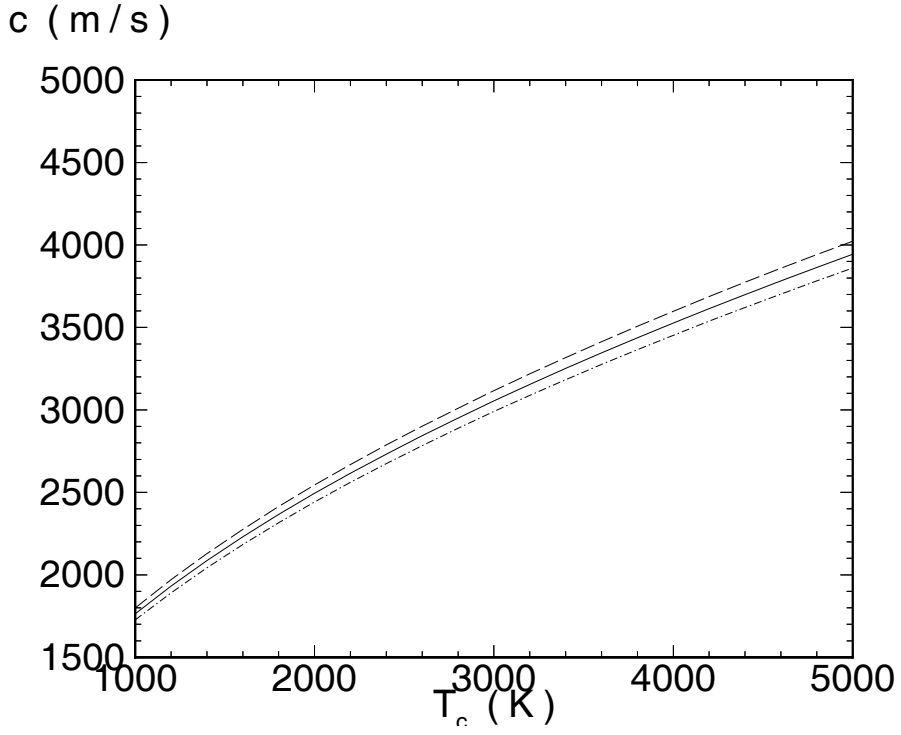

Figure 3.14: Effetto della temperatura in camera di combustione sulla velocità efficace di uscita. — — — $\gamma = 1.2$,———- $\gamma = 1.224$, — · — · — $\gamma = 1.25$.

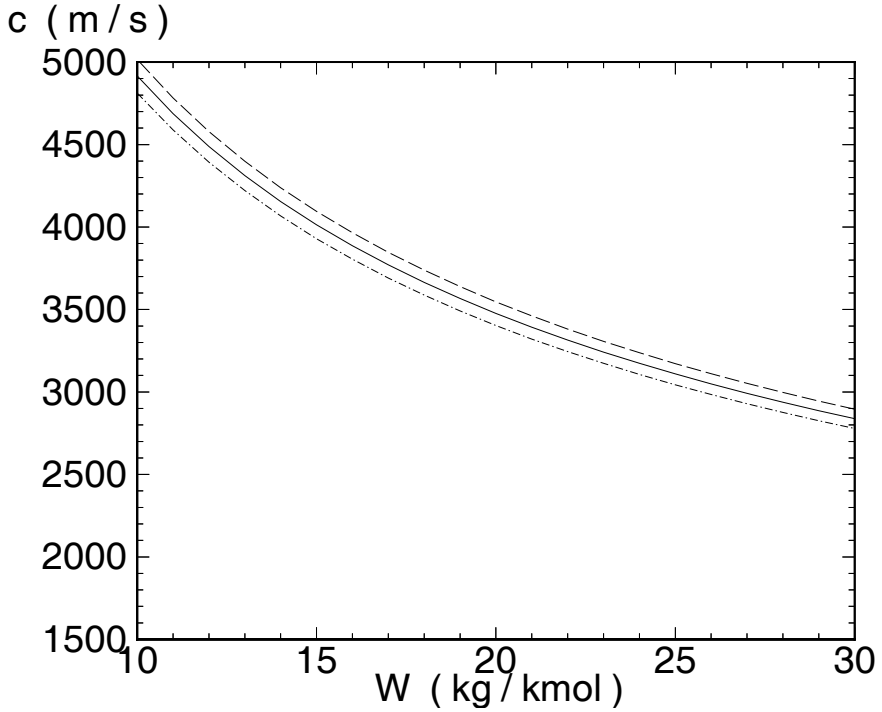

Figure 3.15: Effetto del peso molecolare medio dei prodotti di combustione sulla velocità efficace di uscita. — — — $\gamma = 1.2$,———- $\gamma = 1.224$, — · — · — $\gamma = 1.25$.

molecolare W più basso, anche a costo di una T_c un poco inferiore (il che è anzi preferibile per ridurre le sollecitazioni termiche), perché appunto quello che conta è massimizzare T_c/W.

Come si vede dalle figg. 3.11–3.15, un basso γ ha effetti positivi tanto su F che c. Il valore di γ dei prodotti di combustione tuttavia è assai difficile da controllare, a differenza di T_c e W.

Abbiamo visto che l'endoreattore considerato è progettato per sviluppare, nelle condizioni nominali, una spinta di 300 kN, ottenendo una velocità efficace di uscita di 3339 m/s. Se invece ci limitiamo ad un ugello puramente convergente, senza sezione divergente, la spinta (3.37) si riduce a circa 200.8 kN, e la velocità efficace di uscita si riduce in proporzione (la portata in massa resta ovviamente costante). C'è quindi in questo caso un incremento del 50% circa di F e c adottando un convergente–divergente con rapporto d'espansione $\epsilon = 40$. Si capisce quindi come in tutti gli endoreattori si adottino ugelli convergenti–divergenti. Per gli esoreattori invece la scelta è in generale opposta. Infatti in quest'ultimi il rapporto di pressione disponibile per l'espansione nell'ugello è alquanto più limitato che negli endoreattori, per i quali invece si hanno alte pressioni in camera di combustione per avere alte spinte, e basse pressioni esterne, specie per volo negli strati più esterni dell'atmosfera o nel vuoto. Negli esoreattori, e nei turboreattori in particolare, la pressione in camera di combustione è limitata dal peso del compressore, che aumenta all'aumentare del rapporto di compressione; una limitazione simile non si applica invece agli endoreattori, nei quali si possono raggiungere elevate p_c o dimensionando opportunamente le turbopompe di alimentazione (le quali, dovendo trattare un fluido allo stato liquido, sono di dimensioni, e pesi, piuttosto contenuti) per endoreattori a propellenti liquidi, oppure agendo semplicemente sulla geometria della camera di combustione per endoreattori a propellente solido. Inoltre, negli esoreattori una forte caduta di pressione viene assorbita dalla turbina, per cui il rapporto di pressioni disponibile per l'ugello è relativamente limitato. Se per esempio consideriamo un turboreattore con rapporto di compressione pari a 25, con un rapporto tra

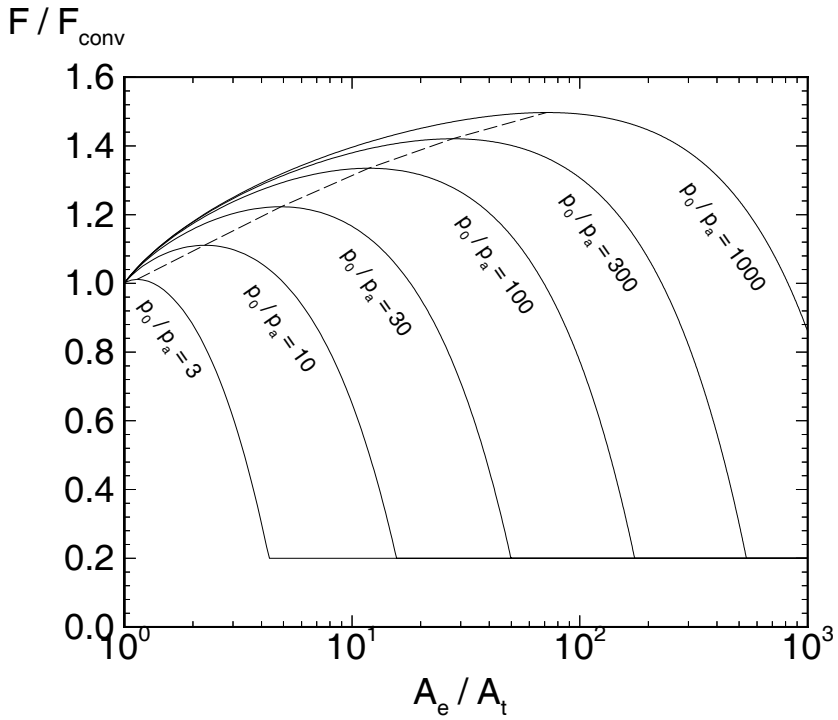

Figure 3.16: Rapporto tra spinta di un ugello convergente–divergente e spinta di un ugello semplicemente convergente, al variare di p_0/p_a ($= p_c/p_a$ per endoreattori). $\gamma = 1.2$.

temperatura massima del ciclo e temperatura ambiente pari a 6, un rendimento di compressione pari a 0.88, e rendimento di espansione pari a 0.90, il vantaggio di spinta ottenibile (al decollo) da un ugello convergente–divergente adattato alla pressione ambiente, contro un ugello invece puramente convergente, è limitato ad appena il 4.7%. A fronte di questo piccolo aumento, deve essere tenuto in conto il peso aggiuntivo della parte divergente dell'ugello, e la resistenza aerodinamica aggiuntiva da esso introdotta. La fig. 3.16 mostra più in generale il rapporto tra la spinta ottenibile da un ugello convergente–divergente, e quella ottenibile da un ugello puramente convergente, in funzione del rapporto di espansione del divergente, con il rapporto di pressione disponibile p_0/p_a come parametro (indichiamo la pressione totale come p_0 perché nei turbogetti essa è minore della pressione in camera p_c, per effetto del salto di pressione assorbito dalla turbina). È importante notare che per ogni valore di p_0/p_a le curve presentano un massimo, che si verifica quando $p_e = p_a$, cioè per ugello adattato. Il caso del turbogetto corrisponde ad un valore del rapporto di pressione disponibile per l'espansione di circa 7 nell'esempio citato, per cui il vantaggio ottenuto dall'impiego di un ugello convergente–divergente, pur adattato, è molto modesto.

L'unico caso in cui *è necessario* utilizzare un ugello convergente–divergente in un turboreattore è quello in cui si adotti la postcombustione. Infatti per ottenere alte velocità di uscita, necessarie per produrre una spinta ad altissime velocità di volo v_0, vedi (1.5), è necessario far proseguire l'espansione nel divergente. Inoltre, è comunque necessario modificare la geometria dell'ugello quando si accende il postbruciatore, poiché altrimenti l'alta temperatura del gas nel postcombustore (non più limitata dai limiti imposti dalla turbina) provocherebbe il *choking termico* del flusso (come si può vedere dalla (3.33), la massima portata che può essere smaltita da un ugello di area di gola assegnata si riduce al crescere della temperatura di ristagno). Occorre quindi aumentare l'area della sezione di gola dell'ugello per poter lasciare invariata la portata in massa che percorre il motore; ciò può essere

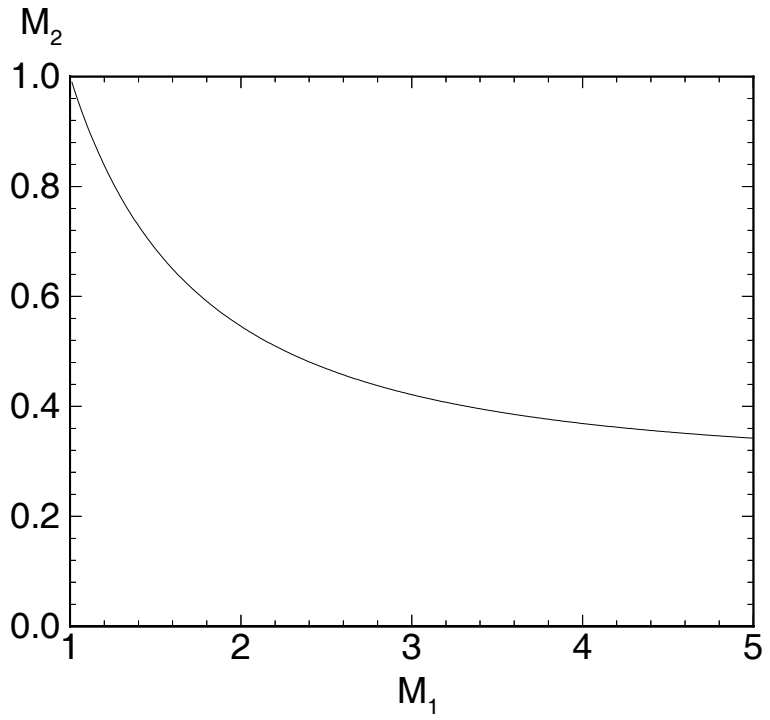

Figure 3.17: Numero di Mach a valle di un urto normale. $\gamma = 1.2$.

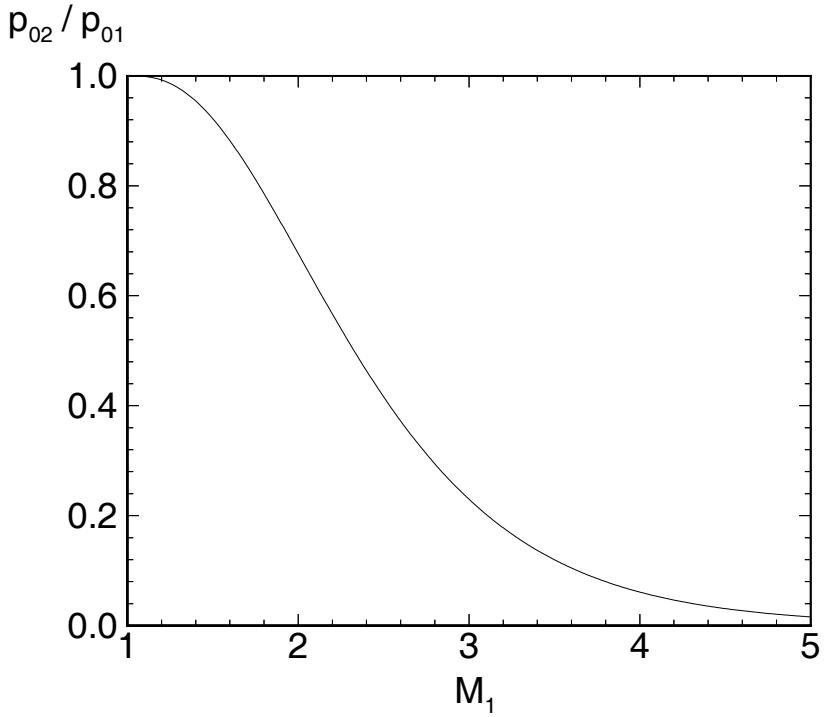

Figure 3.18: Rapporto di pressioni totali attraverso un urto normale. $\gamma = 1.2$.

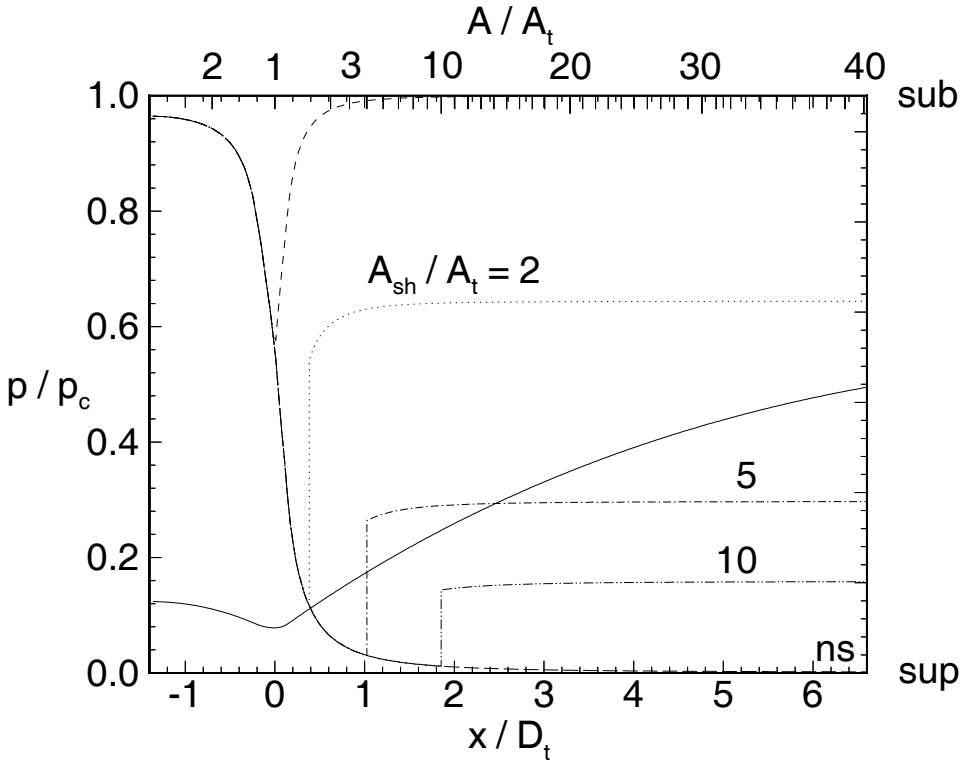

Figure 3.19: Andamento della pressione nell'ugello: — — — flusso supersonico nel divergente, – – – – flusso subsonico; andamento in presenza di urti per vari valori di A_{sh}/A_t, per $\gamma = 1.224$.

fatto aprendo una sorta di ganascia posta in corrispondenza della gola, il che permette di aumentarne l'area e di introdurre una piccola porzione divergente dell'ugello.

3.6 Comportamento in presenza di urti

Abbiamo visto che resta da determinare il comportamento dell'ugello quando la pressione ambiente è compresa tra p_{sup} e p_{sub} (valori indicati in fig. 3.19 per l'esempio con $\epsilon = 40$ e $\gamma = 1.224$, anche se riesce difficile distinguerli essendo molto prossimi a zero ed uno rispettivamente, infatti $p_{sup}/p_c = 0.0019$ e $p_{sub}/pc = 0.99987$, causa l'alto rapporto di espansione). In queste condizioni non possono aversi soluzioni isentropiche. Il flusso nel divergente sarà supersonico immediatamente a valle della gola, tuttavia in una certa sezione si instaurerà un'onda d'urto, a valle della quale il flusso è nuovamente subsonico e si ricomprime fino a raggiungere un valore della pressione di uscita $p_e = p_a$. L'urto si localizza in modo da soddisfare quest'ultima condizione. Se in particolare l'urto è localizzato nella sezione di uscita dell'ugello, la pressione a valle dell'urto sarà la p_{ns} indicata in fig. 3.19 (la sua determinazione è indicata più sotto). Nell'ambito di una trattazione monodimensionale del flusso entro l'ugello (che, come vedremo, risulta inadeguata), è allora possibile distinguere un campo di valori per la pressione ambiente, $p_{ns} < p_a < p_{sub}$, in cui l'urto normale risulta localizzato entro l'ugello (ovviamente vicino alla sezione di uscita se p_a è prossima a p_{ns}, e vicino alla gola se p_a è prossima a p_{sub}), ed un campo, $p_{sup} < p_a < p_{ns}$, in cui l'urto deve trovarsi esternamente all'ugello (si tratterà pertanto di urti obliqui che si formano nella *plume*, cioè nel getto dell'endoreattore).

Attraverso un urto normale valgono [4] le seguenti relazioni per il numero di Mach e le pressioni totali (se indichiamo con l'indice 1 le condizioni a monte dell'urto e con l'indice 2 quelle a valle)

$$M_2 = \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}} \tag{3.57}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left[\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1) M_1^2}\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right]^{-\frac{1}{\gamma-1}} \tag{3.58}$$

Tali relazioni sono graficate nelle figg. 3.17, 3.18 per $\gamma = 1.2$.

Da esse si può intanto ricavare il valore di p_{ns}, corrispondente al caso particolare in cui l'urto normale è posizionato esattamente sulla sezione di uscita; assumendo quindi espansione supersonica in tutto il divergente, si ricava in funzione del rapporto di espansione ϵ (tramite la fig. 3.4) un valore del numero di Mach M_1 a monte dell'urto, che può essere utilizzato nella (3.58) per ricavare il rapporto delle pressioni totali attraverso l'urto. Essendo la pressione totale a monte dell'urto pari al valore in camera p_c, questa permette quindi di ricavare la pressione totale a valle dell'urto. Dalla (3.57) si ricava poi il numero di Mach a valle dell'urto, che consente di ricavare la pressione statica a valle dell'urto, cioè p_{ns}, attraverso la relazione tra pressione e numero di Mach (3.29), scritta per $p_0 = p_{02}$.

Torniamo ora al problema generale di un urto posizionato in una sezione generica del divergente. Se si assume nota la posizione dell'urto, quindi il valore di A_{sh}/A_t corrispondente alla sezione dove esso è localizzato, si può ricavare il valore di M_1 dalla (3.35), quindi M_2 dalla (3.57) e poi p_{02} dalla (3.58) (con $p_{01} = p_c$). Possiamo poi applicare la (3.30) tra la sezione immediatamente a valle dell'urto e la sezione d'uscita (in questa regione la pressione totale è costante al valore p_{02}, che quindi sostituisce p_c nella formula – la temperatura totale è sempre T_c perché il flusso è adiabatico), ottenendo

$$\frac{A_e}{A_{sh}} = \frac{M_2}{M_e} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{3.59}$$

Da questa espressione si ricava il numero di Mach sulla sezione di uscita M_e (con i metodi iterativi visti), e da quest'ultimo la p_e come

$$p_e = \frac{p_{02}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{3.60}$$

La T_e può al solito essere ricavata attraverso M_e dalla (3.28), scritta per $T_0 = T_c$, essendo il flusso non isentropico ma pur sempre adiabatico:

$$T_e = \frac{T_c}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2} \tag{3.61}$$

In realtà quello che accade è che la pressione ambiente è data, ed occorre localizzare la posizione dell'urto; sarà allora necessario risolvere il problema iterativamente.

Vediamo dunque come variano F e c con la pressione ambiente p_a. Se $p_{sup} < p_a < p_{ns}$ il flusso all'interno dell'ugello è ancora isentropico (gli urti sono esterni), per cui possiamo ancora utilizzare le (3.37,3.51). Se invece $p_{ns} < p_a < p_{sub}$ gli urti saranno localizzati all'interno dell'ugello, e per valutare la velocità di uscita v_e bisogna utilizzare la (3.25), che suppone semplicemente flusso adiabatico, anziché la (3.26) che richiede flusso isentropico, ottenendo quindi

$$F = p_c A_t \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \Gamma \sqrt{1 - \frac{T_e}{T_c}} \tag{3.62}$$

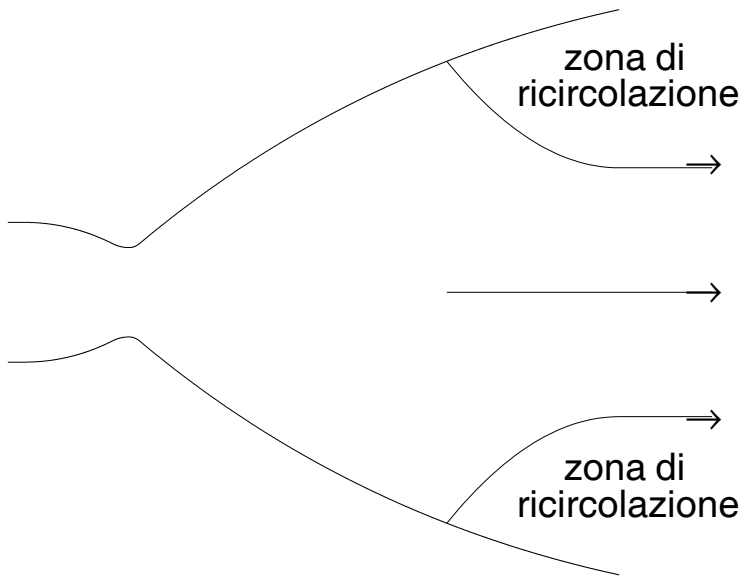

Figure 3.20: Separazione e formazione di una vena contratta per flusso sovraespanso.

$$c = \sqrt{\frac{R^0 T_c}{W}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \sqrt{1 - \frac{T_e}{T_c}} \tag{3.63}$$

In queste condizioni di flusso (ugello sovraespanso) ovviamente il termine di spinta di pressione risulta nullo perché appunto il flusso sulla sezione di uscita è subsonico e quindi $p_e = p_a$.

La trattazione sviluppata fin qui suppone che il flusso nell'ugello sia monodimensionale. In realtà, quando il rapporto α tra la pressione di uscita p_e e la pressione ambiente p_a scende sotto un valore compreso tipicamente tra 0.25 e 0.4 (dipende dalla rugosità delle pareti dell'ugello, dal rapporto di espansione dell'ugello ϵ, dal valore del gradiente di pressione, dalla viscosità del fluido), anziché urti normali si formano urti obliqui; la presente trattazione monodimensionale non risulta quindi applicabile. A valle dell'urto obliquo si ha separazione del flusso, si forma quindi una sorta di vena contratta, all'interno del quale il flusso è sostanzialmente isentropico, vedi fig. 3.20. Una volta avvenuta la separazione, il grosso della portata in massa fluisce attraverso la regione centrale (supersonica e isentropica), e solo una piccola parte attraverso la zona di flusso separato (subsonica e non isentropica). In queste condizioni l'area di uscita efficace ai fini della spinta è l'area della sezione di uscita interessata dal flusso supersonico. Essa si autoregola in funzione della pressione ambiente in modo tale da mantenere la condizione di ottimo della spinta ($p_e = p_a$), e garantendo in tal modo prestazioni superiori a quelle calcolabili sotto l'ipotesi di flusso quasi–monodimensionale. Un urto normale può verificarsi solo per sovraespansione estremamente alta. Incidentalmente, facciamo notare che nel caso in cui si adottino propellenti contenenti polveri metalliche, il rapporto α può salire fino a 0.6.

3.6.1 Esempio – effetto della quota

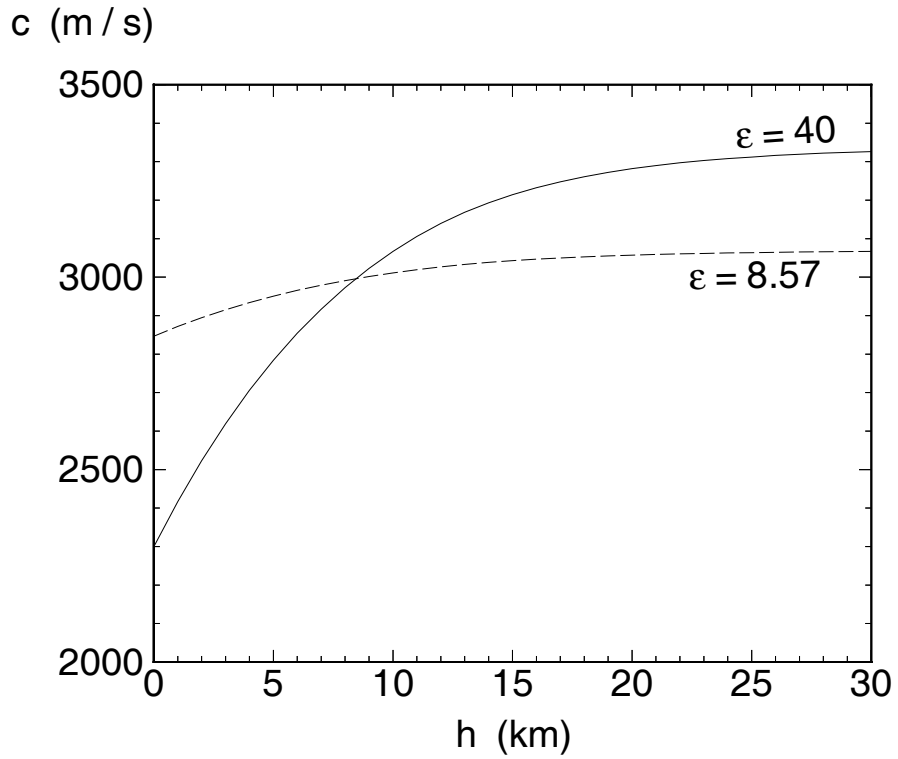

Figure 3.21: Velocità efficace di uscita in funzione della quota. —— $A_e/A_t = 40$, — — — $A_e/A_t = 8.57$.

Riprendiamo l'esempio dell'ugello in Sez. 3.5.1. La pressione p_{ns} risulta essere pari a 279 kPa, utilizzando le (3.57,3.58), per cui non c'è alcun rischio che possa formarsi un urto normale entro l'ugello (la p_a potrà al massimo essere la pressione al livello del mare, pari a circa 101 kPA). Tuttavia vediamo che con il rapporto di espansione dato, la pressione all'uscita per flusso isentropico risulta di circa 13.3 kPa, per cui fino ad una quota di circa 14400 m l'ugello lavora in condizioni di sovraespansione. L'espansione ottima al livello del suolo richiederebbe un ugello con $\epsilon \simeq 8.57$, e c'è quindi una perdita. Per contro, per $p_a < 13.3$ kPa, cioè per quote superiori a circa 14400 m, l'ugello con $\epsilon = 40$ risulta sottoespanso. Quindi la scelta del rapporto di espansione dell'ugello, per ugelli che devono operare su un campo di quote, cioè di pressioni ambiente, molto esteso, scaturirà da un compromesso tra le prestazioni a bassa quota (la cui ottimizzazione richiederebbe un ϵ limitato) e prestazioni ad alta quota (per le quali è indicato un alto valore di ϵ), tenendo conto anche degli altri fattori che influenzano le prestazioni globali del veicolo spaziale (peso e ingombro dell'ugello – quest'ultimo può portare ad un aumento della resistenza aerodinamica).

Nella fig. 3.21 riportiamo gli andamenti della velocità efficace di uscita in funzione della quota di volo h, per i due valori del rapporto di espansione $\epsilon = A_e/A_t$ citati.

Si noti che una variazione della pressione esterna viene avvertita dal flusso entro l'ugello, anche quando esso è supersonico (per cui in teoria le perturbazioni non dovrebbero risalire verso monte), attraverso lo strato limite, che costituisce una zona di flusso a bassa velocità attraverso cui le perturbazioni possono risalire. Quindi, in ogni caso nell'ugello si hanno effetti multidimensionali (anche se in una zona di spessore limitato)

La separazione, ancorché abbia un effetto benefico su F e c, crea problemi: può generare grosse forze laterali sull'ugello durante il transitorio legato all'instaurarsi dell'urto stesso. Si può notare dalla fig. 3.16 che mentre la sottoespansione dà luogo a perdite relativamente contenute, la sovraespansione

può invece dare luogo a perdite di spinta molto elevate, quindi si cercherà di progettare un ugello in modo che non si trovi ad operare con una sovraespansione significativa. I valori normalmente utilizzati di ϵ vanno da 3 a 35 per ugelli che operano a bassa quota, e da 40 a 100 e più per ugelli che devono lavorare nel vuoto. Per adattare il rapporto di espansione dell'ugello alla pressione, man mano che il veicolo sale in quota, si può pensare di utilizzare ugelli a geometria variabile: per esempio con pareti scorrevoli o ripiegabili, che permettono due o tre posizioni (non è comunque possibile una regolazione continua). Tuttavia tali dispositivi sono pesanti e poco affidabili, per cui sono scarsamente utilizzati.

3.6.2 Esempio – carichi

Abbiamo visto che l'endoreattore considerato in sez. 3.5.2 sviluppa (nel vuoto) una spinta di 300 kN quando si adotta un ugello con rapporto di espansione $\epsilon = 40$, e pari a 200.8 kN se si adotta un ugello semplicemente convergente. Supponendo che le pareti dell'ugello abbiano uno spessore di 3 mm, determinare lo sforzo normale sostenuto dal materiale in direzione assiale in corrispondenza alla gola.

Il carico sulla gola è dato dall'incremento di spinta ottenuto grazie alla sezione divergente dell'ugello, cioè $\Delta F = 300 - 200.8 = 99.2$ kN. Tale carico si scarica tutto sulla gola dell'ugello, di diametro $D_t = 0.1713$ e spessore $t = 3$ mm; l'area che sopporta il carico risulta quindi

$$A \simeq \pi D_t t \simeq 1.614 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \tag{3.64}$$

per cui

$$\sigma = \frac{\Delta F}{A} \simeq 61.5 \text{ MPa} \tag{3.65}$$

Si noti che sullo spessore dell'ugello, oltre al carico assiale calcolato, agisce anche uno sforzo in direzione circonferenziale che si oppone alla pressione.

3.7 Ugelli reali.

In questa sezione analizziamo come il comportamento di un ugello reale si discosta da quello dell'ugello reale sin qui studiato, l'influenza di tali scostamenti sulle prestazioni, e diamo indicazioni su come tenere in conto tali effetti.

3.7.1 Divergenza.

Se adottiamo una sezione divergente dell'ugello di forma tronco–conica (facile da costruire) con angolo di semiapertura α, avremo che, mentre la velocità in prossimità dell'asse di simmetria dell'ugello è diretta secondo l'asse, in prossimità delle pareti essa sarà diretta tangenzialmente alle stesse, quindi forma un angolo α con la direzione dell'asse; la componente normale all'asse non contribuisce quindi alla spinta. In altre parole, si hanno effetti multidimensionali, che non possono essere tenuti in conto da una trattazione quasi–monodimensionale. L'entità delle perdite è legata al valore di α; se indichiamo con λ un fattore correttivo da applicare al termine di spinta impulsiva, in modo da poter esprimere la spinta come

$$F = \lambda \dot{m} v_e + A_e (p_e - p_a) \tag{3.66}$$

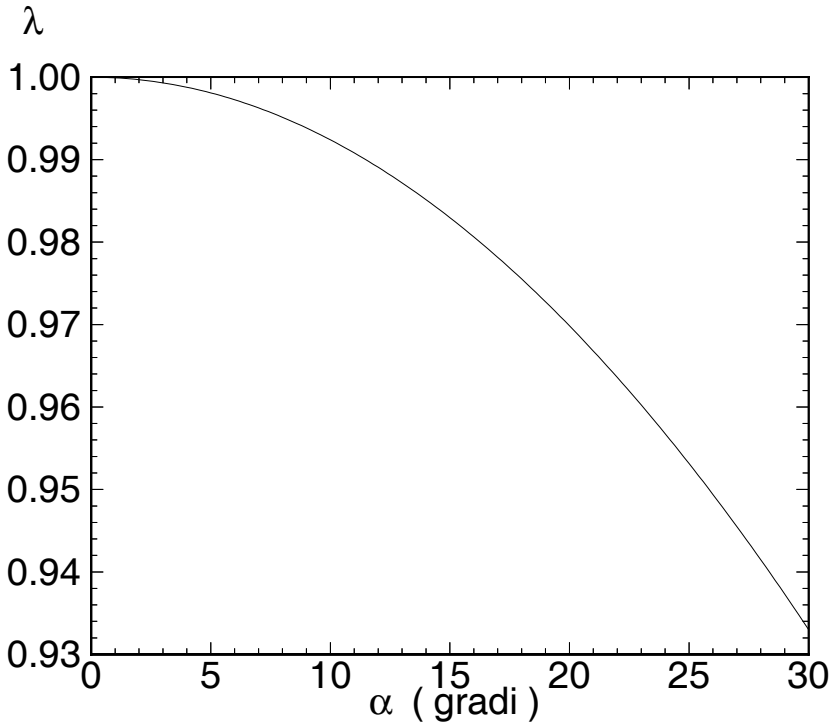

Figure 3.22: Fattore di perdita per divergenza in funzione dell'angolo di semiapertura dell'ugello.

tale fattore risulta dato dall'espressione

$$\lambda = \frac{1}{2}(1 + \cos\alpha) \tag{3.67}$$

che è graficata in fig. 3.22. Come si vede oltre un certo valore di α le perdite aumentano rapidamente, per cui normalmente si adottano valori compresi tra i 12 ed i 18 gradi. Un basso valore di α comporta basse perdite per divergenza ma richiede ugelli lunghi (quindi pesanti; aumentano inoltre le perdite per attrito) per raggiungere il valore del rapporto di espansione desiderato; un valore di α elevato permette di ottenere ugelli corti, quindi leggeri, ma comporta significative perdite di spinta. La scelta sarà perciò dettata da un compromesso.
Una configurazione alternativa dell'ugello, che consente di ridurre le perdite per divergenza ad un livello trascurabile, è quello dell'ugello a campana (*bell*, o *contoured nozzle*), vedi fig. 3.23, in cui l'angolo α che la parete dell'ugello forma con l'asse varia da valori fino a 30 – 60 gradi immediatamente a valle della gola (per permettere una rapida espansione; grazie al forte gradiente di pressione che si ha in prossimità della gola, vedi fig. 3.8, non c'è rischio di separazione), fino a valori di appena 2 – 8 gradi all'uscita, ai quali corrispondono perdite per divergenza praticamente trascurabili. Tale configurazione permette quindi di avere ugelli corti, cioè leggeri, con bassissime perdite. È tuttavia più difficile da realizzare, quindi più costosa.

Per endoreattori a propellenti liquidi la configurazione a campana è normalmente preferita, per effetto dei vantaggi citati. Per endoreattori a propellenti solidi si adottano invece ugelli tronco–conici, poiché i loro prodotti di combustione contengono particelle solide come ossido di alluminio (dovute all'utilizzo di additivi metallici) che con un ugello a campana andrebbero a colpire le pareti dello stesso (tali particelle non seguono infatti le stesse traiettorie delle particelle fluide, vedi sez. 3.7.5), annullando così i vantaggi fluidodinamici, e provocando inoltre una fortissima erosione dell'ugello.

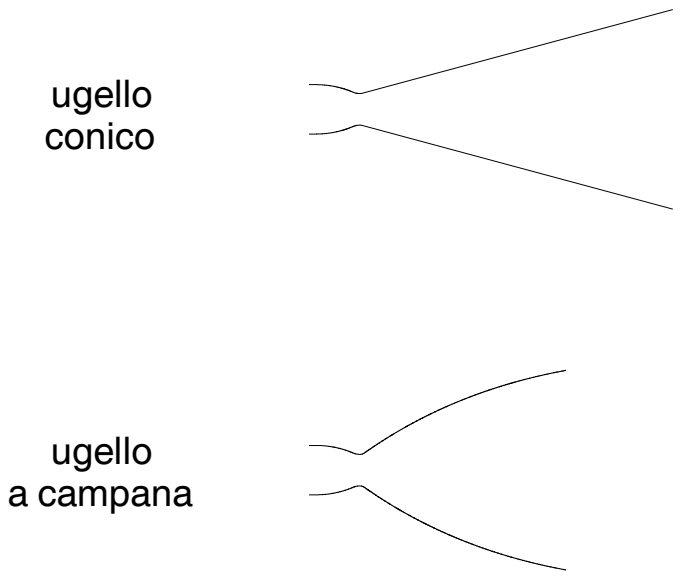

Figure 3.23: Ugello tronco–conico ed ugello a campana.

Altri tipi di ugello, che consentono una qualche regolazione del funzionamento al variare della quota, non sono praticamente utilizzati perché più complicati, pesanti e meno affidabili.

Per quanto detto sui valori di α ammissibili, la perdita per divergenza è limitata ad un massimo del 2.5%.

3.7.2 Perdite per attrito.

Queste perdite sono dovute all'attrito di parete che riduce il flusso della quantità di moto, come si può facilmente vedere dalla (3.2). Esse si generano quindi nello strato limite che si forma in prossimità delle pareti, per analizzare compiutamente il quale occorre una trattazione multidimensionale. Incidentalmente, nello strato limite la temperatura della parete può localmente superare il valore T_g che essa assume al di fuori dello strato stesso; infatti in questa regione a bassa velocità si ha conversione di energia cinetica in energia termica, per cui la temperatura statica tende alla temperatura di ristagno definita dalla (3.28), vedi fig. 3.24. Bisogna poi tener conto del fatto che nello strato limite si ha anche generazione di calore per attrito.
Le perdite di spinta dovute all'attrito sono ovviamente più importanti in ugelli lunghi (cioè con alti rapporti di espansione e/o bassi semiangoli di apertura).

Per poter valutare dettagliatamente le perdite per attrito occorre dunque un'analisi multidimensionale del flusso, che includa i termini viscosi. Occorrerà adottare quindi la forma completa delle equazioni di Navier–Stokes per la conservazione della massa (continuità), quantità di moto, energia. Adottando notazione tensoriale cartesiana, in cui gli indici k e l sono riservati per indicare una sommatoria rispetto alle varie direzioni coordinate, possiamo scrivere tale sistema di equazioni per il caso generale di flusso multidimensionale – stazionario, come:

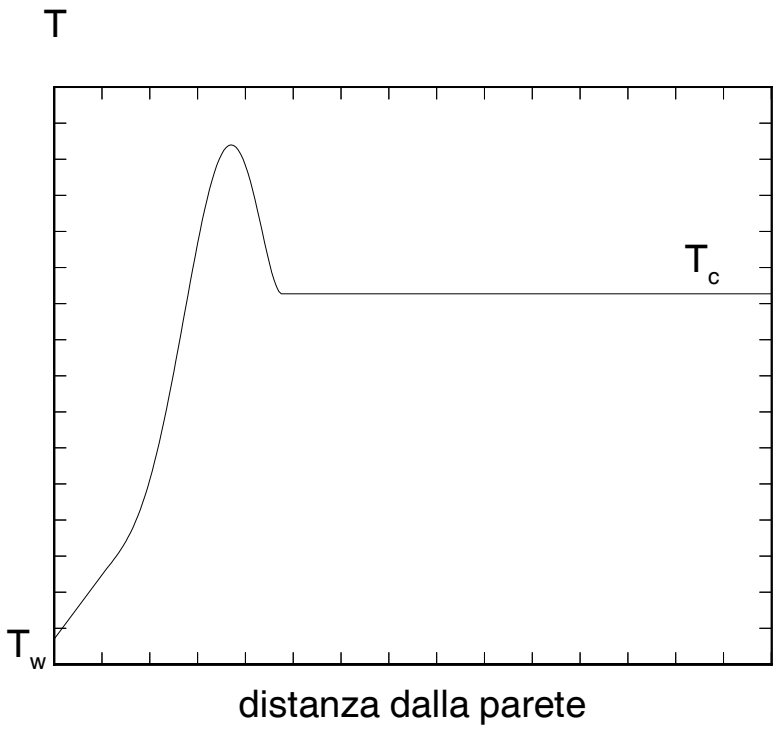

Figure 3.24: Andamento della temperatura statica nello strato limite.

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho\, v_k) \;=\; 0 \tag{3.68}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho\, v_k\, v_i) \;=\; \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\,\delta_{ik}\,\mu\,\frac{\partial v_l}{\partial x_l}\right] - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho\, g_i \qquad i \;=\; 1,2,3 \tag{3.69}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho\, v_k\, h_0) \;=\; \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\frac{\lambda}{c_p}\,\frac{\partial h}{\partial x_k}\right] + \frac{\partial q_k^R}{\partial x_k} \tag{3.70}$$

δ_{ik} è l'operatore di Kronecker, g_i indica la componente dell'accelerazione di gravità nella direzione i, e q^R indica il flusso di calore per radiazione.

Il coefficiente di viscosità μ varia con la temperatura; se in particolare consideriamo l'aria, si può utilizzare la legge di Sutherland nella forma

$$\mu \;=\; 1.458\cdot 10^{-6}\,\frac{T^{3/2}}{110.4 + T}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}} \tag{3.71}$$

Per esempio a 300 K si ha $\mu = 1.846\cdot 10^{-5}$ kg/(m · s), a 3000 K $\mu = 7.70\cdot 10^{-5}$ kg/(m · s). Per le miscele gassose di prodotti di combustione che evolvono attraverso l'ugello μ sarà ovviamente diverso, comunque i valori restano sempre nell'ordine di grandezza di quelli citati. Notiamo incidentalmente che per effetto dell'aumento di μ con T, il numero di Reynolds

$$Re \;=\; \frac{\rho\, v\, D}{\mu} \tag{3.72}$$

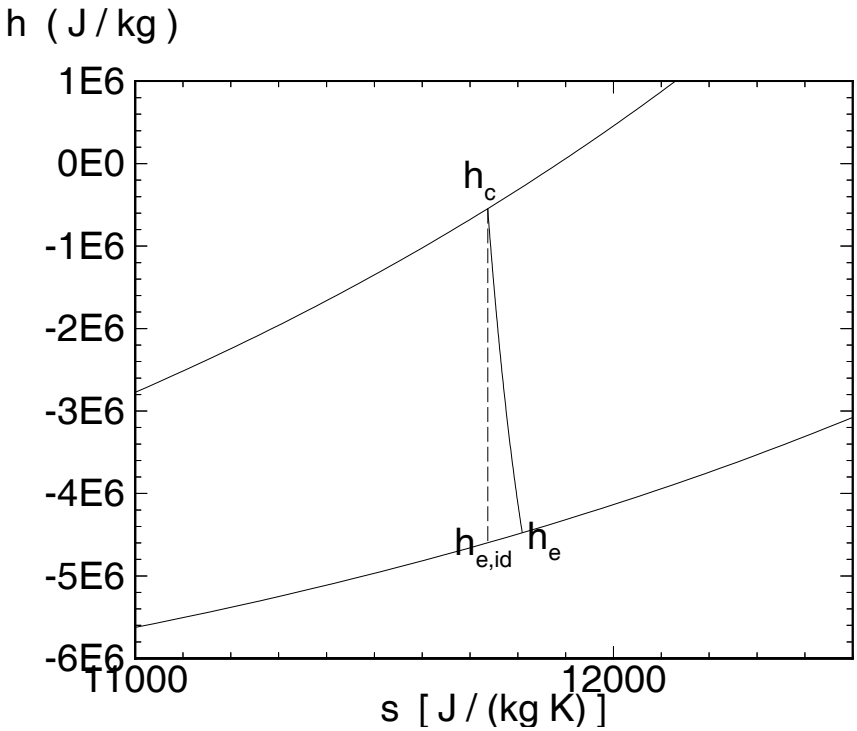

Figure 3.25: Definizione di rendimento dell'ugello.

nel flusso in un condotto con cessione di calore al fluido, tende a diminuire per effetto dell'aumento di temperatura.

In realtà, in prossimità della parete dell'ugello si forma uno strato limite *turbolento*, la cui presenza può essere tentativamente descritta aggiungendo alla viscosità *molecolare* sin qui considerata (cioè dovuta ai moti di agitazione termica delle molecole) una viscosità *turbolenta* definita secondo un opportuno modello, e che risulta normalmente preponderante rispetto alla prima. Lontano dalla parete gli effetti dovuti alla turbolenza sono invece normalmente trascurabili, in quanto la fortissima accelerazione del flusso che si ha nell'ugello tende a sopprimere le fluttuazioni turbolente.

Notiamo infine che, essendo vicino alla parete il flusso subsonico, all'uscita dell'ugello esso può curvarsi fino a 180 gradi ed andare a *contaminare* il qualche misura il veicolo, un effetto che può avere una sua importanza per propulsori di satelliti e capsule spaziali.

Le perdite per attrito possono essere tenute in conto introducendo un rendimento dell'ugello η_n, rapporto tra il salto di entalpia Δh che si ha effettivamente in un ugello operante tra le pressioni p_c e p_e, ed il salto di entalpia ideale Δh_{id} che si avrebbe se l'espansione tra le due pressioni citate fosse isentropica, vedi fig. 3.25.
Si definisce cioè

$$\eta_n = \frac{\Delta h}{\Delta h_{id}} = \frac{h_c - h_e}{h_c - h_{e,id}} \tag{3.73}$$

per cui è possibile riscrivere la (3.26) come

$$v_e = \sqrt{\eta_n \frac{2\,\gamma\,R}{\gamma - 1} T_c \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \tag{3.74}$$

η_n è generalmente compreso tra 0.97 e 0.99 Tenendo conto che il termine impulsivo è preponderante nella spinta, e che η_n può essere scritto come $1 - \varepsilon$, essendo ε un numero piccolo rispetto ad uno (per cui cui vale l'espansione $\sqrt{1-\varepsilon} \sim 1 - \varepsilon/2$), la corrispondente perdita di spinta è compresa tra 0.5% e 1.5%.

3.7.3 Variazione della composizione chimica.

Nella nostra trattazione abbiamo supposto che la composizione chimica del fluido operativo non vari. In realtà la composizione nell'ugello varia per effetto delle reazioni chimiche. Possiamo distinguere tre livelli di descrizione del flusso: 1) flusso a composizione congelata (*frozen*), che è appunto il caso che abbiamo sinora considerato: questa assunzione comporta che il tempo caratteristico delle reazioni chimiche, che indichiamo con t_c, sia infinito, per cui esse non procedono affatto; 2) flusso in equilibrio chimico, in cui il tempo chimico è nullo, per cui la composizione del flusso si adegua istantaneamente alle condizioni locali di temperatura e pressione che prevalgono nell'ugello; 3) flusso con chimica a velocità finita (*finite–rate chemistry*), in cui quindi t_c ha un valore finito (cioè, né nullo, né infinito). Incidentalmente, i criteri per definire t_c possono essere diversi, ci basta comunque qui intenderlo come un'ordine di grandezza del tempo caratteristico delle reazioni energeticamente significative.

Nell'ipotesi di flusso congelato, bastano quindi due grandezze per definire lo stato del gas; nel sistema (3.18) abbiamo adottato pressione e temperatura. Nell'ipotesi di equilibrio chimico sono ancora sufficienti due variabili; la composizione del fluido non è più costante, però in tali condizioni possiamo esprimerla in funzione delle stesse due grandezze citate. In realtà le reazioni avvengono in un tempo finito, per cui a rigore tutti i flussi devono essere considerati reagenti con chimica a velocità finita, ed alle due variabili di stato p e T occorre aggiungere N variabili, tante quante sono le specie chimiche che compongono il fluido, che diano la frazione, di massa Y_i o molare X_i, della specie i–esima su un chilogrammo od una mole di gas, rispettivamente. Di queste N frazioni di massa, o molari, solo $N - 1$ sono indipendenti, poiché evidentemente la loro somma deve essere unitaria.

Prima di passare a descrivere il caso di chimica a velocità finita, dedichiamo un cenno alla descrizione del flusso sotto l'ipotesi di equilibrio chimico.

Chimica in equilibrio

Abbiamo detto che in condizioni di equilibrio chimico ogni grandezza di stato può essere espressa in funzione di altre due qualsiasi [2] grandezze di stato. Possiamo scegliere ad esempio come coppia di variabili di stato indipendenti l'entropia e l'entalpia. In condizioni di equilibrio chimico, l'entropia resta costante al valore in camera s_c, essendo le reazioni chimiche assunte reversibili [10]. L'entalpia invece andrà decrescendo monotonicamente (nel caso in cui il flusso sia supersonico nel divergente) dal valore in camera h_c. Assunto un valore di $h < h_c$, possiamo immediatamente trovare il corrispondente valore della velocità dalla conservazione dell'entalpia totale, vedi la (3.23) scritta nella forma generale

[2] Devono però essere escluse le coppie del tipo (T, e), (T, h), (e, h), in quanto tanto l'energia interna e che l'entalpia h dipendono solo dalla temperatura T.

$$h_c = h + \frac{v^2}{2} \tag{3.75}$$

dalla quale quindi

$$v = \sqrt{2\,(h_c - h)} \tag{3.76}$$

Risulta poi possibile determinare, mediante opportuni codici di calcolo di equilibrio chimico, la velocità locale del suono (anch'essa una grandezza di stato)

$$a = a_{eq}(s_c, h) \tag{3.77}$$

e quindi il numero di Mach $M = v/a$. Procedendo iterativamente, si può quindi identificare la sezione critica, ossia per la quale $M = 1$ (cioè il valore di h^* corrispondente, l'asterisco indicando le condizioni critiche). Si determina quindi il valore ρ^* della densità sulla sezione critica, analogamente alla (3.77), come

$$\rho^* = \rho_{eq}(s_c, h^*) \tag{3.78}$$

e quindi la portata in massa attraverso l'ugello

$$\dot{m} = \rho^* A_t\, a^* \tag{3.79}$$

Per ogni valore di h assunto, è allora possibile ricavare v e ρ secondo la (3.76) e l'analoga della (3.78), per cui il rapporto d'aree corrispondente si trova imponendo la conservazione della massa

$$\frac{A}{A_t} = \frac{\rho^*\, a^*}{\rho\, v} \tag{3.80}$$

La conoscenza della geometria dell'ugello, cioè una relazione del tipo (3.55), consente poi di localizzare l'ascissa della sezione per la quale si è assunto il valore di h. Da relazioni di equilibrio analoghe alle (3.77,3.78) è poi possibile determinare, per ciascuna sezione, i valori di tutte le grandezze di stato come temperatura, pressione e composizione chimica. Incidentalmente, è possibile eliminare l'ipotesi che il gas sia caloricamente perfetto, in quanto i codici di calcolo di equilibrio tengono correttamente in conto le variazioni del calore specifico della miscela per effetto della temperatura e della composizione.

Chimica a velocità finita

Riprendiamo ora il caso più generale di chimica a velocità finita, ricordando innanzitutto che in questo caso occorre determinare non più due sole variabili di stato, bensì $N+2$ variabili (o $2+N-1 = N+1$ se teniamo esplicitamente conto del fatto che le frazioni di massa, o molari, non sono tutte indipendenti). Per studiare compiutamente il flusso in tali condizioni, occorre allora risolvere, oltre ad equazioni per la conservazione della massa (continuità), quantità di moto, energia (3.68–3.70), equazioni per la concentrazione delle N specie chimiche. Adottando notazione tensoriale cartesiana, possiamo scriverle, per il caso generale di flusso multidimensionale – stazionario, come:

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho\, v_k\, Y_i) = \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\rho\, \mathcal{D}\, \frac{\partial Y_i}{\partial x_k}\right] + w_i \qquad i = 1, ..., N \tag{3.81}$$

ove $\mathcal{D}$ è il coefficiente di diffusione delle specie (assunto per semplicità uguale per tutte le specie chimiche). Nota la composizione del gas in termini di frazioni di massa, possiamo ricavare ρ attraverso il peso molecolare medio W, grazie all'equazione termica di stato nella forma, ricavata da (3.5,3.7):

$$\rho = \frac{p\,W}{R^0\,T} \tag{3.82}$$

Osserviamo che, poiché una mole di miscela gassosa è composta da X_1 moli della specie 1, etc., il peso molecolare medio risulta

$$W = \sum_{i=1}^{N} X_i\,W_i \tag{3.83}$$

Per esprimerlo in funzione delle frazioni di massa, osserviamo che su una mole di gas, di massa W, la massa della specie i è X_iW_i, per cui vale tra frazioni di massa e molari la relazione

$$Y_i = \frac{X_i\,W_i}{W} \tag{3.84}$$

Esplicitando X_i da questa relazione e sommando, si arriva alla relazione cercata:

$$W = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{Y_i}{W_i}\right]^{-1} \tag{3.85}$$

Il calore specifico c_p del gas che compare nell'equazione dell'energia (3.70) può essere espresso come

$$c_p = \sum_{i=1}^{N} Y_i\,c_{p,i} \tag{3.86}$$

dove il $c_{p,i}$ della singola specie può essere espresso come una funzione della temperatura (vedi però la sez. 3.7.4). I coefficienti di diffusione molecolare μ, λ, $\mathcal{D}$ che compaiono rispettivamente nelle (3.68,3.69,3.70) dipendono dalla composizione e dalla temperatura in modo complesso [7, 8]. Possiamo tuttavia introdurre accettabili ipotesi semplificative, definendo i numeri adimensionali di Prandtl e Schmidt

$$Pr = \frac{\mu\,c_p}{\lambda} \qquad\qquad Sc = \frac{\mu}{\rho\,\mathcal{D}} \tag{3.87}$$

che esprimono quindi il rapporto tra la diffusività della quantità di moto e dell'energia, e della quantità di moto e delle specie. Per la maggior parte dei gas possiamo assumere che

$$Pr \simeq Sc \simeq 0.7 \tag{3.88}$$

cioè che il numero di Lewis

$$Le = \frac{Sc}{Pr} \simeq 1 \tag{3.89}$$

L'assunzione (3.89) è tuttavia piuttosto inadatta all'idrogeno molecolare ed atomico, per i quali si hanno valori di Le rispettivamente intorno a 0.3 e 0.2. Notiamo che nello scrivere le equazioni dell'energia e delle specie nelle forme (3.70,3.81), è stato già supposto che valga l'assunzione (3.89), altrimenti occorrerebbe introdurre termini aggiuntivi che tengano conto della *diffusione differenziale*. Per le (3.88), tanto λ/c_p quanto $\rho\,\mathcal{D}$ avranno sempre valori dell'ordine di grandezza di 10^{-5} kg/(m $\cdot$ s).

La w_i che compare a secondo membro della (3.81) è il termine sorgente della specie i–esima, cioè la produzione (o distruzione) di specie chimiche per effetto delle reazioni [in kg/(m^3 s)], per il quale vale l'espressione di Arrhenius, vedi p. es. [9]:

$$w_i \;=\; W_i \sum_{k=1}^{M} B_k \, \Delta\nu_{i,k} \, \rho^{m_k} \, T^{\alpha_k} \, \exp\left(-\frac{E_k}{R^0 \, T}\right) \prod_{j=1}^{N} \left(\frac{Y_j}{W_j}\right)^{\nu'_{j,k}} \tag{3.90}$$

In questa espressione B_k è chiamato fattore di frequenza della reazione k–esima, E_k è l'energia di attivazione della stessa, M indica il numero totale di reazioni considerate. Tale forma fa riferimento ad una notazione per la generica reazione k come

$$\sum_{i=1}^{N} \nu'_{i,k} \, M_i \;=\; \sum_{i=1}^{N} \nu''_{i,k} \, M_i \tag{3.91}$$

M_i indica l'i–esima specie, $\nu'_{i,k}$ il suo coefficiente stechiometrico nella reazione k come reagente e $\nu''_{i,k}$ come prodotto; $\Delta\nu_{i,k}$ nella (3.90) è definito come $\nu''_{i,k} - \nu'_{i,k}$, mentre $m_k = \sum_i^N \nu'_{i,k}$ è la *molecolarità* della reazione, cioè il numero di molecole che reagiscono nella reazione k.

Ovviamente le ipotesi di flusso chimicamente congelato e flusso in equilibrio chimico sono solo ipotesi limite, perché le reazioni chimiche avvengono sempre con velocità finita. Esistono tuttavia situazioni in cui risulta possibile approssimare le condizioni di flusso ad una di queste due estreme. Per poter valutare se ciò è possibile occorre, più che considerare il tempo caratteristico t_c delle reazioni chimiche in sé, come abbiamo fatto all'inizio della sez. 3.7.3, confrontarlo con il tempo caratteristico del flusso t_f (inteso come rapporto tra una dimensione caratteristica ed una velocità, ad una data ascissa dell'ugello), il quale risulta perciò inversamente proporzionale alla velocità locale. Possiamo perciò introdurre un nuovo numero adimensionale, rapporto fra questi due tempi caratteristici, detto numero di Damkhöler

$$Da \;=\; \frac{t_f}{t_c} \tag{3.92}$$

Se il tempo caratteristico della chimica è molto grande rispetto al tempo fluidodinamico, le reazioni non avanzeranno apprezzabilmente durante l'evoluzione nel tratto di condotto considerato, e possiamo approssimare il flusso come flusso chimicamente congelato; se al contrario t_c è molto breve rispetto a t_f, la composizione del fluido si adatta subito ai valori locali di T e p, e possiamo approssimare il flusso ad un flusso in equilibrio chimico; se poi i due tempi sono confrontabili, non possiamo che ricorrere ad una descrizione come flusso con chimica a velocità finita. Possiamo quindi distinguere i seguenti regimi:

- $Da \ll 1$ – flusso chimicamente congelato
- $Da \sim 1$ – flusso con chimica a velocità finita
- $Da \gg 1$ – flusso in equilibrio chimico

Cerchiamo ora di capire come Da varia in un ugello. Il tempo fluidodinamico diminuisce all'aumentare della velocità, per cui andrà diminuendo procedendo dall'imbocco verso l'uscita dell'ugello. Il tempo chimico sarà molto breve ad alte temperature [a causa della dipendenza esponenziale del tasso di reazione dalla temperatura, vedi eq. (3.90)], relativamente alto a basse temperature, quindi andrà aumentando lungo l'ugello. Allora si intuisce facilmente che nel convergente sarà tipicamente

$Da \gg 1$, cioè flusso in equilibrio chimico, nel divergente $Da \ll 1$, cioè flusso chimicamente congelato; nella regione attorno alla gola si avrà invece $Da \sim 1$.

La risoluzione di un flusso chimicamente congelato è, come abbiamo visto, relativamente semplice; quella di un flusso in equilibrio chimico è solo moderatamente più complessa, vedi sez. 3.7.3; il flusso con chimica a velocità finita invece implica la risoluzione delle N (o $N-1$, se ricorriamo esplicitamente alla condizione che la somma delle frazioni di massa sia unitaria) equazioni delle specie (3.81). Ciò implica un'aumento sostanziale della complessità del sistema, in particolare per quanto riguarda la loro risoluzione numerica. Tale soluzione è infatti ostacolata dalla *rigidità numerica* [10] di tali equazioni, dovuta al fatto che i termini sorgente delle specie richiedono passi di integrazione estremamente piccoli, che rendono un'integrazione esplicita delle equazioni delle specie impraticabile. Bisogna allora ricorrere a solutori impliciti, più complessi e che richiedono notevoli tempi di calcolo. Un'approssimazione che consente di evitare la difficoltà insita nel trattamento di un flusso con chimica a velocità finita è la cosidetta *freezing condition* di Bray [11]. Essa assume che nella parte convergente dell'ugello, fino ad una certa sezione sita in prossimità della gola, il flusso sia descrivibile come in equilibrio chimico, mentre da tale sezione in poi, sia descrivibile come chimicamente congelato. La sezione in cui si presume avvenga il 'congelamento' del flusso è determinata con un'opportuna condizione; risulta comunque in genere prossima alla gola. In questa maniera il calcolo della zona con chimica a velocità finita viene evitato, con un'approssimazione accettabile.

Notiamo che spesso i flussi con chimica a velocità finita vengono semplicemente indicati come 'flussi in nonequilibrio chimico'; tale dizione è tuttavia da evitare in quanto si applica a rigore a tutti i flussi che non sono in equilibrio chimico, quindi a quelli con chimica a velocità finita, ma anche a quelli chimicamente congelati.

Nella parte convergente dell'ugello, come abbiamo detto, il flusso è sostanzialmente in equilibrio chimico; questo vuol dire che al diminuire della temperatura (dovuto all'espansione) molte specie che in camera di combustione si sono dissociate a causa dell'alta temperatura, si ricombinano. Per esempio due atomi di ossigeno si ricombinano per dare una molecola di ossigeno molecolare. Poiché le reazioni di ricombinazione comportano un rilascio di calore, questo fenomeno dà luogo ad un recupero di energia; ciò determina senz'altro un effetto positivo nel convergente, dove il flusso è subsonico (dallo studio del flusso di Rayleigh è infatti noto che il numero di Mach aumenta con addizione di calore; inoltre aumenta la temperatura di ristagno). L'effetto di un eventuale recupero di energia è invece meno ovvio nel divergente perché in flusso supersonico ad un rilascio di energia è associata una diminuzione del numero di Mach (però la temperatura totale e la pressione aumentano entrambe, con effetti positivi sulla spinta); ad ogni modo nel divergente il flusso è in generale sostanzialmente congelato per cui gli effetti di ricombinazione sono praticamente trascurabili. Per effetto della chimica a velocità finita, il recupero di energia è tuttavia minore di quanto si avrebbe con equilibrio chimico completo nel convergente, per cui c'è una perdita. Si può dire in generale che gli effetti di nonequilibrio (sia chimico che di altra natura) danno luogo a perdite: per il caso in questione possono essere dell'ordine di qualche punto percentuale. Per essere più precisi, possiamo dire che calcolare la velocità caratteristica di uscita ipotizzando equilibrio chimico porta a sovrastimarla dall'1% al 4% (rispetto ad un calcolo a velocità finita). Ipotizzare invece flusso chimicamente congelato porta a sottostimarla dall'1% al 4% (rispetto ad un calcolo a velocità finita). Ovviamente, l'importanza degli effetti di chimica a velocità finita sono legati alla scala del'ugello: per ugelli di grandi dimensioni si avranno, a parità di velocità, tempi fluidodinamici più lunghi, quindi saranno più avvicinate le condizioni di equilibrio chimico, mentre per ugelli di piccole dimensioni si verifica l'opposto per cui saranno meglio avvicinate le condizioni di flusso chimicamente congelato. Questa dipendenza dalla scala è tipica dei fenomeni a velocità finita.

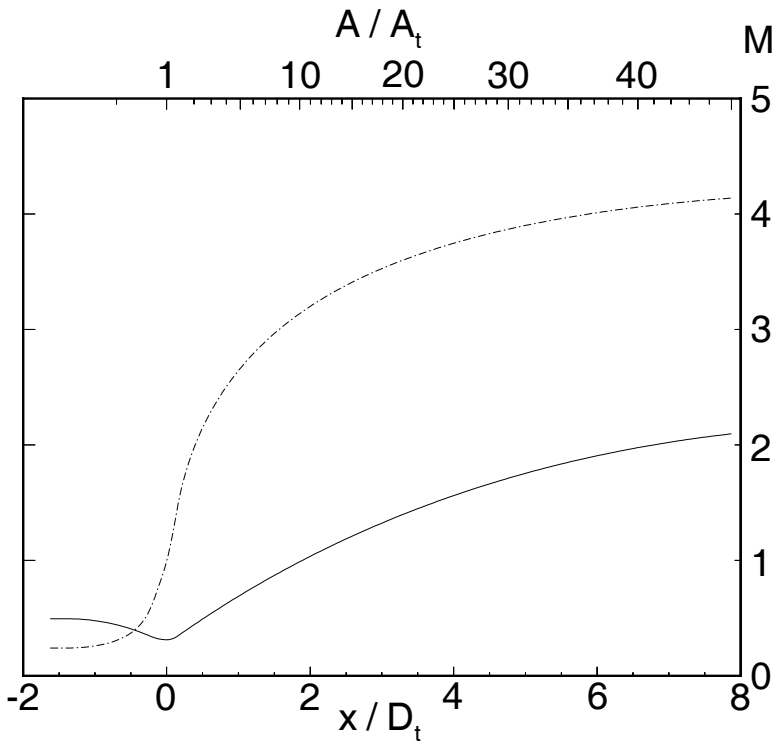

Figure 3.26: Andamento del numero di Mach in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

Esempio – calcolo con chimica a velocità finita

Consideriamo qui ancora l'ugello del motore Vulcain del primo stadio dell'Ariane 5, con rapporto di espansione pari a 45. Riportiamo un calcolo con chimica a velocità finita [12]. Il diametro di gola dell'ugello è $D_t = 0.2624$ m (ricordiamo che nel caso in cui la chimica sia a velocità finita occorre specificare la scala del fenomeno), $p_c = 10$ MPa, ed i reagenti sono ossigeno ed idrogeno in rapporto di massa 5.89:1 (incidentalmente, non stechiometrico, per motivi che saranno chiariti nel prossimo capitolo); la corrispondente temperatura in camera di combustione risulta 3636 K. In modo simile alle figg. 3.7– 3.9, le figg. 3.26–3.28 mostrano gli andamenti del numero di Mach, di temperatura e pressione in questo ugello. Le figg. 3.29,3.30 mostrano invece come la composizione varia lungo l'ugello; si può in particolare osservare come le frazioni di massa di H_2, O_2, H, O, OH vadano diminuendo, mentre la frazione di massa della H_2O aumenti. Si ha cioè una ricombinazione delle specie (che in camera di combustione si trovano parzialmente dissociate per effetto dell'alta temperatura), che come abbiamo detto ha un effetto positivo sulle prestazioni; cè però un lieve effetto negativo sul peso molecolare, vedi fig. (3.32. Si noti che all'uscita dell'ugello le composizioni stanno ancora variando, cioè non sono ancora state raggiunte le condizioni di 'congelamento' chimico del flusso. Il regime di cinetica chimica può essere desunto dalla fig. 3.31, che riporta l'andamento del numero di Damkhöler definito dalla (3.92). Si può notare che all'ingresso dell'ugello il tempo chimico è di diversi di grandezza più breve del tempo fluidodinamico, per cui le condizioni di equilibrio chimico sono strettamente avvicinate. La condizione di equaglianza tra tempo fluidodinamico e tempo chimico si verifica nella sezione divergente, attorno a $x/D_t = 2$; in prossimità di questa regione si avranno perciò importanti effetti di chimica a velocità finita. All'uscita dell'ugello il tempo chimico è diventato sensibilmente più alto del tempo fluidodinamico (di circa un ordine e mezzo di grandezza, cioè circa 30 volte), ma probabilmente non ancora abbastanza da giustificare un'approssimazione come flusso chimicamente congelato.

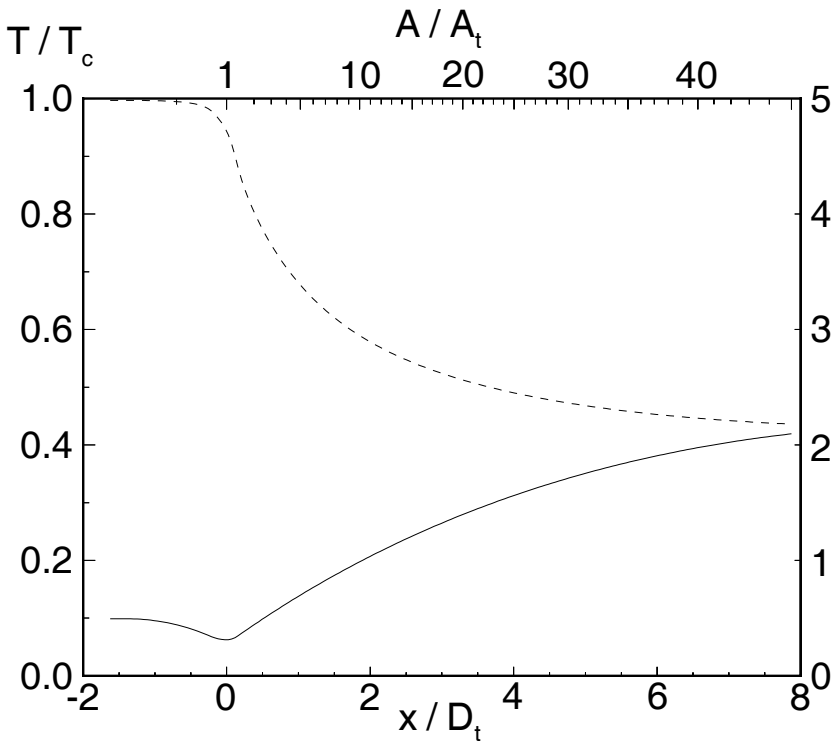

Figure 3.27: Andamento della temperatura in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

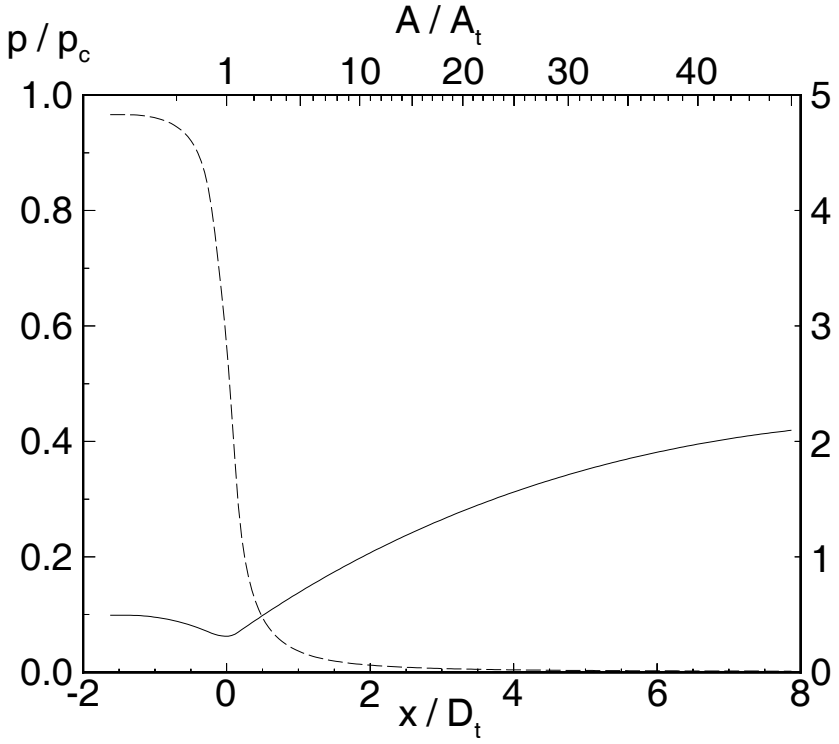

Figure 3.28: Andamento della pressione in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

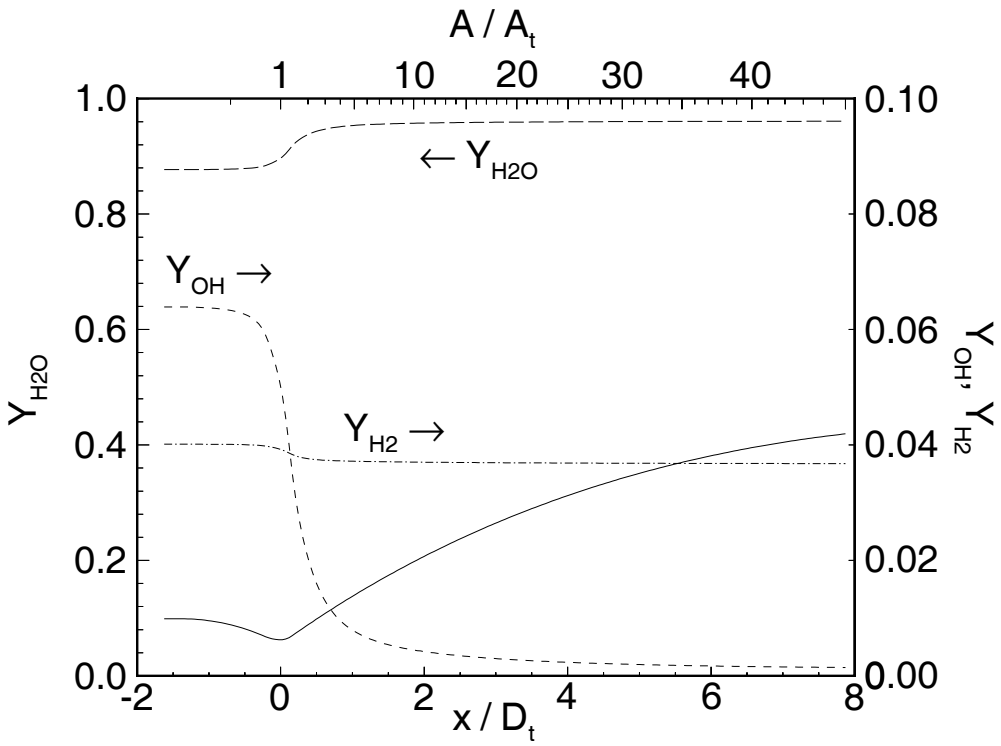

Figure 3.29: Andamento delle concentrazioni delle specie 'maggiori' in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

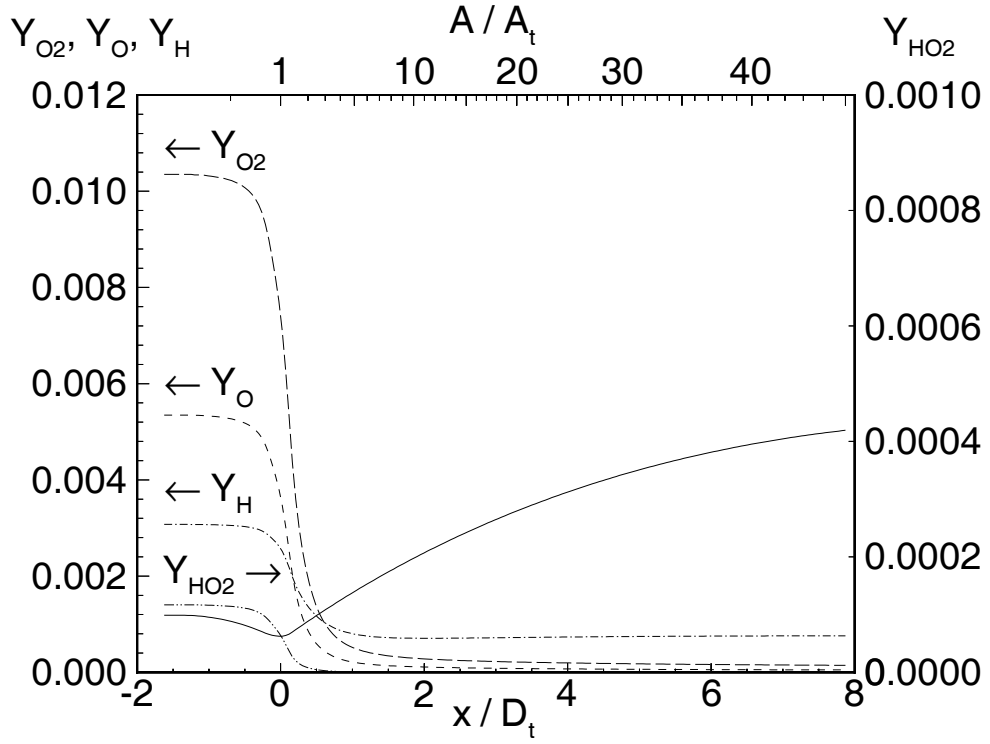

Figure 3.30: Andamento delle concentrazioni delle specie 'minori' in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

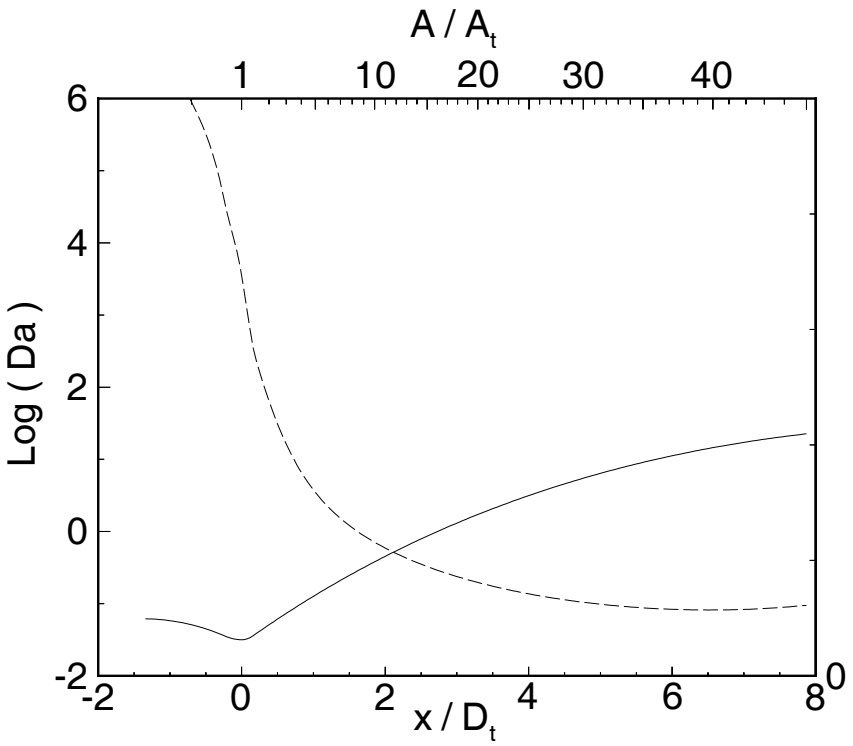

Figure 3.31: Andamento del numero di Damkhöler in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

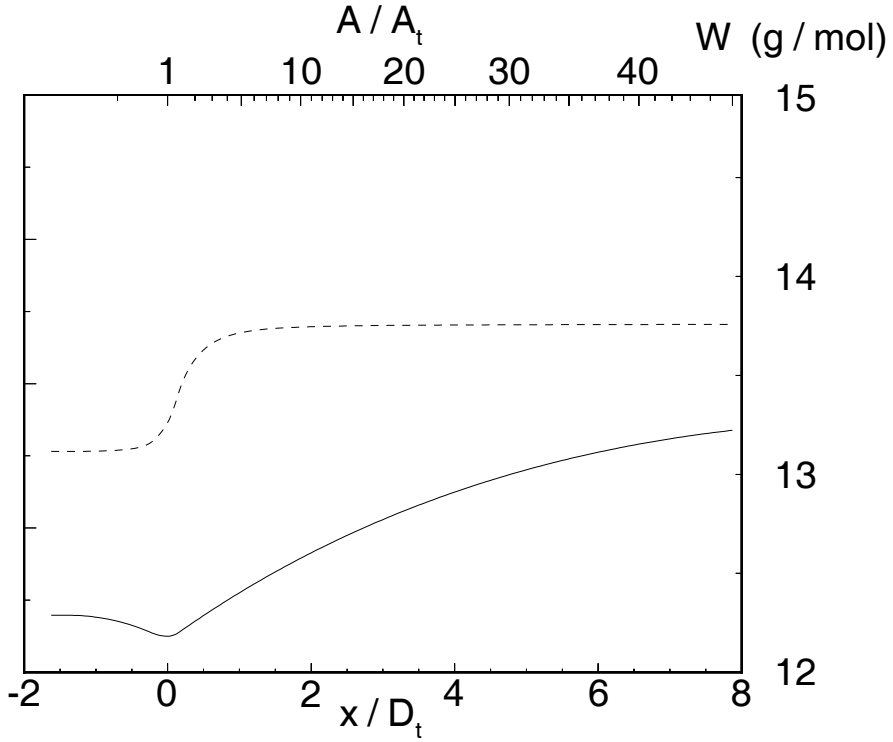

Figure 3.32: Andamento del peso molecolare in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

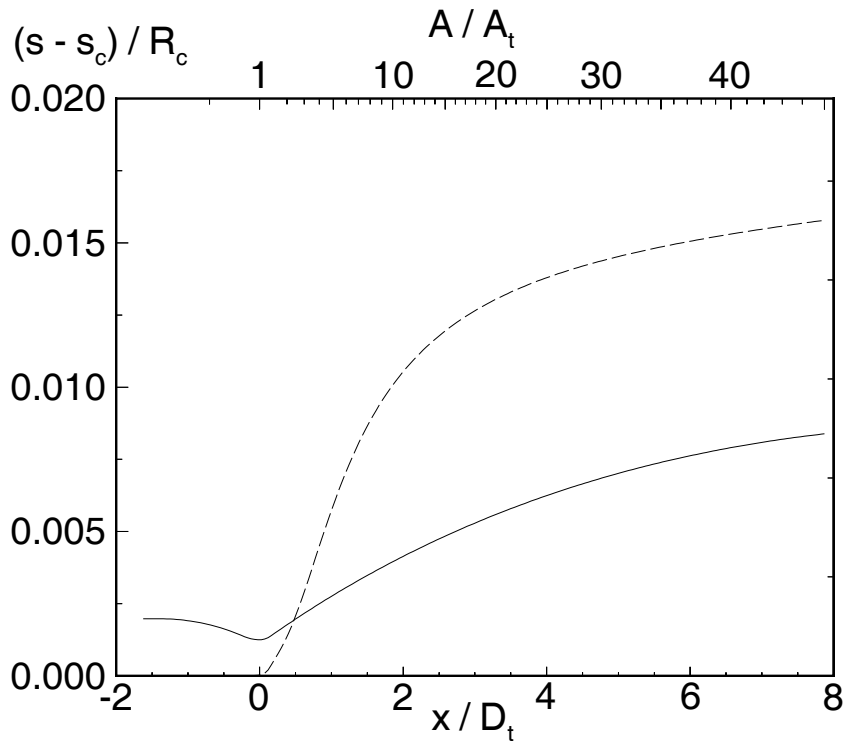

Figure 3.33: Andamento dell'entropia in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

Queste considerazioni sono confermate dalla fig. 3.33, che mostra l'andamento dell'entropia. Quest'ultima grandezza è in particolare interessante, poiché essa rimane costante (come abbiamo visto) per flussi chimicamente congelati e per flussi in equilibrio chimico [10], mentre per flussi con chimica a velocità finita aumenta. La figura 3.33, se letta in associazione con la fig. 3.31, conferma l'individuazione sopra riportata delle zone di chimica in equilibrio e di chimica a velocità finita, mentre le condizioni di flusso congelato non sono ancora avvicinate all'uscita dell'ugello.

La fig. 3.34 mostra un ingrandimento della fig. 3.26 nella regione in prossimità della gola (per chiarezza), ed identifica la posizione della sezione critica, dove cioè $M = 1$. Si può notare che la sezione critica si trova a circa $x/D_t = 0.0017$, anziché nella sezione di gola (ove è stata collocata l'origine degli assi). Quindi le sezioni di gola e critica non coincidono. Questo fatto può essere desunto considerando che in questo caso per localizzare la sezione critica occorre determinare le condizioni in cui si annullano i determinanti di Rouché di un sistema del tipo (3.18) ma comprendente anche le equazioni delle specie (3.81). Innanzitutto, l'equazione di continuità (3.1) deve tener conto che la densità, ricavabile dall'equazione di stato (3.5), è funzione non solo della pressione e della temperatura ma anche della composizione, in quanto la 'costante' del gas (3.7) varia per effetto della variazione di composizione, essendo il peso molecolare data dalla (3.85), per cui possiamo scrivere

$$\rho = \frac{p\,W}{R^0\,T} = \frac{p}{R^0\,T\,\sum_{i=1}^{N} Y_i/W_i} \tag{3.93}$$

ed operando una differenziazione logaritmica della (3.1) si ottiene

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} - W\sum_{i=1}^{N}\frac{dY_i}{W_i} = -\frac{dA}{A} \tag{3.94}$$

da confrontare con la (3.17). L'equazione della quantità di moto resta inalterata. Per flussi reagenti

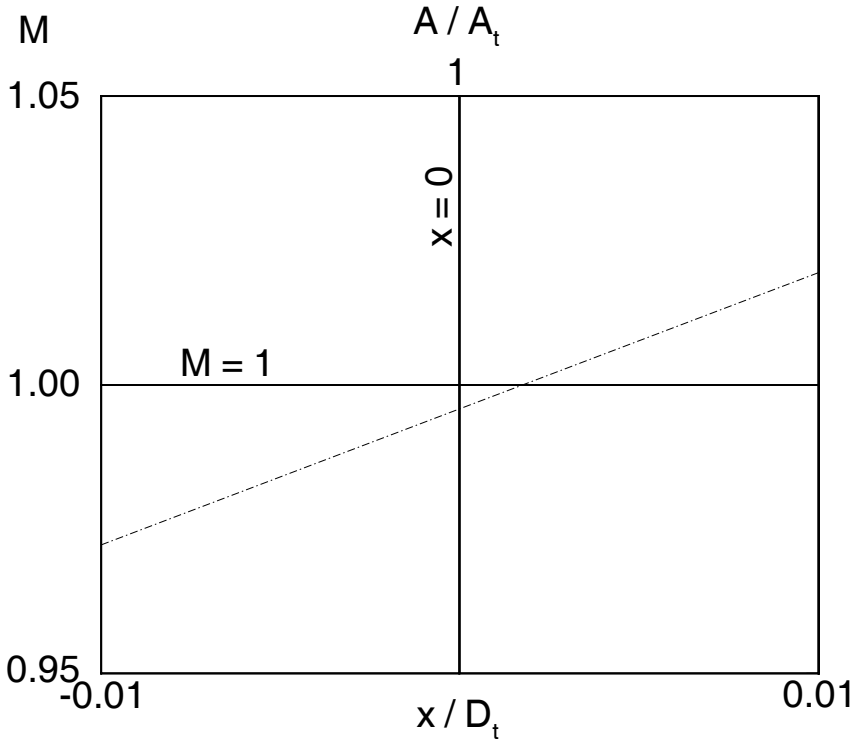

Figure 3.34: Posizione della sezione critica in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

è necessario inoltre riformulare l'equazione dell'energia (3.3), che possiamo scrivere in forma differenziale, anche grazie alla (3.4), assumendo ancora $\delta Q = \delta L = 0$, come

$$dh + v\,dv = 0 \tag{3.95}$$

L'entalpia per unità di una miscela di N specie chimiche è esprimibile come una media, pesata con le frazioni di massa, dell'entalpia per unità di massa dei singoli componenti, la quale è una funzione della temperatura

$$h = \sum_{i=1}^{N} Y_i\, h_i(T) \tag{3.96}$$

risultando quindi una funzione della temperatura e delle frazioni di massa [3]. Il differenziale dell'entalpia è quindi

$$dh = \sum_{i=1}^{N} Y_i \frac{dh_i}{dT}\, dT + \sum_{i=1}^{N} h_i\, dY_i = \sum_{i=1}^{N} c_{p,i}\, Y_i\, dT + \sum_{i=1}^{N} h_i\, dY_i = c_p\, dT + \sum_{i=1}^{N} h_i\, dY_i \tag{3.97}$$

essendo

$$c_{p,i} = \frac{dh_i}{dT} \tag{3.98}$$

[3] Notiamo che invece, nel caso di equilibrio chimico, l'entalpia può essere espressa come una funzione di due altre variabili di stato, per esempio temperatura e pressione, per cui non è necessario introdurre le equazioni di conservazione delle specie.

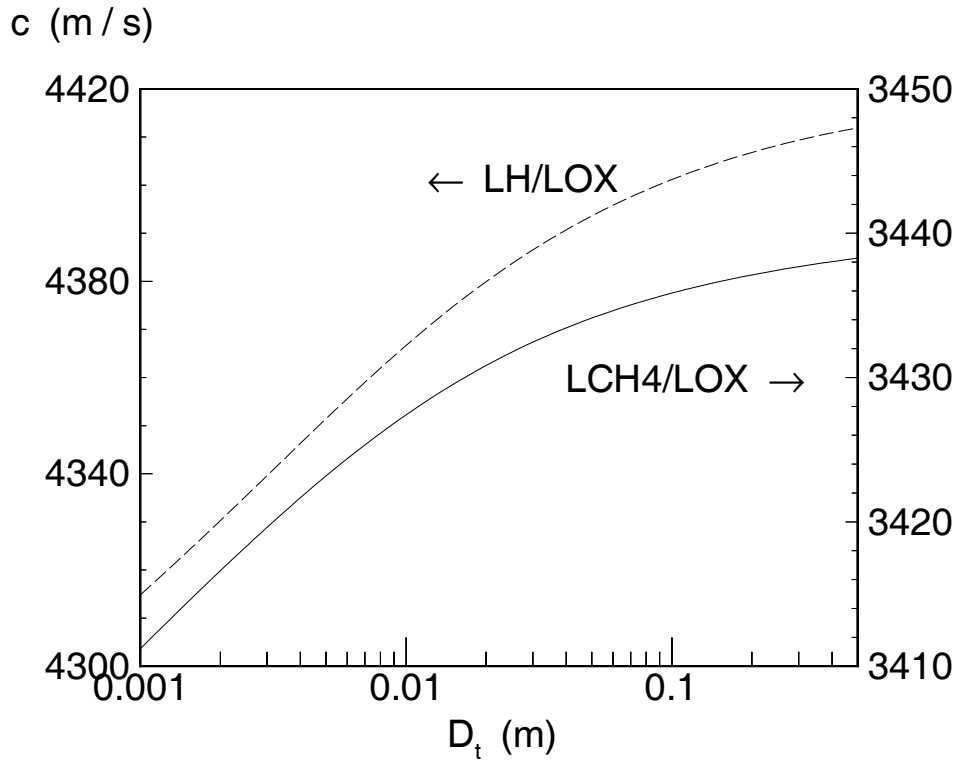

Figure 3.35: Effetto delle dimensioni della gola sulla velocità efficace di uscita in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

il calore specifico della specie i, e

$$c_p \;=\; \sum_{i=1}^{N} c_{p,i}\, Y_i \tag{3.99}$$

il calore specifico della miscela (a composizione congelata). Sostituendo la (3.97) nell'equazione dell'energia (3.95) si ha

$$v\, dv \;+\; c_p\, dT \;+\; \sum_{i=1}^{N} h_i\, dY_i \;=\; 0 \tag{3.100}$$

Poiché dunque nell'equazione dell'energia compaiono anche i differenziali delle frazioni molari, è necessario risolvere, insieme alle equazioni di continuità, quantità di moto ed energia, anche le N equazioni di conservazione delle specie (3.81), scritte però in forma quasi–monodimensionale (per cui, tra l'altro, il termine diffusivo è trascurato):

$$\rho\, v\, dY_i \;=\; w_i\, dx, \qquad\qquad i \;=\; 1, ..., N \tag{3.101}$$

Nell'esempio considerato sopra, occorre quindi risolvere anche le equazioni per le frazioni di massa di H_2, O_2, H, O, OH, H_2O, HO_2, per cui la matrice dei coefficienti ed i vettori delle incognite dei termini noti del sistema delle equazioni del moto si scrivono:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1/v & 1/p & -1/T & -W/W_{H_2} & -W/W_{O_2} & -W/W_H & -W/W_O & -W/W_{OH} & -W/W_{H_2O} & -W/W \\ \rho\, v & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v & 0 & c_p & h_{H_2} & h_{O_2} & h_H & h_O & h_{OH} & h_{H_2O} & h_{HO_2} \\ 0 & 0 & 0 & \rho\, v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho\, v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho\, v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho\, v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho\, v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho\, v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho\, v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} v \\ p \\ T \\ Y_{H_2} \\ Y_{O_2} \\ Y_H \\ Y_O \\ Y_{OH} \\ Y_{H_2O} \\ Y_{HO_2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\,dA/A \\ 0 \\ 0 \\ w_{H_2}\, dx \\ w_{O_2}\, dx \\ w_H\, dx \\ w_{O_2}\, dx \\ w_{OH}\, dx \\ w_{H_2O}\, dx \\ w_{HO_2}\, dx \end{bmatrix}$$

Mentre per sistemi con chimica congelata compare nei determinanti di Rouché una colonna con unico termine non nullo in dA, per cui essi si annullano in gola, nel caso di chimica a velocità finita entrano nei determinanti di Rouché anche i tassi di produzione delle specie, e di conseguenza la sezione critica non sarà in gola. Le due sezioni comunque in effetti sono generalmente molto vicine; potremo perciò in prima approssimazione continuare ad assumere che la sezione critica si trovi in gola.

Infine, la fig. 3.35 indica l'effetto della scala dell'ugello, espressa attraverso il diametro della sezione di gola, sulla velocità efficace di uscita; sono riportati risultati sia per il caso presente in cui il motore è alimentato con idrogeno ed ossigeno liquidi, sia un'ipotetica alternativa in cui lo stesso motore è alimentato con metano liquido (LCH_4) ed ossigeno liquido, per confrontare l'effetto della differente chimica dei due sistemi. Dobbiamo aspettarci che per ugelli di grandi dimensioni la velocità efficace di uscita tenda asintoticamente ad un valore limite relativo a flusso in equilibrio chimico, e che al

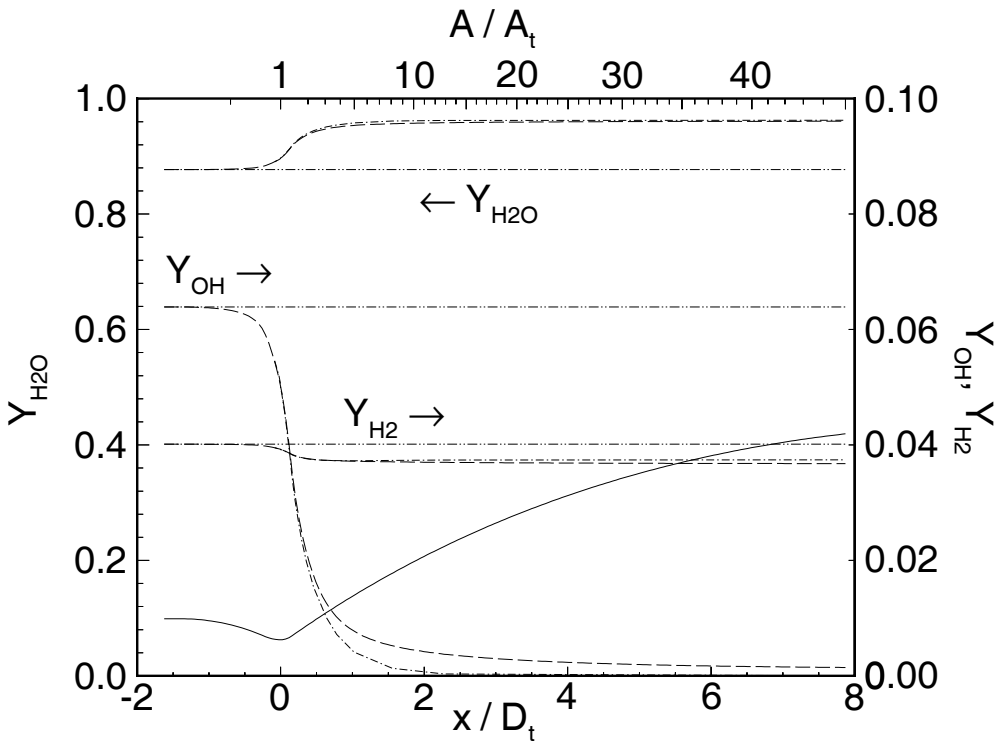

Figure 3.36: Confronto delle concentrazioni delle specie 'maggiori', sotto le ipotesi di: — — — — — — chimica a velocità finita, — — — · — — — equilibrio chimico, — — — ·· — — — flusso congelato.

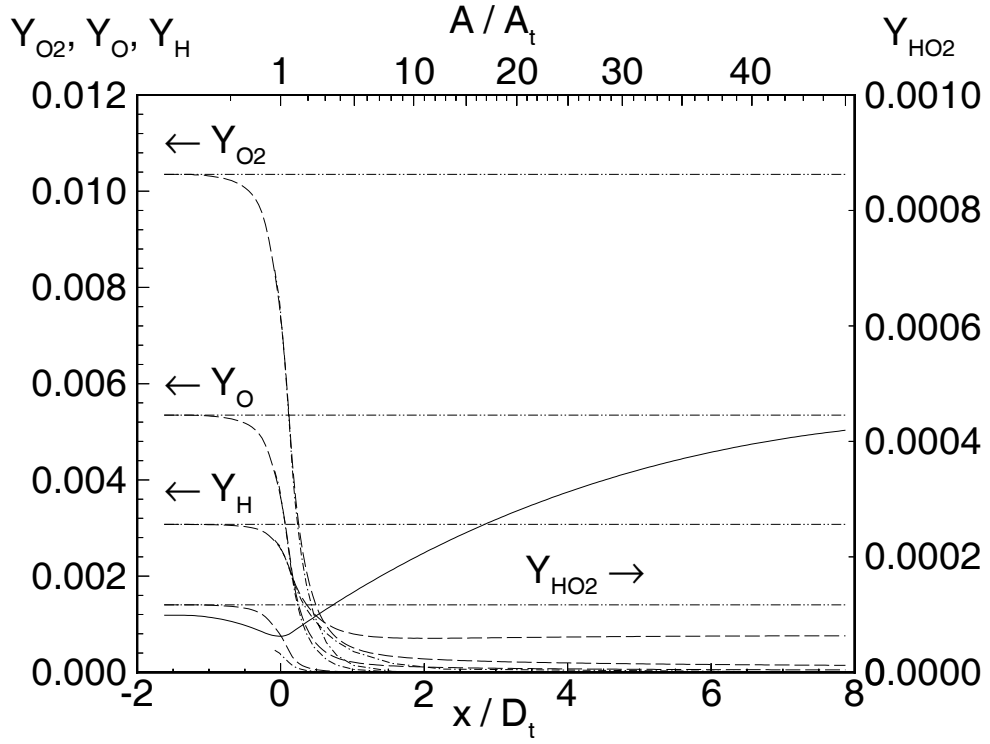

Figure 3.37: Confronto delle concentrazioni delle specie 'minori', sotto le ipotesi di: — — — — — — chimica a velocità finita, — — — · — — — equilibrio chimico, — — — ·· — — — flusso congelato.

contrario al diminuire delle dimensioni essa tende ad un valore asintotico relativo a flusso congelato. La figura conferma l'andamento atteso per grandi valori del diametro di gola, mentre si può vedere che all'estremo opposto, per diametri di gola sino ad 1 mm, si è ancora lontani dall'asintoto relativo a flusso congelato. La figura fa riferimento alla pressione in camera di combustione fin qui considerata, $p_c = 10$ MPa; per pressioni inferiori dobbiamo attenderci che il flusso si allontani dalle condizioni di equilibrio chimico.

Esempio – confronto delle tre ipotesi sulla chimica

In questa sezione confrontiamo, ancora per l'ugello del Vulcain, le soluzione ottenute applicando le tre differenti ipotesi sulla chimica considerate sopra. Riportiamo per concisione solo i risultati riguardanti la composizione chimica, per quanto la composizione chimica determini il peso molecolare secondo la (3.85), quindi la densità (3.82,3.83), e di conseguenza influenzi anche il campo di moto.

Le figg. 3.36 e 3.37 riportano l'evoluzione della composizione chimica lungo l'ugello, calcolata secondo l'ipotesi di chimica congelata (ed in questo caso essa è ovviamente costante), chimica in equilibrio, e chimica a velocità finita. Si ricordi che le prime due soluzioni sono indipendenti dalla scala dell'ugello, in quanto dipendono solo dal rapporto di aree, mentre la soluzione a velocità finita dipende anche dalla scala dell'ugello, quantificata ad esempio dal diametro di gola dell'ugello. Come si poteva attendere, la soluzione a velocità finita risulta compresa tra quelle congelata ed in equilibrio. Per l'ugello sotto esame essa risulta molto vicina alla soluzione in equilibrio, a causa delle notevole taglia di questo motore. Per un motore analogo ma di scala inferiore, dobbiamo aspettarci che la soluzione a velocità finita si allontani da quella in equilibrio, avvicinandosi quindi in qualche misura alla soluzione con chimica congelata.

3.7.4 Variazione del calore specifico.

Abbiamo accennato nella sez. 3.7.3 al fatto che il calore specifico di una singola specie può essere espresso come funzione della temperatura:

$$c_{p,i} = c_{p,i}(T) \tag{3.102}$$

Questo implica l'ipotesi di equilibrio vibrazionale. In realtà al variare della temperatura il calore specifico tenderà al valore indicato dalla (3.102) con una velocità finita, ci sarà cioè quello che si chiama un processo di *rilassamento vibrazionale*, caratterizzato da un suo tempo caratteristico t_v. Al pari di t_c, t_v decresce fortemente con la temperatura; può essere espresso tramite il modello di Landau e Teller [13]. L'applicabiltà della (3.102) dipenderà allora da un confronto tra il tempo caratteristico vibrazionale t_v ed il tempo di flusso t_f, che può essere operato sulla base di un numero di Damkhöler vibrazionale:

$$Da_v = \frac{t_f}{t_v} \tag{3.103}$$

Analogamente a quanto avviene per Da definito dalla (3.92), Da_v diminuisce procedendo dall'imbocco verso l'uscita dell'ugello. La fig. 3.38 mostra indicativamente la variazione di Da_v lungo l'ugello del Vulcain, già considerato nell'esempio della sez. 3.7.3. I risultati dipendono dalla scala dell'ugello, come notato in tale sezione, ed inoltre anche dalla pressione in camera di combustione p_c, per effetto della definizione di t_v [14]. Dalla figura si vede che l'ipotesi di flusso in equilibrio vibrazionale è ampiamente verificata lungo tutta la lunghezza dell'ugello, per cui è lecito utilizzare l'equazione calorica di stato nella forma (3.102).

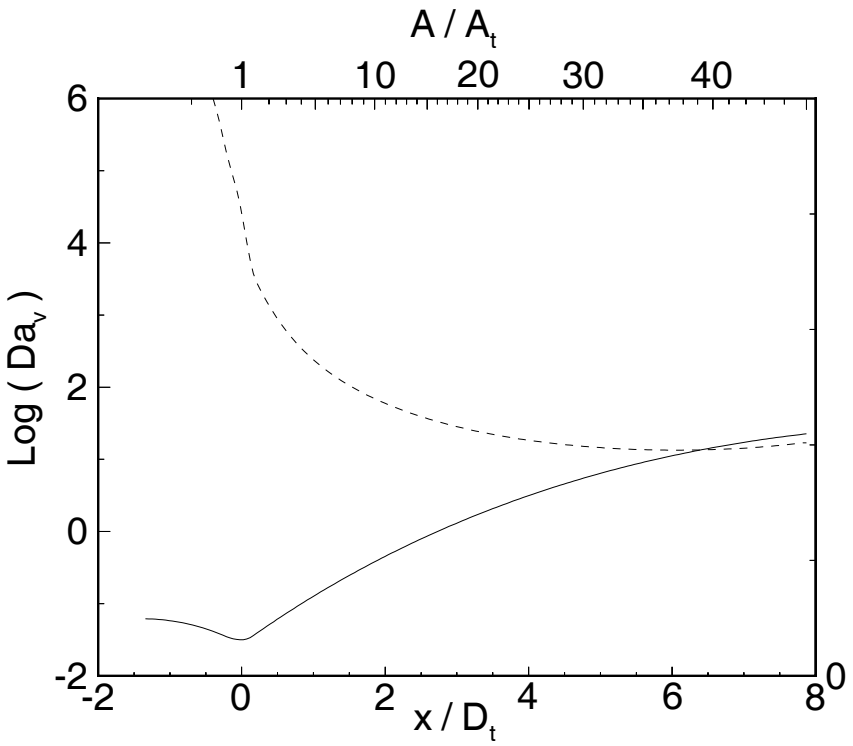

Figure 3.38: Andamento del numero di Damkhöler vibrazionale in un ugello con reazioni chimiche a velocità finita.

Incidentalmente, il caso di flusso con rilassamento vibrazionale è invece alquanto difficile da trattare.

Ad ogni modo, come osservato nella sez. 3.1, l'ipotesi di fluido caloricamente perfetto è quella meno giustificata tra quelle che abbiamo assunto, e sarà quindi importante tenere in conto il fatto che c_p varia; il trascurare questo effetto può portare ad errori di qualche punto percentuale nel calcolo della spinta e della velocità efficace di uscita.

3.7.5 Flusso bifase.

Molti endoreattori a propellenti solidi usano additivi metallici come polvere di alluminio per aumentare la temperatura di combustione, nonché per migliorare la stabilità della combustione, come vedremo. I prodotti di combustione contengono perciò una fase condensata (liquida o, più spesso, solida), tipicamente ossido di alluminio Al_2O_3. Si ha quindi un flusso bifase gas/liquido (o gas /solido). Per comprendere quale effetto ciò porti sulla spinta, studiamo il flusso bifase sotto alcune ipotesi semplificative, cioè flusso quasi–monodimensionale, e assenza di interazioni tra le particelle (o gocciolline). L'ultima ipotesi corrisponde ad assumere che la frazione di volume f_v della fase condensata sia molto piccola.

Le differenze tra il comportamento di un flusso gassoso e quello di una miscela bifase sono dovute al fatto che mentre nel primo il gas si espande, quindi accelera convertendo energia termica in energia cinetica (la temperatura diminuisce) nell'ugello, nel secondo il processo di espansione è limitato alla fase gassosa: le particelle di per sé non accelerano, né la loro temperatura diminuisce. Tuttavia l'interazione fra le due fasi fa sì che le particelle siano accelerate dal gas per trascinamento, e che cedano calore al gas stesso (per convezione ed irraggiamento). I due fenomeni possono essere descritti introducendo un coefficiente di resistenza aerodinamica c_D della generica particella di raggio

r_p, velocità v_p e temperatura T_p, ed un coefficiente di scambio termico h tra particella e gas. Tanto c_D che h dipendono dalle condizioni di flusso, in particolare dal numero di Reynolds. Allora possiamo esprimere la forza di trascinamento che si esercita su una singola particella come:

$$\delta D \;=\; c_D\,\pi\,r_p^2\,\frac{1}{2}\,\rho\,(v\;-\;v_p)^2 \tag{3.104}$$

ed il calore scambiato tra una singola particella ed il gas nell'unità di tempo come (limitandoci qui per semplicità a considerare il solo scambio per convezione, trascurando quindi l'irraggiamento, ipotesi comunque alquanto discutibile)

$$\delta Q \;=\; h\,4\,\pi\,r_p^2\,(T_p\;-\;T) \tag{3.105}$$

Ovviamente le particelle non accelerano per espansione, ma perché trascinate dal gas, come pure raffreddano a causa dello scambio con il gas, per cui nelle (3.104,3.105) sarà

$$v_p\;<\;v, \qquad\qquad T_p\;>\;T \tag{3.106}$$

Le (3.106) indicano che le due fasi non sono in equilibrio, e come abbiamo visto i fenomeni di nonequilibrio sono tipicamente associati a perdite. Infatti, poiché $v_p < v$ il flusso della quantità di moto nell'espressione (2.4) della spinta sarà minore rispetto al caso di un'analoga portata in massa gassosa; inoltre il fatto che $T_p > T$ indica che la fase condensata non riesce a cedere tutta l'energia che possiede in forma termica al gas, perché possa essere sfruttata nell'espansione. Osserviamo che lo scambio interfase (di quantità di moto e calore) è importante nella parte convergente dell'ugello, poiché i tempi caratteristici del flusso sono relativamente lunghi e quindi v_p tende a v, e T_p tende a T, mentre diventa trascurabile nel divergente, dove i tempi di flusso sono molto brevi, per cui v_p e T_p non variano più apprezzabilmente. Si ha perciò una perdita di spinta; è quindi necessario valutare se l'incremento di temperatura in camera di combustione ottenuto tramite l'addizione di polveri metalliche corrisponde effettivamente ad un miglioramento delle prestazioni, una volta tenute in debito conto le perdite per nonequilibrio. Come detto comunque l'uso di additivi metallici è anche inteso a prevenire l'instabilità di combustione.

Una trattazione applicabile a flussi bifase monodispersi, in cui cioè tutte le particelle (o goccioline) hanno lo stesso diametro, e quasi–monodimensionali, è riportata in [10]. Notiamo tuttavia che in realtà le particelle avranno una distribuzione di diametri, vedi fig. 3.39. Il diametro di una particella non sarà poi in generale costante, potendo variare per effetti di cambiamento di fase (evaporazione, sublimazione) ed accrezione con altre particelle.
Incidentalmente, la risoluzione numerica di flussi bifase con particelle di diametro molto piccolo evidenzia fenomeni di rigidità numerica analoghi a quelli citati per flussi reagenti con chimica a velocità finita. Inoltre, nei flussi multidimensionali reali, si hanno importanti effetti che non possono essere tenuti in conto da una trattazione quasi–monodimensionale. Infatti le traiettorie delle particelle in fase condensata non coincidono con quelle delle particelle fluide (essendo le velocità diverse), ed in particolare, poiché le particelle condensate non costituiscono un mezzo continuo, tali traiettorie non risultano tangenti alle pareti, e si hanno quindi urti delle particelle con le pareti stesse che possono portare ad una notevole erosione dell'ugello, nonché ad una riduzione delle prestazioni.

Le perdite legate alla presenza di un flusso bifase sono nella maggior parte dei casi limitate all'1 – 3%, potendo arrivare sino ad un massimo del 5%.

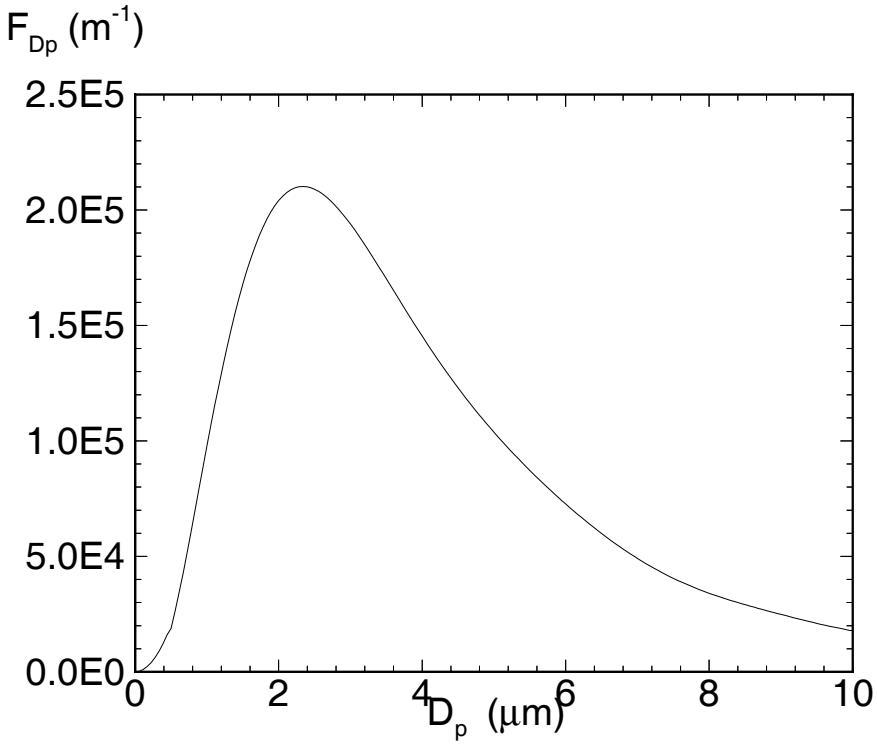

Figure 3.39: Distribuzione dei diametri delle particelle nei prodotti di combustione di un endoreattore a propellente solido.

Esempio.

Abbiamo detto che l'ipotesi che le particelle non interagiscono fra loro, per cui esse accelerano e si raffreddano solo tramite l'interazione con la fase gassosa secondo le (3.104,3.105), è verificata solo se la frazione di volume f_v (della miscela bifase) relativa alla fase solida è molto bassa. Verifichiamo questa ipotesi per il caso di un propellente solido contenente polvere di alluminio, la quale nel processo di combustione si ossida ad allumina Al_2O_3, di densità (allo stato solido, per cui adottiamo l'indice p, che sta per particella) $\rho_p = 3965$ kg/m^3. Supponiamo che le condizioni in camera di combustione siano $T_c = 3000$ K, $p_c = 5$ MPa, rapporto dei calori specifici $\gamma = 1.2$, peso molecolare medio della fase gassosa $W = 20$ kg/kmole, e che il rapporto di espansione dell'ugello sia $\epsilon = 20$. Assumiamo inoltre che la composizione del propellente sia tale per cui il rapporto in massa tra la portata della fase condensata e la portata totale sia

$$\frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} = 0.1 \tag{3.107}$$

per cui l'equivalente rapporto per la fase gassosa è

$$\frac{\dot{m}_g}{\dot{m}} = 1 - \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} = 0.9 \tag{3.108}$$

La temperatura di fusione dell'Al_2O_3 è di 2345 K, mentre la temperatura di ebollizione è di 3253 K. Quindi, con la temperatura data nella camera di combustione, l'Al_2O_3 si troverà in fase liquida nella camera di combustione, ma nell'ugello, con il diminuire della temperatura, tenderà a trasformarsi in fase solida. Calcoliamo allora la f_v all'uscita dell'ugello, dove verosimilmente tutta l'Al_2O_3 si trova in fase solida. Essa sarà data da

$$f_v = \frac{\dot{V}_p}{\dot{V}} \tag{3.109}$$

avendo indicato con $\dot{V}_p$ la portata volumetrica della fase solida, e con $\dot{V}$ quella totale, somma cioè di quella della fase gassosa e di quella della fase solida (per quanto vedremo subito che quest'ultima risulta assolutamente trascurabile). Allora

$$f_v = \frac{\dot{m}_p/\rho_p}{\dot{m}_g/\rho_g + \dot{m}_p/\rho_p} \tag{3.110}$$

Per quanto riguarda la densità del gas ρ_g, invertendo la relazione (3.35) troviamo un numero di Mach all'uscita $M = 3.756$, per cui possiamo calcolare la temperatura del gas all'uscita dalla (3.28) come (supponendo di poter trascurare in prima approssimazione l'effetto dello scambio termico tra fase condensata e fase a gassosa) $T = 1243$ K, mentre la pressione dalla (3.29) è $p = 25.35$ kPa, per cui la densità del gas risulta

$$\rho_g = \frac{p\,W}{R^0\,T} = \frac{25.35 \cdot 10^3 \cdot 20}{8315 \cdot 1243} = 0.049\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \tag{3.111}$$

per cui

$$f_v = \frac{\dot{m}_p/\rho_p}{\dot{m}_g/\rho_g + \dot{m}_p/\rho_p} = \frac{0.1/3965}{0.9/0.049 + 0.1/3965} = 1.37\,10^{-6} \tag{3.112}$$

Vediamo quindi come l'ipotesi avanzata sia perfettamente dimostrata, pur in presenza di una significativa portata in massa della fase solida; ciò è evidentemente dovuto alla altissima densità delle particelle rispetto al gas. Incidentalmente, f_v sarà più alta in camera di combustione e nella sezione convergente dell'ugello, a causa della più alta densità del gas, ma rimarrà pur sempre trascurabile.

3.7.6 Altri effetti.

Altri fattori di perdita sono legati ai transienti di funzionamento, ed alla non adiabaticità del processo di espansione. Per quanto riguarda i transienti, le relative perdite dipendono fortemente dalle modalità degli stessi; sono comunque piccole per motori per la propulsione primaria (*boosters*), mentre possono essere più significativi per motori per la propulsione secondaria, cioè per controllo d'assetto, che forniscono impulsi di breve durata, sui quali perciò i transienti incidono in modo sostanziale. Lo scostamento dalle condizioni adiabatiche, per effetto dello scambio di calore con le pareti dell'ugello, è in generale molto piccolo, come vedremo.

Si noti che invece la portata in massa $\dot{m}$ di un ugello reale è invece un poco superiore a quella del corrispondente ugello ideale, perché:

1. il peso molecolare medio dei prodotti di combustione W aumenta un poco per effetto dei processi di ricombinazione, per cui la densità è un poco più alta di quanto previsto dalla trattazione ideale;

2. per effetto del sia pur limitato scambio di calore attraverso le pareti, T risulta un poco più bassa del previsto, per cui la densità è ancora un poco più alta del previsto;

3. per effetto della diminuzione di temperatura lungo l'ugello, c_p diminuisce, per cui γ aumenta, vedi fig. 3.2, ed abbiamo visto che il Γ che compare nell'espressione (3.33) della portata in massa in funzione delle condizioni di ristagno aumenta con γ, vedi fig. 3.3;

4. una combustione incompleta porta a temperature più basse, quindi ad una densità più alta.

Capitolo 4

Camera di combustione

Nell'ambito di questo capitolo esaminiamo i problemi comuni alle camere di combustione degli endoreattori chimici, relativi alla determinazione delle condizioni in camera e delle prestazioni teoriche standard dei propellenti, mentre rimandiamo ai successivi capitoli per le problematiche specifiche delle camere di combustione per endoreattori a propellente liquido, solido, o ibrido.

4.1 Condizioni in camera di combustione

Nelle camera di combustione il flusso è a velocità relativamente bassa, mentre la temperatura è molto alta. La prima considerazione implica che il tempo caratteristico del flusso t_f è molto lungo, mentre la seconda implica un tempo chimico t_c molto breve; quindi il numero di Damköhler risultante

$$Da = \frac{t_f}{t_c} \gg 1 \tag{4.1}$$

indica che il flusso si trova sostanzialmente in condizioni di equilibrio chimico. Inoltre, il flusso è sostanzialmente adiabatico (c'è sicuramente scambio di calore attraverso le pareti della camera, tuttavia, come vedremo nel cap. 5, esso rappresenta una frazione trascurabile della potenza termica sviluppata in camera di combustione). Possiamo quindi calcolare le condizioni del flusso in camera di combustione mediante un calcolo di equilibrio chimico in condizioni adiabatiche, che quindi ci consentirà di determinare in particolare la temperatura in camera T_c, il peso molecolare W ed il rapporto dei calori specifici γ, richiesti per il calcolo dell'evoluzione del flusso nell'ugello, nell'ipotesi di ugello ideale. Il calcolo in equilibrio fornisce inoltre anche i valori dell'entalpia e dell'entropia in camera (necessari per il calcolo sotto l'ipotesi di evoluzione in equilibrio chimico – per quanto vedremo nel successivo paragrafo che l'entalpia deve essere considerata in realtà una grandezza imposta), e le concentrazioni delle specie chimiche (necessarie per il calcolo dell'ugello in condizioni di chimica a velocità finita).

4.2 Equilibrio chimico

Come abbiamo già avuto modo di sottolineare, in equilibrio chimico tutte le variabili di stato possono essere determinate una volta noti i valori di due qualsiasi grandezze di stato, che possiamo perciò assumere come 'indipendenti'. Sorge quindi il problema di individuare *quale* coppia di grandezze di stato indipendenti conviene assumere. La pressione p_c in camera di combustione può essere assegnata, negli endoreattori a propellenti liquidi, mediante un opportuno progetto del sistema di alimentazione

(a turbopompe od a gas in pressione), mentre negli endoreattori a propellente solido può essere assegnata, come vedremo, in base al rapporto tra l'area di combustione A_b (area della superficie del grano di propellente solido sulla quale avviene la combustione) e l'area di gola dell'ugello A_t. Quindi, come prima grandezza di stato della coppia in questione conviene senz'altro scegliere la pressione in camera. Per la seconda variabile, definiamo l'entalpia assoluta della miscela

$$h = \sum_{i=1}^{N} Y_i \, h_i(T) \tag{4.2}$$

dove l'entalpia specifica (per unità di massa) della specie i comprende tanto il contributo sensibile, quanto il termine di entalpia di formazione della specie chimica considerata [1] ; indicando con l'indice 0 le condizioni alla temperatura di riferimento T^0, si ha cioè

$$h_i = \Delta h^0_{f,i} + \int_{T^0}^{T} c_{p,i}(T)\, dT \tag{4.3}$$

L'utilità dell'introduzione della entalpia assoluta risiede nel fatto che, *per combustione adiabatica*, essa non varia durante il processo di combustione stesso (cioè nella trasformazione dei reagenti in prodotti). Assumiamo quindi che il flusso di calore disperso attraverso le pareti della camera rappresenti una frazione trascurabile della potenza termica generata nella camera di combustione stessa; questa ipotesi, come vedremo, è verificata molto da vicino.

Da quanto detto risulta quindi conveniente utilizzare la coppia di grandezze di stato 'indipendenti' (h_c, p_c).

Per identificare il valore di h_c, è necessario conoscere:

1. quali reagenti (combustibile ed ossidante) sono iniettati in camera di combustione, nonché, nel caso che essi siano una miscela di più specie chimiche, la relativa composizione;

2. le temperature T_f e T_{ox} alla quale combustibile ed ossidante si trovano in camera prima dell'accensione. Occorre tener presente, per endoreattori a propellenti liquidi, che i propellenti possono essere utilizzati per raffreddare l'ugello e/o la camera di combustione, per cui la loro temperatura al momento dell'iniezione in camera può essere sostanzialmente differente da quella nei serbatoi;

3. la proporzione relativa tra ossidante e combustibile, esprimibile per esempio come rapporto tra le *portate in massa* di ossidante e combustibile (rapporto di miscela, indicato anche come O/F)

$$r = \frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_f} \tag{4.4}$$

per endoreattori a propellente liquido, e come rapporto tra le *masse* di ossidante e combustibile contenute nel grano di un propellente solido

$$r = \frac{m_{ox}}{m_f} \tag{4.5}$$

[1] Essa rappresenta l'energia, assunta positiva se *fornita* al sistema, necessaria per formare la specie chimica i a partire dagli elementi che la costituiscono. Per gli elementi nel loro stato di aggregazione standard alla temperatura di riferimento $T^0 = 298.15$ K ed alla pressione di 100 kPa, si pone $\Delta h^0_{i,f} = 0$, come è il caso per esempio di H_2 ed O_2 gassosi, e C(s), cioè solido.

I punti 1. e 2. consentono di individuare l'entalpia per unità di massa di ciascun propellente. Se combustibile ed ossidante sono costituiti ciascuno da una singola specie chimica, possiamo scrivere

$$h_f = h_f(T_f) \tag{4.6}$$

$$h_{ox} = h_{ox}(T_{ox}) \tag{4.7}$$

Se invece per esempio il combustibile è costituito da una miscela di N_f specie chimiche, ciascuna presente con una frazione di massa $Y_{i,f}$, possiamo scrivere per la sua entalpia

$$h_f = \sum_{i=1}^{N_f} Y_{i,f}\, h_i(T_f) \tag{4.8}$$

ed analogamente, nel caso, per l'ossidante. In base al punto 3. possiamo quindi calcolare l'entalpia di un'unità di massa di miscela prima dell'accensione:

$$h_c = \frac{h_f + r\, h_{ox}}{1 + r} \tag{4.9}$$

Questa entalpia, sotto l'ipotesi di adiabaticità, non varia nel processo di combustione. Incidentalmente, l'entropia invece *non* si mantiene costante nel processo di combustione, in quanti prima della combustione i reagenti *non sono* in uno stato di equilibrio chimico (infatti la miscela combustibile/ossidante reagisce in presenza di una fonte di ignizione).

Quindi l'effetto dei particolari reagenti (ossidante e combustibile) utilizzati, del rapporto O/F adottato, e della loro temperatura in camera prima dell'accensione, si risente attraverso h_c. La seconda variabile di stato indipendente è poi come detto la pressione imposta in camera di combustione, p_c.

Non entriamo qui nei dettagli del calcolo delle condizioni di equilibrio chimico, che si possono trovare in ogni testo di combustione, vedi p. es. [9, 15], e che può effettuarsi con codici di calcolo appositi [16, 17].

4.3 Effetto della pressione

Se indichiamo la generica reazione, che a partire dai reagenti A e B porta alla formazione dei prodotti C e D, con coefficienti stechiometrici α, β, γ, δ, come

$$\alpha\, A + \beta\, B = \gamma\, C + \delta\, D \tag{4.10}$$

la condizione di equilibrio della reazione implica che le pressioni parziali delle specie obbediscono alla relazione

$$K_p = \frac{p_C^{\gamma}\, p_D^{\delta}}{p_A^{\alpha}\, p_B^{\beta}} \tag{4.11}$$

dove la costante d'equilibrio della reazione è una funzione della sola temperatura:

$$K_p = K_p(T) \tag{4.12}$$

Poiché le pressioni parziali sono legate alla pressione totale tramite le frazioni molari delle specie

$$p_i = X_i\, p \tag{4.13}$$

possiamo riscrivere la (4.11) in termini di frazioni molari

$$K_p = \frac{X_C^\gamma X_D^\delta}{X_A^\alpha X_B^\beta} p^{\gamma+\delta-\alpha-\beta} \tag{4.14}$$

e quindi definire una costante d'equilibrio in termini di frazioni molari

$$K_X = \frac{X_C^\gamma X_D^\delta}{X_A^\alpha X_B^\beta} \tag{4.15}$$

che quindi risulta

$$K_X = K_p p^{-\gamma-\delta+\alpha+\beta} \tag{4.16}$$

e sarà perciò in generale una funzione delle temperatura e della pressione (tranne il caso particolare $\gamma+\delta=\alpha+\beta$). Quindi, per ogni dato valore della coppia temperatura – pressione, la (4.15) permette di trovare le concentrazioni di equilibrio delle varie specie che partecipano alla reazione.

Nella maggior parte dei propellenti le reazioni più importanti dal punto di vista energetico sono quelle che portano alla formazione di H_2O, CO e CO_2. Le reazioni *di formazione* di queste specie sono (nell'ambito di una trattazione in equilibrio chimico non interessano le reazioni effettive che avvengono nella miscela, ma solo quelle che portano alla formazione dei prodotti a partire dagli elementi nel loro stato di aggregazione standard)

$$H_2 + \frac{1}{2} O_2 = H_2O \tag{4.17}$$

$$C(s) + \frac{1}{2} O_2 = CO \tag{4.18}$$

$$C(s) + O_2 = CO_2 \tag{4.19}$$

come si vede in queste reazioni risulta, secondo la notazione adottata nella (4.16), che l'esponente della pressione è positivo. Questo vuol dire che all'aumentare della pressione il K_X dato dalla (4.16) aumenta, quindi nella (4.15) le concentrazioni dei prodotti dovranno aumentare, mentre quelle dei reagenti A e B dovranno diminuire. In altre parole, si ha una più completa conversione dei reagenti in prodotti, quindi un maggiore rilascio di energia, o come si dice, la reazione si sposta verso destra.

Quindi in generale all'aumentare della pressione di combustione p_c la temperatura in camera di combustione T_c aumenta, con benefici effetti sulla velocità efficace di uscita secondo la (3.51), o equivalentemente sull'impulso specifico (2.9).

Osserviamo che l'attuale tendenza ad utilizzare pressioni in camera di combustione molto alte può condurre a situazioni in cui l'equazione di stato applicabile non sia più quella per gas termicamente perfetti.

4.4 Prestazioni teoriche dei propellenti

Assegnata quindi una combinazione ossidante/combustibile, le relative temperature di iniezione in camera, ed il suo rapporto di miscela r, nonché la pressione in camera di combustione, possiamo calcolare tutte le grandezze necessarie per valutare la velocità efficace di uscita secondo la (3.51), se il valore del rapporto di espansione dell'ugello, e la pressione ambiente, sono anche specificati. La

c risultante identifica una prestazione *teorica* dell'ugello, in quanto la (3.51) è valida per un ugello ideale, in cui si trascurano cioè i fattori di perdita considerati in sez. 3.7. Abbiamo però anche visto che il considerare l'espansione nell'ugello con chimica congelata, come la (3.51) assume, porta a sottovalutare lievemente c perché non si tiene conto della ricombinazione che può verificarsi nel corso dell'espansione, vedi sez. 3.7.3. L'altra ipotesi estrema, di equilibrio chimico nell'espansione, porta invece a sopravalutare lievemente c.

Per consentire di confrontare le prestazioni teoriche dei diversi propellenti su base standard, si assume generalmente una $p_c = 1000$ psi (libbre–forza per pollice quadrato; 1 psi $\simeq$ 6.9 kPa, quindi 1000 psi $\simeq$ 6.9 MPa $\simeq$ 68 atm), ed una pressione ambiente pari alla pressione atmosferica al livello del suolo (1 atm = 101.325 kPa $\simeq$ 14.7 psi), e che l'ugello sia adattato a quest'ultima pressione. Per la temperatura dei reagenti si assume $T_f = T_{ox} = 25$ C = 298.15 K. Il calcolo delle prestazioni teoriche può essere effettuato o per espansione chimicamente congelata (*frozen*) oppure in equilibrio chimico (*shifting equilibrium*). Talvolta le prestazioni per operazione *nel vuoto* sono valutate, sempre per $p_c = 1000$ psi, assumendo un rapporto di espansione dell'ugello $\epsilon = 40$.

Nelle figure seguenti esaminiamo le prestazioni, calcolate secondo l'ipotesi di ugello ideale (chimica congelata), di diverse combinazioni combustibile/ossidante, assumendo che la pressione in camera sia $p_c = 7$ MPa, e la temperatura di ingresso dei reagenti in camera di combustione sia $T_f = T_o =$ 300 K (quindi sostanzialmente nelle condizioni di riferimento standard citate sopra). Le prestazioni al livello del suolo ($c_{S/L}$, velocità efficace di uscita a livello del suolo) sono calcolate assumendo ugello adattato alla pressione ambiente $p_a = 101.325$ kPa, mentre le prestazioni nel vuoto (c_{vac}, velocità efficace di uscita nel vuoto) sono calcolate assumendo che l'ugello abbia un rapporto di espansione $\epsilon = 40$. Riportiamo inoltre anche la velocità caratteristica c^*, che come noto, vedi sez. 3.3, dipende unicamente dalle condizioni in camera di combustione. Consideriamo dapprima l'effetto del rapporto in massa ossidante/combustibile O/F, e successivamente quello della pressione in camera di combustione p_c.

Le figg. 4.1, 4.2 riportano le condizioni in camera e le prestazioni teoriche di una combinazione di idrogeno liquido (LH) e ossigeno liquido (LOX). Sottolineiamo che, avendo assunto una temperatura di iniezione in camera per entrambi i propellenti di 300 K, tali propellenti non saranno ovviamente più allo stato liquido all'ingresso in camera. In effetti, in tali motori l'idrogeno liquido viene normalmente utilizzato per raffreddare l'ugello e/o la camera di combustione, con la conseguenza che la sua temperatura sale ed esso vaporizza; esso viene poi anche utilizzato per riscaldare l'ossigeno liquido, che vaporizza quindi anch'esso. Le condizioni di temperatura in ingresso assunte sono perciò ragionevoli. Il valore stechiometrico del rapporto di miscela si ricava imponendo combustione completa

$$\mathrm{H_2} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} \rightarrow \mathrm{H_2O} \tag{4.20}$$

per cui

$$r_{st} = \frac{\frac{1}{2}W_{O_2}}{W_{H_2}} = \frac{15.9994}{2.01594} \simeq 8 \tag{4.21}$$

Come si vede dalla fig. 4.1, la temperatura ha effettivamente un massimo in prossimità del valore stechiometrico di r (per la precisione, 3687 K a $r = 7.8$); tuttavia si nota che il massimo dell'impulso specifico ($c_{S/L} = 4028$ m/s, $c_{vac} = 4524$ m/s; il massimo della velocità caratteristica è $c^* = 2561$ m/s) si ha per valori alquanto più bassi di r, intorno a $r \sim 3.0$. Ciò è dovuto al fatto che il peso molecolare medio dei prodotti di combustione si abbassa quando la combustione avviene con eccesso di combustibile (quindi r inferiore al valore stechiometrico) perché una combustione 'ricca' (cioè con

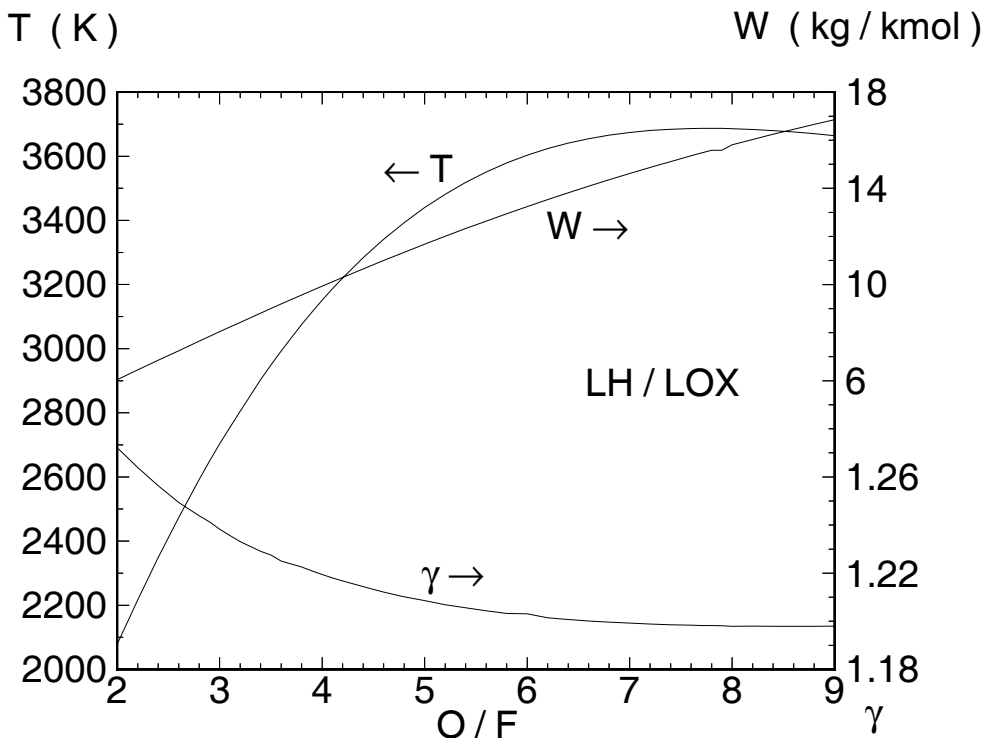

Figure 4.1: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con idrogeno ed ossigeno, in funzione del rapporto O/F, per $p_c = 7$ MPa.

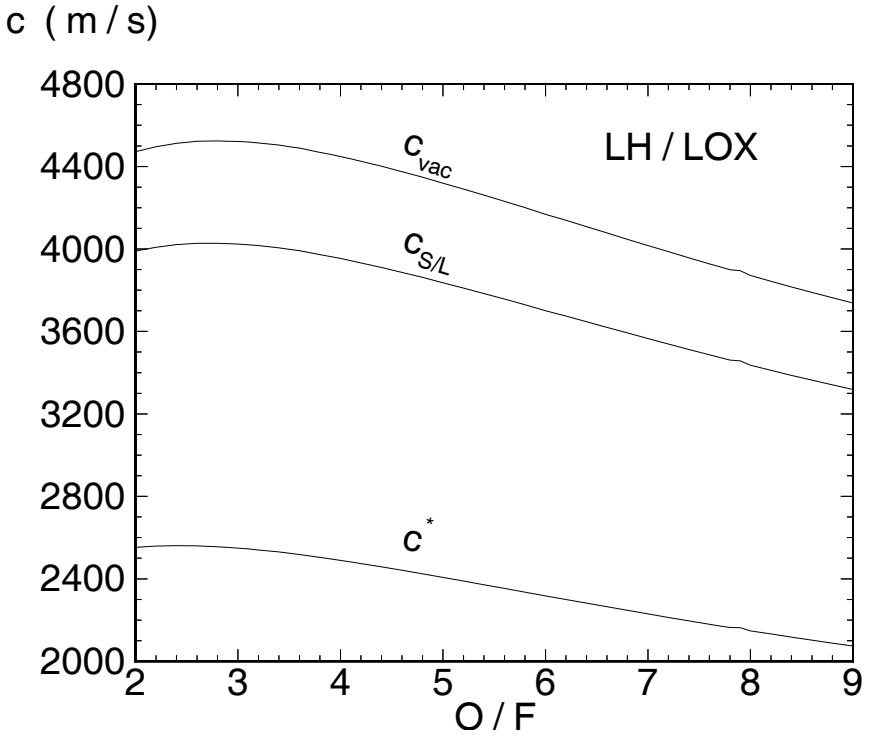

Figure 4.2: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con idrogeno ed ossigeno, in funzione del rapporto O/F, per $p_c = 7$ MPa.

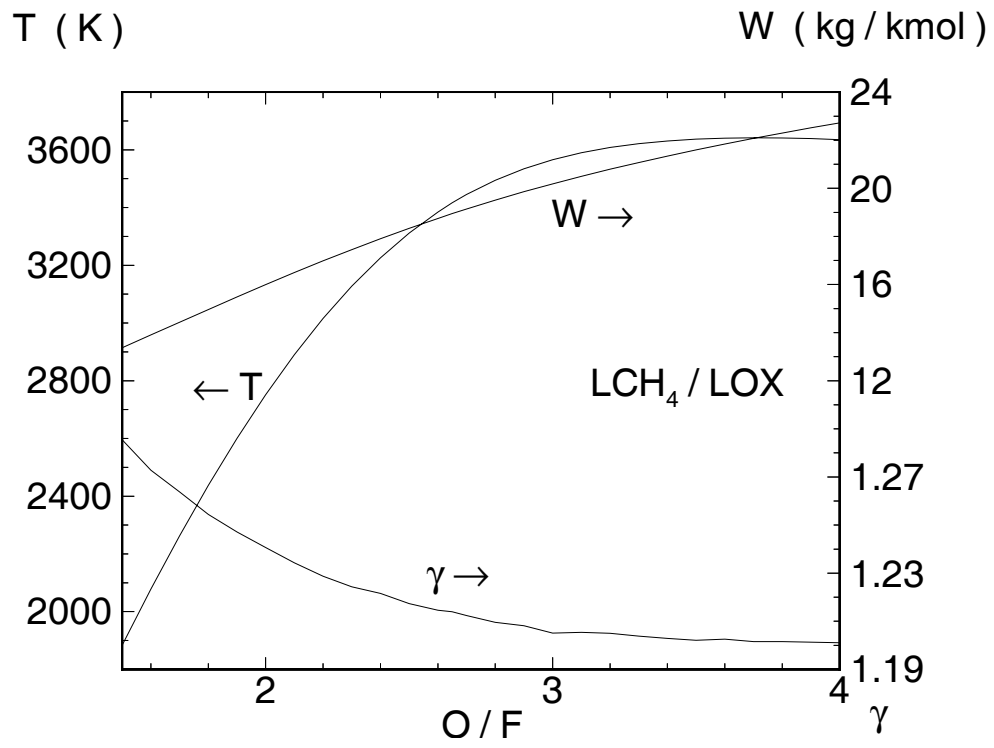

Figure 4.3: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con metano ed ossigeno, in funzione del rapporto O/F, per $p_c = 7$ MPa.

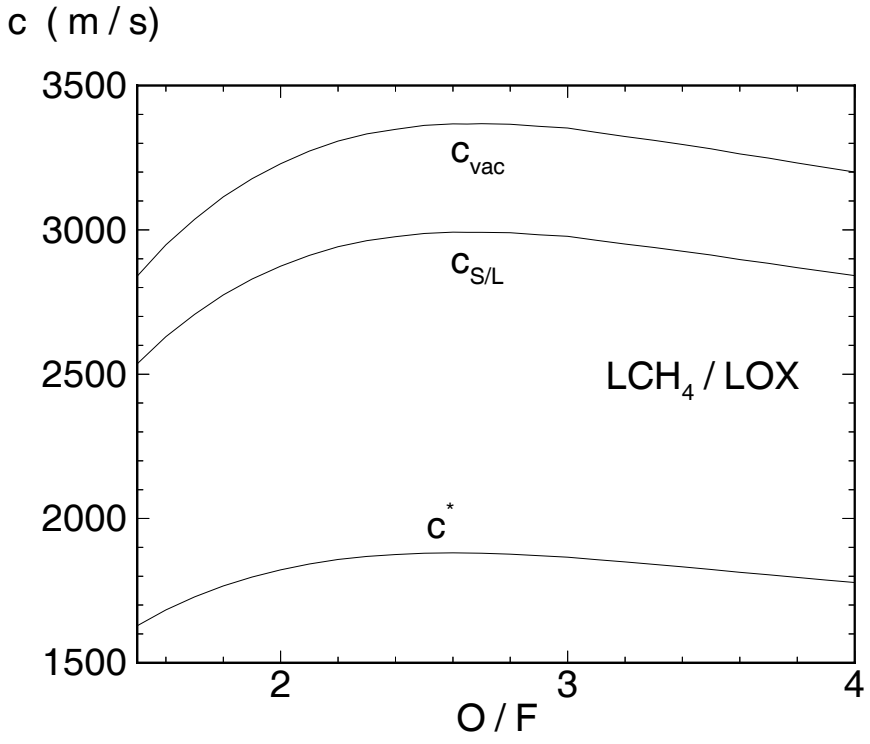

Figure 4.4: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con metano ed ossigeno, in funzione del rapporto O/F, per $p_c = 7$ MPa.

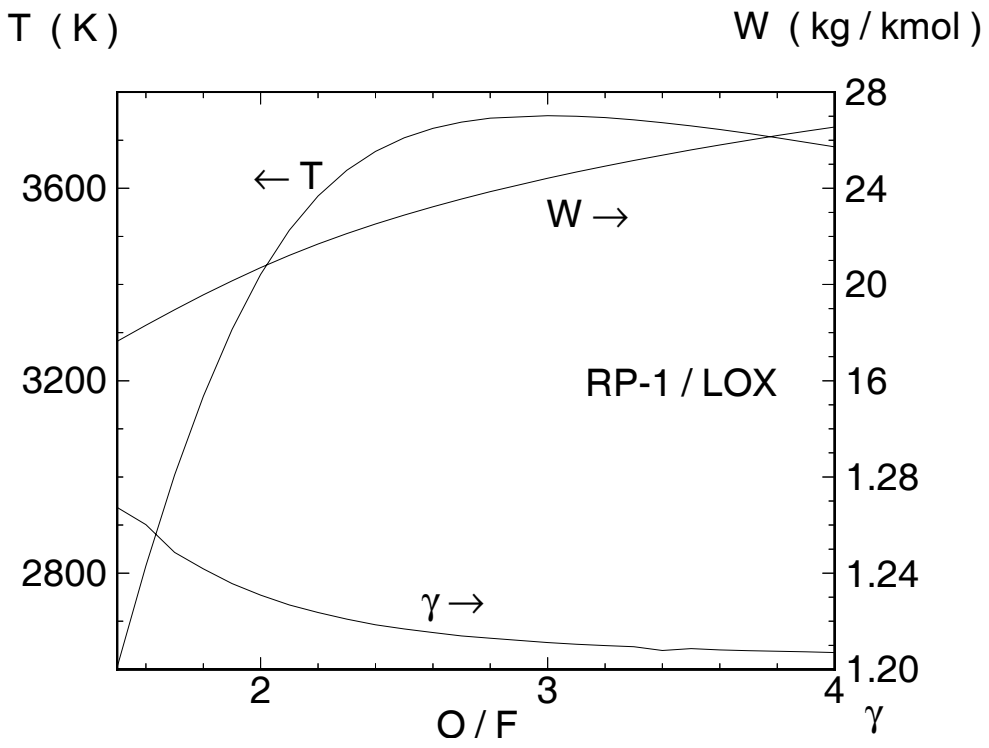

Figure 4.5: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con RP–1 ed ossigeno, in funzione del rapporto O/F, per $p_c = 7$ MPa.

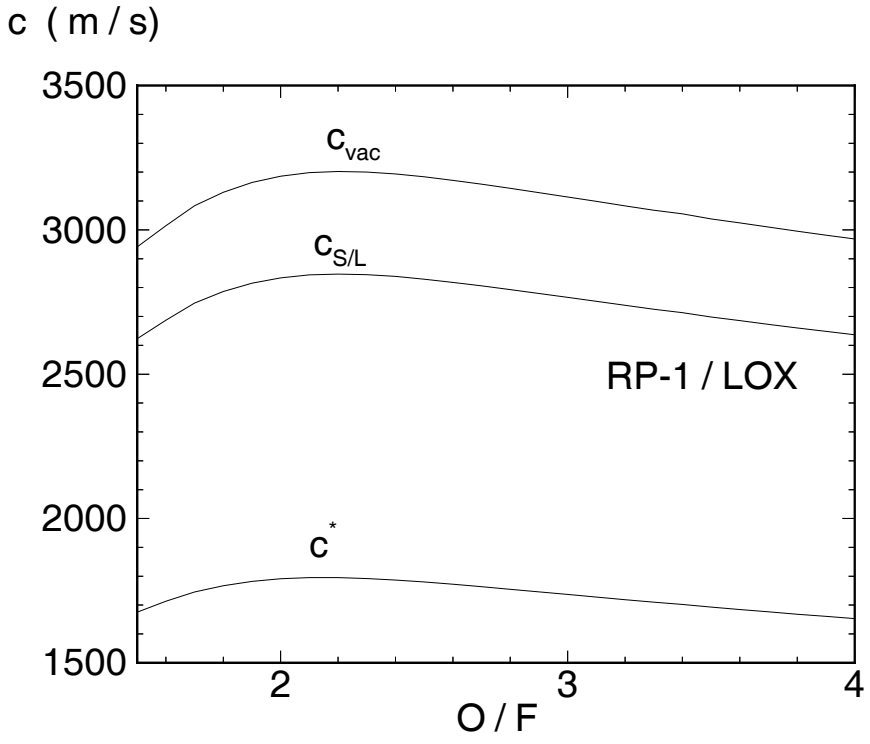

Figure 4.6: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con RP–1 ed ossigeno, in funzione del rapporto O/F, per $p_c = 7$ MPa.

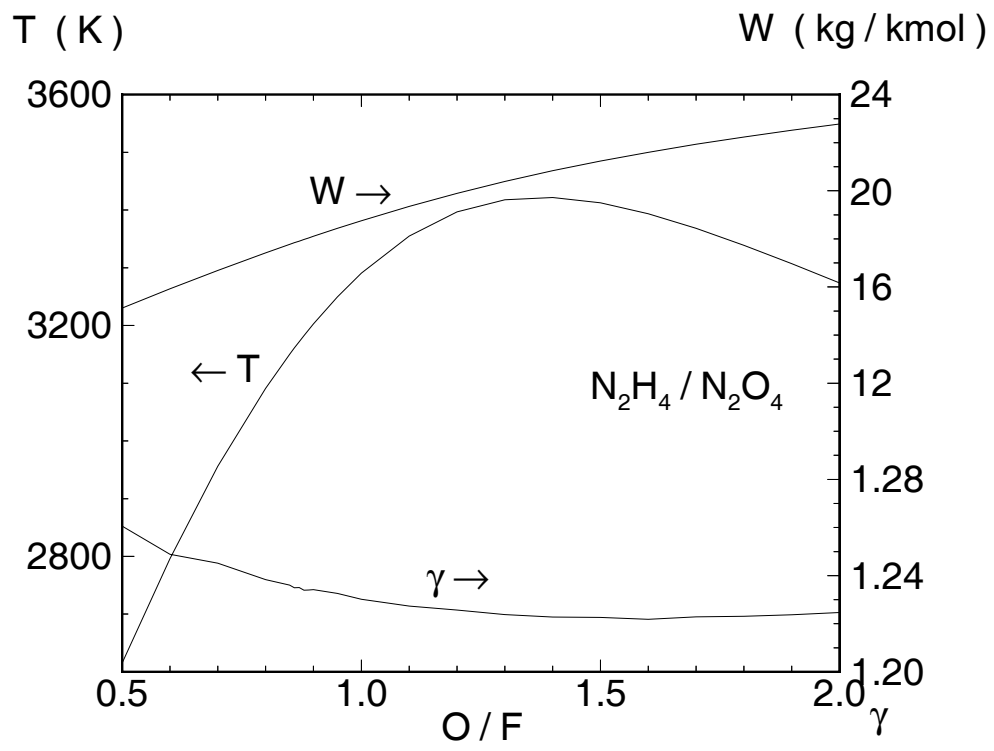

Figure 4.7: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con idrazina e tetrossido di azoto, in funzione di O/F, per $p_c = 7$ MPa.

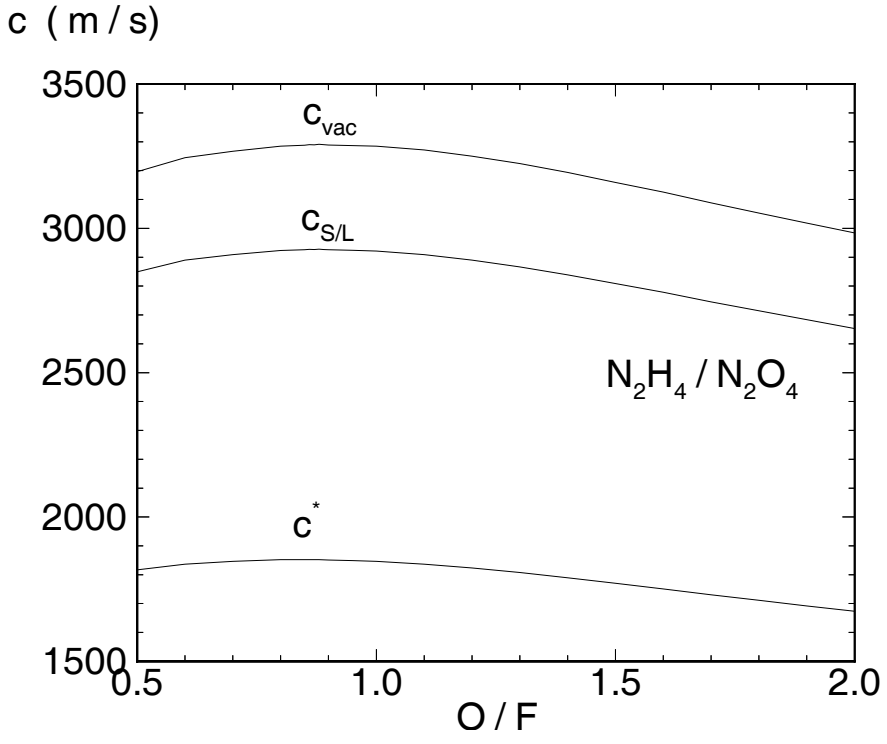

Figure 4.8: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con idrazina e tetrossido di azoto, in funzione del rapporto O/F, per $p_c = 7$ MPa.

eccesso di combustibile) dà prodotti che abbondano in specie leggere (come H e H_2), e la (3.51) indica che $c \propto \sqrt{T_c/W}$. Nel caso in questione, si ha $W = 15.8$ kg/kmol in condizioni stechiometriche, mentre $W = 8$ kg/kmol a $r = 3$. Questa è una constatazione generale, cioè in generale l'optimum della velocità efficace di uscita si ha per r inferiore al valore stechiometrico. Occorre tuttavia notare che, nel caso di combinazioni LH/LOX, non conviene scendere ai valori di r ottimi citati, perché ciò implicherebbe serbatoi del LH estremamente voluminosi, a causa della sua bassissima densità (circa 70 kg/m^3, contro i circa 1140 kg/m^3 del LOX), con conseguente aggravio di peso ad accresciuta resistenza aerodinamica nella fase di volo entro l'atmosfera. I valori di r praticamente utilizzati per queste combinazioni criogeniche vanno da 5 a 6 o poco più.

Le figg. 4.3, 4.4 riportano, in forma analoga, le condizioni in camera e le prestazioni teoriche di una combinazione di metano liquido (LCH_4) ed ossigeno liquido, in funzione del rapporto di miscela. Vedremo nel cap. 6 che tale combinazione è attualmente valutata con interesse per futuri motori per primi stati, in quanto, pur dando prestazioni inferiori a quelle della combinazione LH/LOX, consente di avere serbatoi del combustibile alquanto più compatti (essendo la densità del metano liquido circa 425 kg/m^3, ossia sei volte quella del LH). Il valore stechiometrico del rapporto di miscela si ricava imponendo combustione completa

$$CH_4 + 2\,O_2 \rightarrow CO_2 + 2\,H_2O \tag{4.22}$$

per cui

$$r_{st} = \frac{2\,W_{O_2}}{W_{CH_4}} = \frac{63.9976}{16.04303} \simeq 4 \tag{4.23}$$

Anche in questo caso si vede dalla fig. 4.3 che la temperatura ha effettivamente un massimo in prossimità di questo valore di r (3641 K a $r = 3.8$, con $W = 22.3$ kg/kmol); il massimo dell'impulso specifico si ha invece per valori alquanto più bassi di r (massimi: $c_{S/L} = 2992$ m/s, $c_{vac} = 3367$ m/s, $c^* = 1881$ m/s) e precisamente $r \sim 2.6$, per gli stessi motivi già citati (W si riduce a 18.7 kg/kmol; pur riducendosi la T_c a 3384 K, si ha in corrispondenza un massimo di T_c/W). Si osservi che le alte prestazioni citate sopra per LH/LOX sono dovute al basso peso molecolare dei prodotti di combustione.

Le figg. 4.5, 4.6 riportano, in forma analoga, le condizioni in camera e le prestazioni teoriche di una combinazione di RP–1 (un propellente per razzi ricavato da idrocarburi, che presenta in media un rapporto globale tra numero di atomi di idrogeno ed atomi di carbonio pari a circa 1.95–1.96) ed ossigeno liquido, in funzione del rapporto di miscela. Il valore stechiometrico del rapporto di miscela si ricava imponendo combustione completa (assumendo il valore 1.96 per il rapporto atomico citato):

$$CH_{1.96} + \left(1 + \frac{1.96}{4}\right) O_2 \rightarrow CO_2 + \frac{1.96}{2} H_2O \tag{4.24}$$

per cui

$$r_{st} = \frac{\left(1 + \frac{1.96}{4}\right) W_{O_2}}{W_{CH_{1.96}}} = \frac{47.68}{13.96} \simeq 3.4 \tag{4.25}$$

Ancora, si può vedere dalla fig. 4.5 che la temperatura ha effettivamente un massimo in prossimità a questo valore di r (3750 K a $r = 3.1$, con $W = 24.4$ kg/kmol); il massimo dell'impulso specifico si ha (massimi: $c_{S/L} = 2847$ m/s, $c_{vac} = 3202$ m/s, $c^* = 1795$ m/s) invece per valori alquanto più bassi di r, e precisamente $r \sim 2.2$, per motivi analoghi a quelli già citati ($T_c = 3584$ K, con $W = 21.7$ kJ/kmol). Si noti che le prestazioni sono lievemente inferiori a quelle della combinazione LCH_4/LOX,

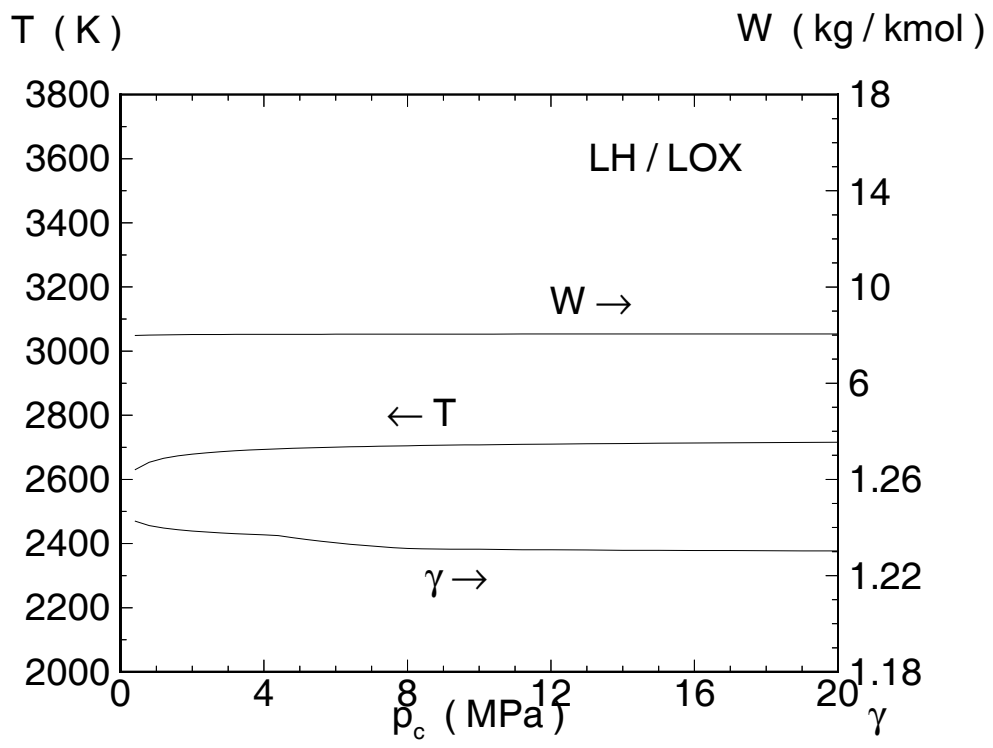

Figure 4.9: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con idrogeno ed ossigeno, in funzione di p_c, per $O/F = 3.0$.

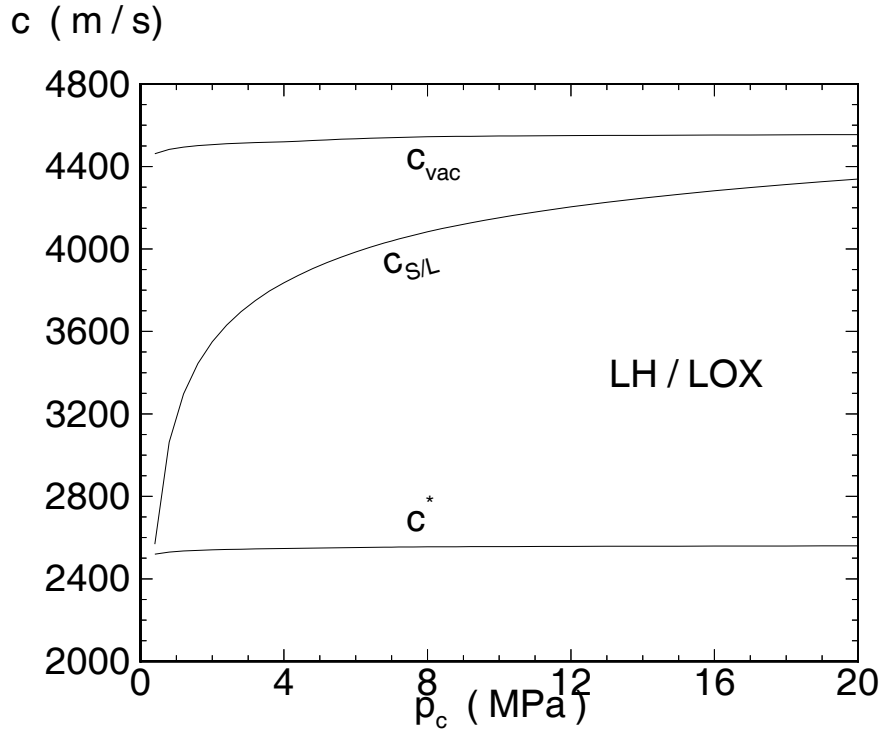

Figure 4.10: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con idrogeno ed ossigeno, in funzione di p_c, per $O/F = 3.0$.

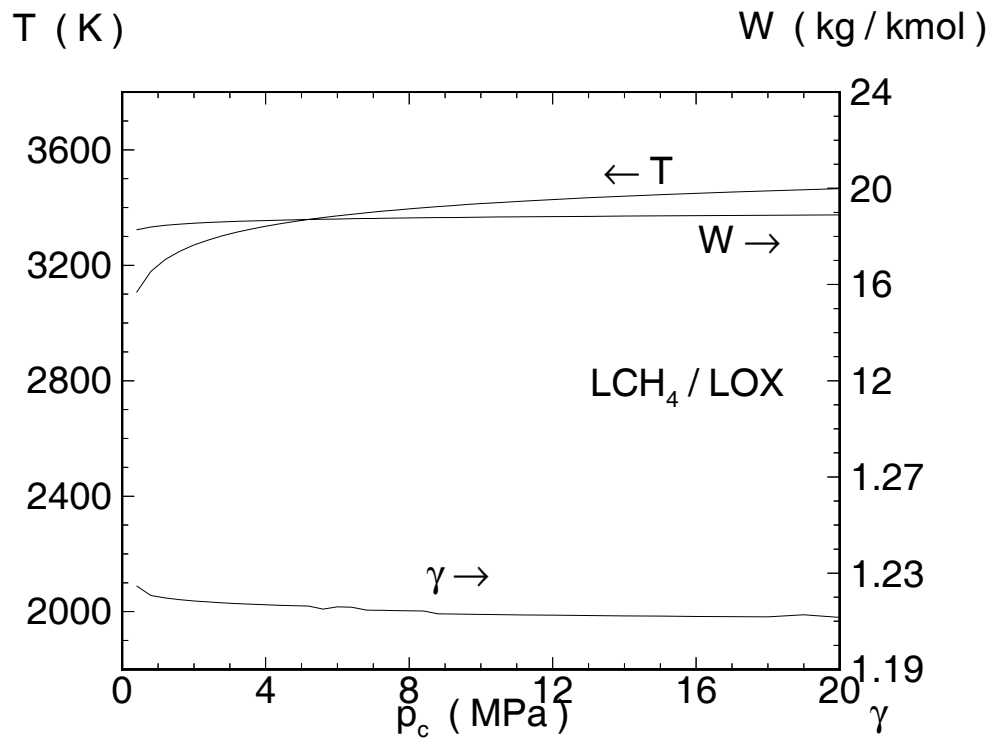

Figure 4.11: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con metano ed ossigeno, in funzione di p_c, per $O/F = 2.6$.

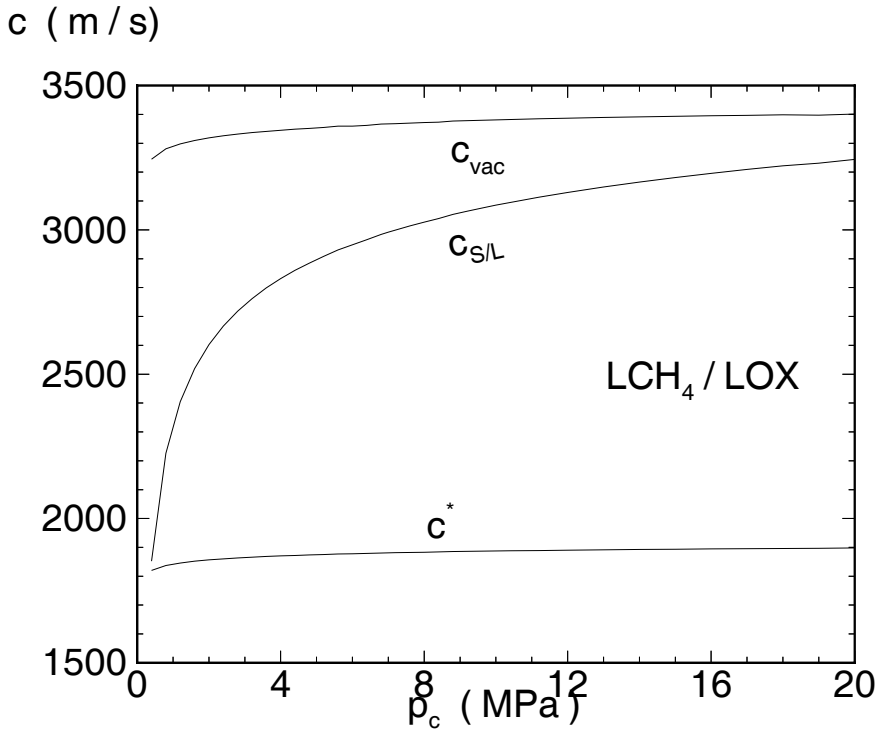

Figure 4.12: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con metano ed ossigeno, in funzione di p_c, per $O/F = 2.6$.

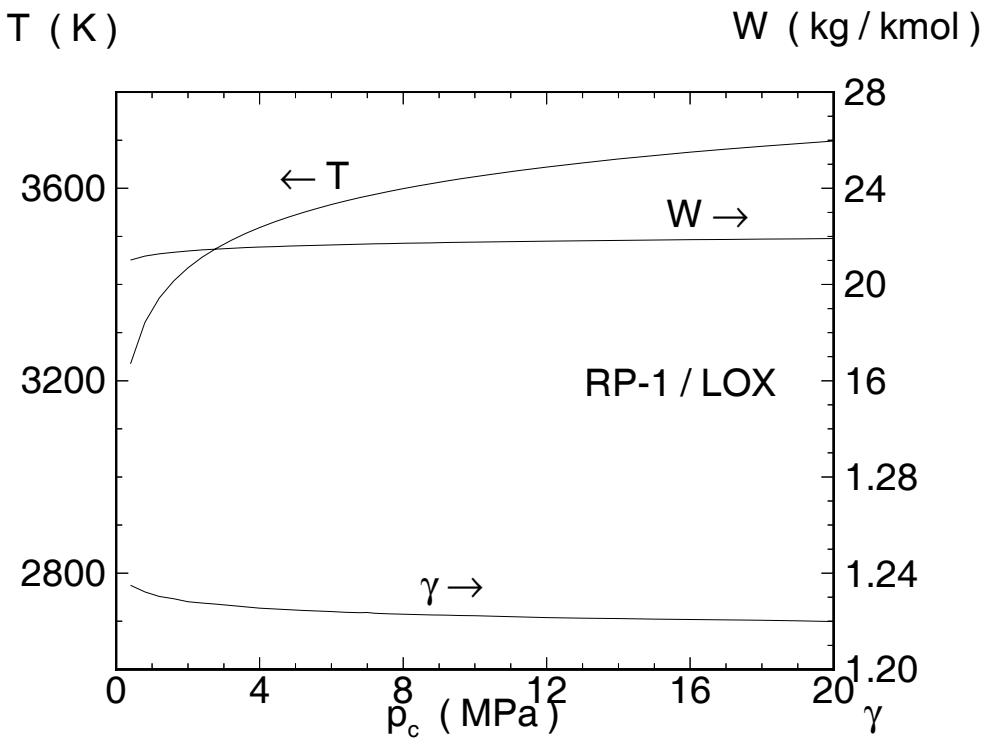

Figure 4.13: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con RP–1 ed ossigeno, in funzione di p_c, per $O/F = 2.2$.

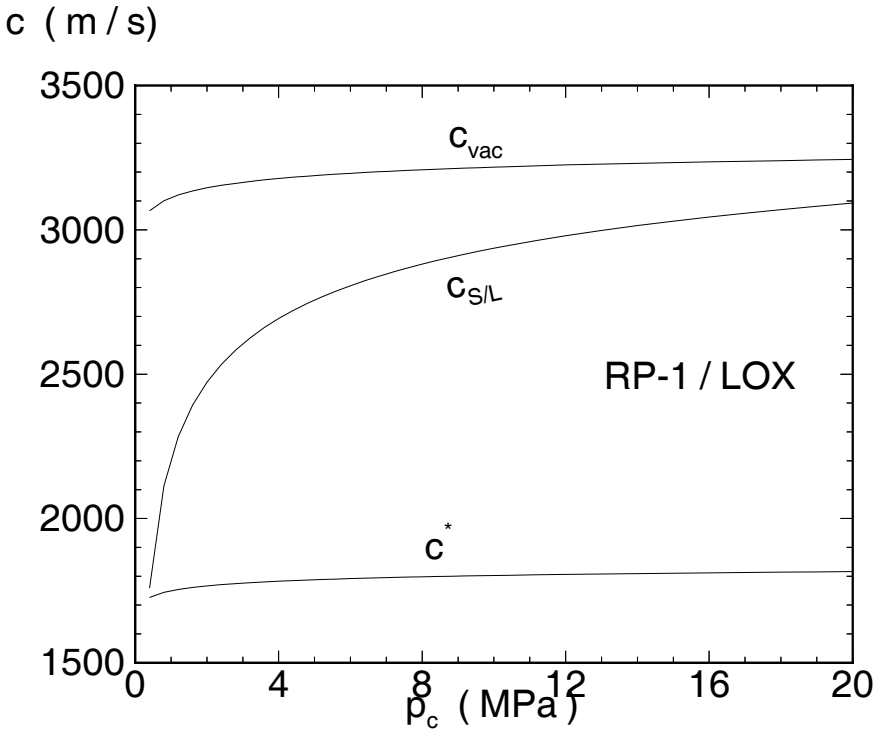

Figure 4.14: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con RP–1 ed ossigeno, in funzione di p_c, per $O/F = 2.2$.

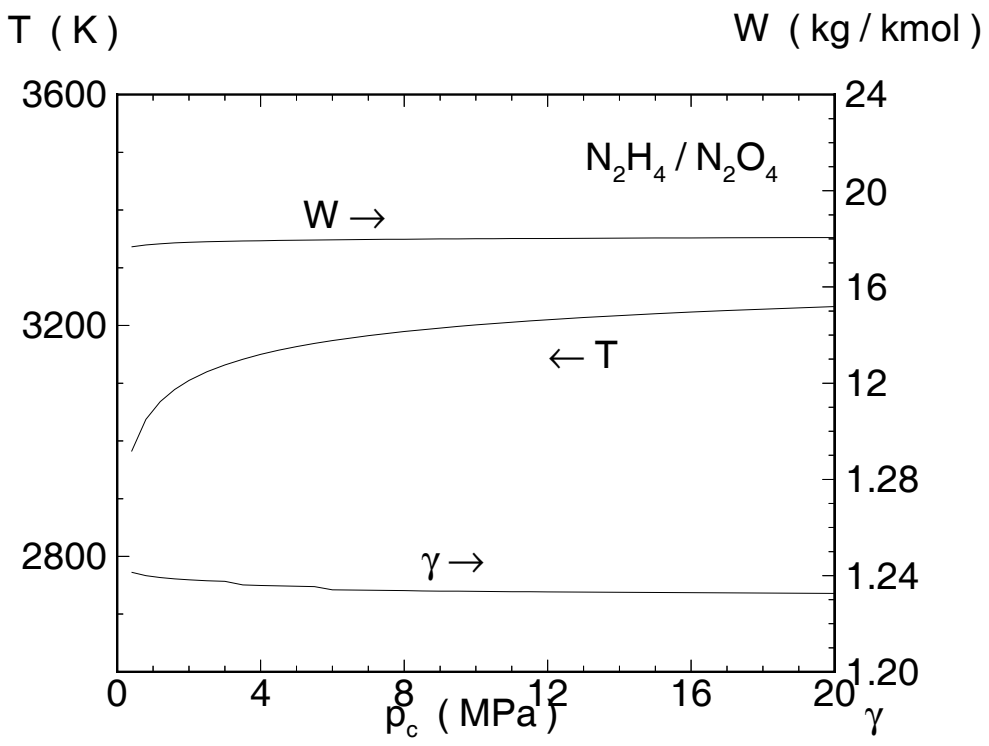

Figure 4.15: Temperatura T_c, peso molecolare W e rapporto dei calori specifici γ in una camera di combustione alimentata con idrazina e tetrossido di azoto, in funzione p_c, per $O/F = 0.88$.

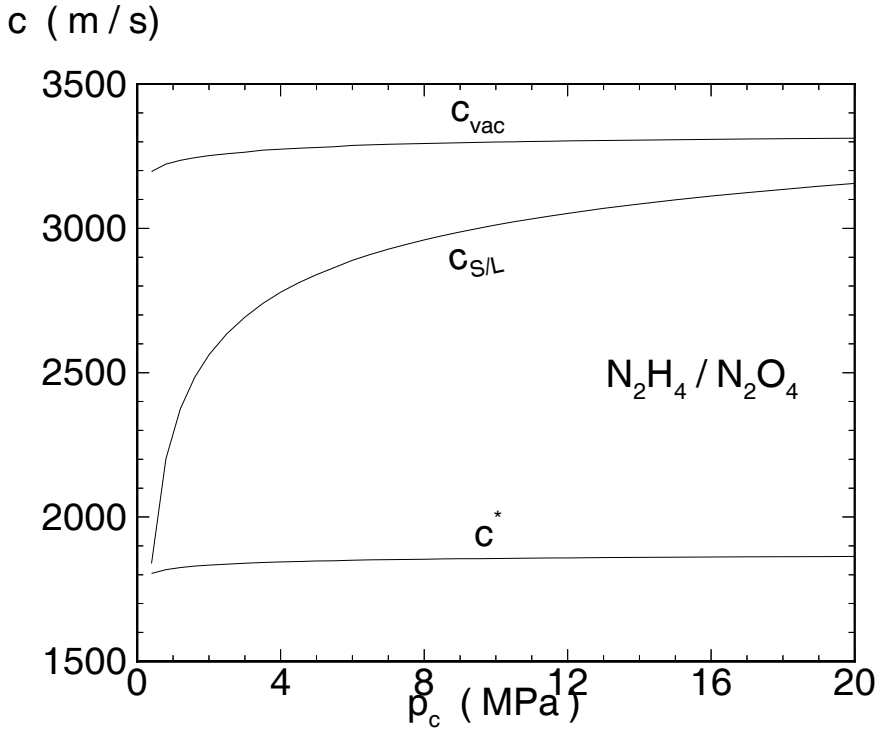

Figure 4.16: Prestazioni teoriche di un endoreattore alimentato con idrazina e tetrossido di azoto, in funzione di p_c, per $O/F = 0.88$.

a causa del minore rapporto tra atomi di idrogeno (leggeri) e di carbonio, per cui il peso molecolare dei prodotti di combustione risulta più alto.

Le figg. 4.7, 4.8 riportano poi le condizioni in camera e le prestazioni teoriche di una combinazione *storable* idrazina/tetrossido d'azoto; quest'ultime risultano in un massimo intorno a $r = 0.88$ (massimi: $c_{S/L} = 2928$ m/s, $c_{vac} = 3291$ m/s, $c^* = 1852$ m/s), condizioni alle quali corrisponde una $T_c = 3182$ K ed un $W = 18$ kg/kmol. La massima temperatura di combustione si ha al solito per valori di r più alti ($T_c = 3422$ K per $r = 1.4$, però con $W = 20.8$ kg/kmol).

Consideriamo adesso l'effetto della pressione in camera, fissando il valore del rapporto di miscela alle condizioni che danno l'ottimo delle prestazioni (almeno per il caso sopra esaminato di una $p_c = 7$ MPa). Le figg. 4.9, 4.10 mostrano l'effetto della pressione in camera di combustione (a rapporto di miscela $r = 3$, anche se abbiamo visto che tale valore non è praticamente proponibile) sulle prestazioni ottenibili da una combinazione LH/LOX; si noti l'aumento della velocità efficace d'uscita con p_c. Occorre chiarire che il miglioramento è dovuto in parte all'aumento del coefficiente di spinta dell'ugello all'aumentare della pressione in camera, ed in parte all'aumento della velocità caratteristica dovuto al regredire della dissociazione (concentrazioni di H_2, H, OH, O in particolare), con conseguente aumento della temperatura di combustione (anche se W aumenta lievemente). Si noti che, mentre le prestazioni migliorano dapprima sensibilmente all'aumentare di p_c, per alte pressioni l'aumento si fa sempre più limitato; occorre quindi verificare se il miglioramento di c ottenuto sia giustificato in confronto all'aumento di peso dovuto alla necessità di utilizzare pareti più spesse, quindi più pesanti, per resistere alle maggiori pressioni, e pompe più potenti, perciò più pesanti.

In maniera del tutto analoga, le figg. 4.11, 4.12 mostrano gli effetti di p_c per una combinazione LCH_4/LOX a $r = 2.6$, le figg. 4.13, 4.14 mostrano gli effetti di p_c per una combinazione RP–1/LOX a $r = 2.2$, ed infine le figg. 4.15, 4.16 mostrano gli effetti di p_c per una combinazione idrazina/tetrossido d'azoto a $r = 0.88$.

Le seguenti tabelle riportano le prestazioni standard (ottime in funzione di r, vedi sotto) ottenibili da diverse combinazioni ossidante/ combustibile, sia per propellenti liquidi che solidi; la prima tabella si riferisce all'operazione al livello del mare, la seconda all'operazione nel vuoto. Viene riportata anche la velocità caratteristica c^*. Le velocità efficaci di uscita sono date sotto entrambe le ipotesi limite di ugello ideale (flusso chimicamente congelato, c_{froz}) e flusso in equilibrio chimico (c_{eq}).

Ossidante	*Combustibile*	c_{froz}	c_{eq}	c^*	T_c
Propellenti liquidi					
ossigeno	75% alcool	2620	2735	1650	3230
ossigeno	RP–1	2805	2940	1800	3680
ossigeno	idrazina	2950	3070	1880	3400
ossigeno	UDMH	2890	3040	1850	3590
ossigeno	idrogeno	3695	3825	2430	3000
fluoro	idrazina	3275	3560	2170	4710
fluoro	idrogeno	3900	4020	2540	3900
tetrossido d'azoto	idrazina	2775	2860	1770	3260
tetrossido d'azoto	MMH		2825	1750	3400
tetrossido d'azoto	50% UDMH – 50% idrazina	2725	2820	1680	3370
acido nitrico (RFNA)	RP–1	2530	2630	1600	3230
acido nitrico (RFNA)	50% UDMH – 50% idrazina	2670	2735	1690	3170
Propellenti solidi					
nitrato d'ammonio	11% legante + 7% additivi	1880		1210	1280
perclorato d'ammonio	18% legante + 4÷20% additivi	2570		1590	2820
perclorato d'ammonio	12% legante + 4÷20% additivi	2610		1580	3370

$p_c \simeq 6.9$ MPa $\simeq 68$ atm $\simeq 1000$ psi. Ugello adattato per espansione fino alla p_a al livello del suolo.

Ossidante	*Combustibile*	c_{froz}	c_{eq}	c^*	T_c
Propellenti liquidi					
ossigeno	RP–1		3510	1840	3700
ossigeno	idrogeno		4460	2390	3250
fluoro	idrogeno		4700	2530	4260
tetrossido d'azoto	MMH		3350	1720	3400
tetrossido d'azoto	50% UDMH – 50% idrazina		3350	1730	3370

Espansione nel vuoto, $\epsilon = 40$.

Velocità efficaci di uscita c_{froz} (per espansione con chimica congelata) e c_{eq} (per espansione con chimica in equilibrio), e velocità caratteristica c^* in m/s, T_c in K.

In queste tabelle, per i propellenti liquidi, le prestazioni sono calcolate in corrispondenza al rapporto $\dot{m}_{ox}/\dot{m}_f$ che dà la massima c, che risulta differente sotto le ipotesi di espansione *frozen* o in equilibrio. Anche c^* varia lievemente (è riportato indicativamente un valore intermedio tra le due ipotesi), mentre T_c varia più sensibilmente (è riportato il più alto tra i due valori).

Capitolo 5

Scambio termico

La resistenza meccanica dei materiali si riduce notevolmente ad alte temperature, come si può osservare dalla fig. 5.1 che riporta il carico di snervamento σ_s (in MPa; viene tuttavia spesso ancora dato in unità del sistema tecnico, $kg_f/cm^2 = 0.098$ MPa) in funzione della temperatura, per vari materiali di impiego aerospaziale.
La bassa σ_s ad alte temperature implica che sono necessari forti spessori del materiale per resistere ai carichi assegnati, per cui la massa delle strutture risulta alquanto rilevante; nelle applicazioni spaziali è invece assolutamente necessario contenere al minimo tale massa. Per ridurre gli spessori necessari, bisogna allora cercare di contenere le temperature sopportate dai materiali, prendendo opportuni provvedimenti per favorire lo scambio termico, in modo da refrigerare le parti a più alta temperatura (ugello e camera di combustione).

5.1 Tecniche per il contenimento della temperatura

Le tecniche che si possono applicare per contenere la temperatura dei materiali possono innanzitutto essere classificate in base alla loro possibilità di assicurare il raffreddamento delle parti nell'operazione a regime stazionario, oppure soltanto in regime transitorio (quest'ultime sono efficaci solo per un lasso di tempo limitato).

Tra le tecniche che si possono utilizzare solo in regime transitorio annoveriamo le seguenti:

- raffeddamento ablativo. In questo caso il raffreddamento è assicurato da un materiale ablativo che sublima (assorbendo calore nel cambiamento di stato) progressivamente;

- pozzo di calore (*heat sink*). Il contenimento delle temperature è in questo caso affidato alla capacità termica del materiale usato; tale sistema richiede però pareti spesse, quindi pesanti, per cui non viene utilizzato se non marginalmente;

- inserti. Questi inserti di materiale refrattario vengono utilizzati per proteggere regioni particolarmente critiche, come la gola dell'ugello di un endoreattore a propellente solido; subiscono un certo consumo (p. es. quelli di grafite bruciano lentamente; fortunatamente la combustione è ostacolata dal fatto che generalmente i prodotti di combustione sono ricchi, per cui rimane pochissimo ossidante disponibile); vedi fig. 5.2.

Le tecniche che invece possono anche essere usate in regime stazionario sono:

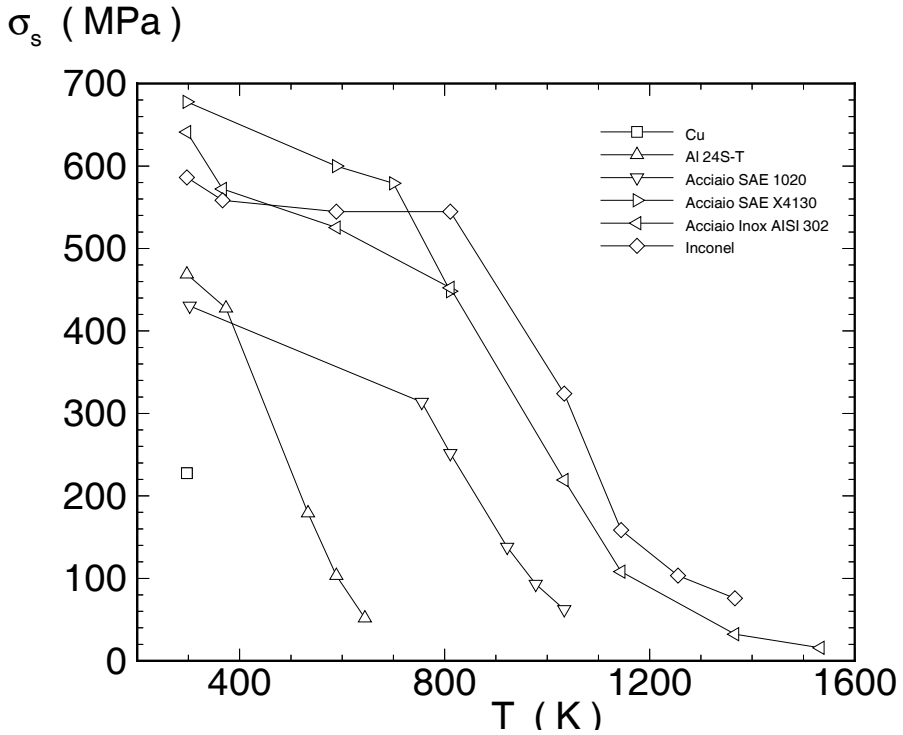

Figure 5.1: Carico di snervamento di alcuni materiali in funzione della temperatura.

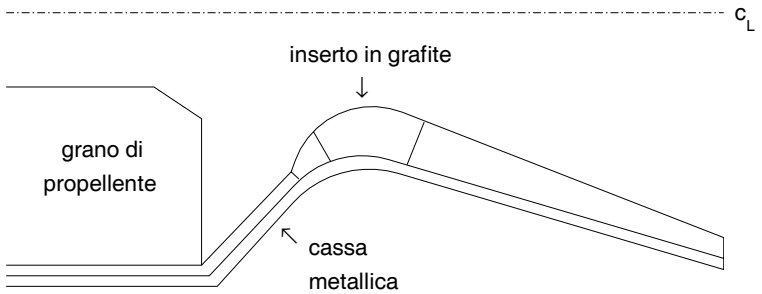

Figure 5.2: Inserti per la protezione dell'ugello.

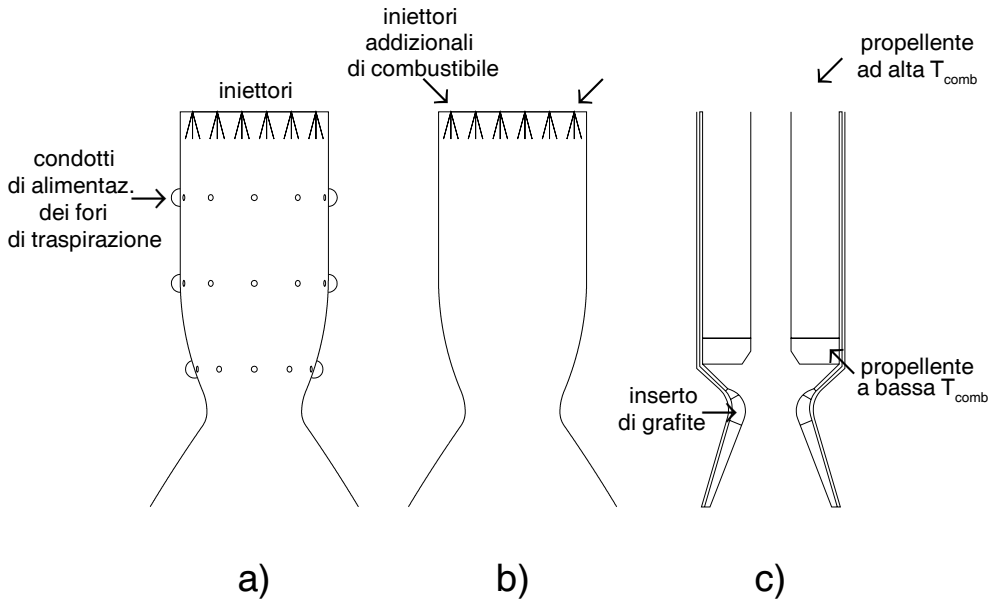

Figure 5.3: Metodologie per il *film cooling*.

- rigenerazione, cioè raffreddamento delle pareti esterne dell'ugello e della camera mediante un liquido (tipicamente il combustibile negli endoreattori a propellente liquido); essa dà il vantaggio accessorio di preriscaldare il fluido operativo prima dell'ingresso in camera;

- *film cooling*. In questo caso un liquido viene iniettato sulle pareti interne per proteggere le zone più critiche (vedi fig. 5.3);

- radiazione. In questo caso le pareti dell'ugello e della camera sono semplicemente raffreddate per radiazione verso l'esterno; devono però essere realizzate in materiale in grado di resistere ad alte temperature.

Tali tecniche possono anche essere usate contemporaneamente in uno stesso motore, per esempio un ugello può essere raffreddato in prossimità della gola (che come vedremo è la zona più critica) mediante rigenerazione, mentre la parte terminale del divergente (a volte detta *estensione* dell'ugello, dove la temperatura del fluido operativo è più bassa) può invece essere raffreddata semplicemente per radiazione.

La scambio termico andrà quindi attivato per favorire il raffreddamento dell'ugello e della camera di combustione. Allo stesso tempo, sarà necessario invece contenere lo scambio termico tra la superficie esterna del lanciatore o dello *spacecraft* (satellite o sonda), ed i propellenti contenuti nei serbatoi, in modo di non alterarne le caratteristiche. La superficie esterna si trova infatti a temperatura relativamente alta sia per effetto del riscaldamento aerodinamico ad alte velocità, per lanciatori che operano nell'atmosfera, oppure, per *spacecrafts*, per effetto dell'illuminazione solare.

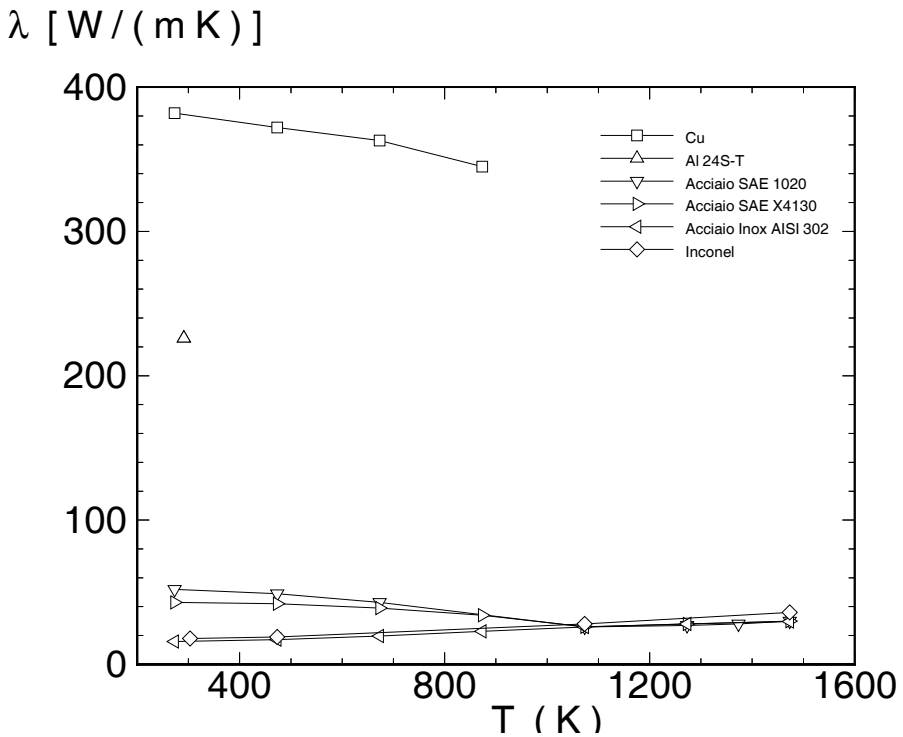

Figure 5.4: Conducibilità termica di alcuni materiali in funzione della temperatura.

5.2 Modalità di scambio termico

Lo scambio termico può avvenire secondo tre vie: conduzione, convezione, radiazione.

5.2.1 Conduzione

Nello scambio termico per conduzione, il flusso termico (o potenza termica specifica), cioè la quantità di calore scambiata per unità di area ed unità di tempo (misurata in W/m^2) risulta proporzionale al gradiente di temperatura:

$$\dot{q} \;=\; -\,\lambda\,\mathrm{grad}\,T \tag{5.1}$$

dove λ è la conducibilità termica del mezzo, che si misura quindi in $W/(m \cdot K)$. Questa formula si applica evidentemente a mezzi tanto fluidi che solidi. La fig. 5.4 riporta la conducibilità termica di alcuni materiali, in funzione della temperatura.

5.2.2 Convezione

Nello scambio termico per convezione, che si ha all'interfaccia tra una parete solida ed un fluido, la potenza termica specifica risulta proporzionale alla differenza di temperatura:

$$\dot{q} \;=\; h\,(T_h \,-\, T_l) \tag{5.2}$$

dove h indica il coefficiente di scambio termico per convezione (la cui determinazione, incidentalmente, è alquanto problematica), e T_h e T_l le temperature del mezzo a più alta e più bassa temperatura fra

i due, rispettivamente.

Per ricavare espressioni che ci consentano di quantificare il coefficiente di convezione, introduciamo i numeri adimensionali di Nusselt, Reynolds, Prandtl:

$$Nu = \frac{h\,D}{\lambda} \tag{5.3}$$

$$Re = \frac{\rho\,v\,D}{\mu} \tag{5.4}$$

$$Pr = \frac{\mu\,c_p}{\lambda} \tag{5.5}$$

Il primo ha il significato di rapporto fra l'ordine di grandezza del flusso termico per convezione ($\propto\ h\,\Delta T$) e quello per conduzione ($\propto\ \lambda\,\Delta T/\Delta x$), il secondo di rapporto fra le forze d'inerzia ($\propto\ \rho\,v^2$) e le forze viscose ($\propto\ \mu\,\Delta v/\Delta x$), il terzo di rapporto tra la diffusività della quantità di moto (μ) e dell'energia (λ/c_p). Notiamo che Pr è una proprietà del fluido, mentre Re e Nu dipendono, oltre che dalle proprietà del fluido, dal suo stato di moto. Nel flusso in un condotto, questi numeri adimensionali sono legati tra loro dalla correlazione empirica

$$Nu = 0.026\,Re^{0.8}\,Pr^{0.4} \tag{5.6}$$

Tale espressione non si applica però nella sezione divergente dell'ugello, dove il flusso è supersonico; si può tuttavia applicare una relazione formalmente molto simile

$$Nu_L = 0.026\,Re_L^{0.8}\,Pr^{0.4} \tag{5.7}$$

dove Nu_L e Re_L sono definiti come

$$Nu_L = \frac{h\,L}{\lambda} \tag{5.8}$$

$$Re_L = \frac{\rho\,v\,L}{\mu} \tag{5.9}$$

essendo L la distanza dalla gola. Si noti tuttavia che la (5.9) non è applicabile nelle immediate vicinanze della gola, essendo colà $L \to 0$.

5.2.3 Radiazione

Nello scambio termico per radiazione tra due superfici, la potenza termica specifica è espressa dalla relazione

$$\dot{q} = f\,\epsilon\,\sigma\,(T_h^4 - T_l^4) \tag{5.10}$$

dove $\sigma = 5.675{\cdot}10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}$ è la costante di Stefan–Boltzmann, ϵ è l'emissività del corpo (pari ad uno per un corpo nero, altrimenti inferiore ad uno), e f è un fattore che dipende dalla geometria; con T_h e T_l si sono indicate le temperature del corpo a temperatura più alta e più bassa, rispettivamente. Detto per inciso, la valutazione di f ed ϵ è un problema di notevole complessità [18, 19].

Lo scambio di calore tra un gas ed una superficie coinvolge una radiazione *per bande* dal gas (dovuta all'eccitazione dei livelli elettronici), ed una radiazione continua, descrivibile in forma simile alla (5.10), dovuta all'eventuale presenza nel gas di una fase condensata (particelle o goccioline).

5.3 Individuazione della zona più sollecitata

Come vedremo, il meccanismo che controlla lo scambio termico tra prodotti di combustione e pareti è lo scambio termico per convezione lato gas (indice g – introdurremo oltre, per il raffreddamento per rigenerazione, un indice per denotare le grandezze lato liquido). Identifichiamo ora la zona dove il flusso termico dovuto a questo meccanismo, cioè $h_g\,(T_g - T_w)$ essendo T_w la temperatura della parete, è più intenso. Cominciamo ad individuare dove h_g è massimo.

Il numero di Reynolds che compare nella (5.6) può essere espresso come

$$Re = \frac{\rho\, v\, D}{\mu} = \frac{\rho\, v\, A}{\mu}\,\frac{D}{A} = \frac{\dot{m}}{\mu}\,\frac{D}{\pi\, D^2\,/\,4} = \frac{4}{\pi}\,\frac{\dot{m}}{\mu}\,\frac{1}{D} \tag{5.11}$$

e poiché dalla (5.3) h_g può essere espresso come

$$h_g = \frac{\lambda\, Nu}{D} \tag{5.12}$$

risulta dalla (5.6) (si consideri in particolare che $\dot{m}$ nell'espressione sopra per Re è costante per l'equazione di continuità)

$$h_g \propto \frac{1}{D^{1.8}} \tag{5.13}$$

Quindi h_g sarà massimo dove D è minimo, cioè nella gola dell'ugello. Andrebbe a rigore, come detto, cercato il massimo di $h_g\,(T_g - T_w)$, e poiché T_g va diminuendo lungo l'ugello, questo fa sì che in effetti il massimo flusso termico si verifichi lievemente a monte della gola.

5.4 Raffreddamento per rigenerazione

Negli endoreattori a propellente liquido, possiamo sfruttare i propellenti per refrigerare le pareti dell'ugello e della camera di combustione. La rigenerazione rappresenta il principale metodo di scambio termico in tali motori. Il calore si trasferisce dai prodotti di combustione alla parete principalmente per convezione (c'è però anche un contributo dovuto alla radiazione), si trasmette per conduzione attraverso la parete, e nuovamente per convezione tra la faccia esterna della parete ed il fluido refrigerante. Sia T_g la temperatura del gas (prodotti di combustione), T_{wg} la temperatura della parete lato gas, T_{wl} l'analoga temperatura lato liquido refrigerante, ed infine T_l la temperatura del liquido stesso, vedi fig. 5.5. Supponiamo per semplicità di poter assimilare la parete ad una lastra piana (il che comunque comporta un errore trascurabile se i raggi di curvatura della parete sono molto maggiori dello spessore t_w della parete stessa). In regime di convezione forzata, stazionaria, il flusso di calore, cioè la potenza termica specifica, risulta uniforme in direzione normale alla parete, per cui possiamo eguagliare i tre termini

$$\dot{q} = h_g\,(T_g - T_{wg}) = \frac{\lambda_w}{t_w}\,(T_{wg} - T_{wl}) = h_l\,(T_{wl} - T_l) \tag{5.14}$$

Esplicitando le differenze di temperatura si ha

$$T_g - T_{wg} = \frac{\dot{q}}{h_g} \tag{5.15}$$

$$T_{wg} - T_{wl} = \frac{t_w}{\lambda_w}\,\dot{q} \tag{5.16}$$

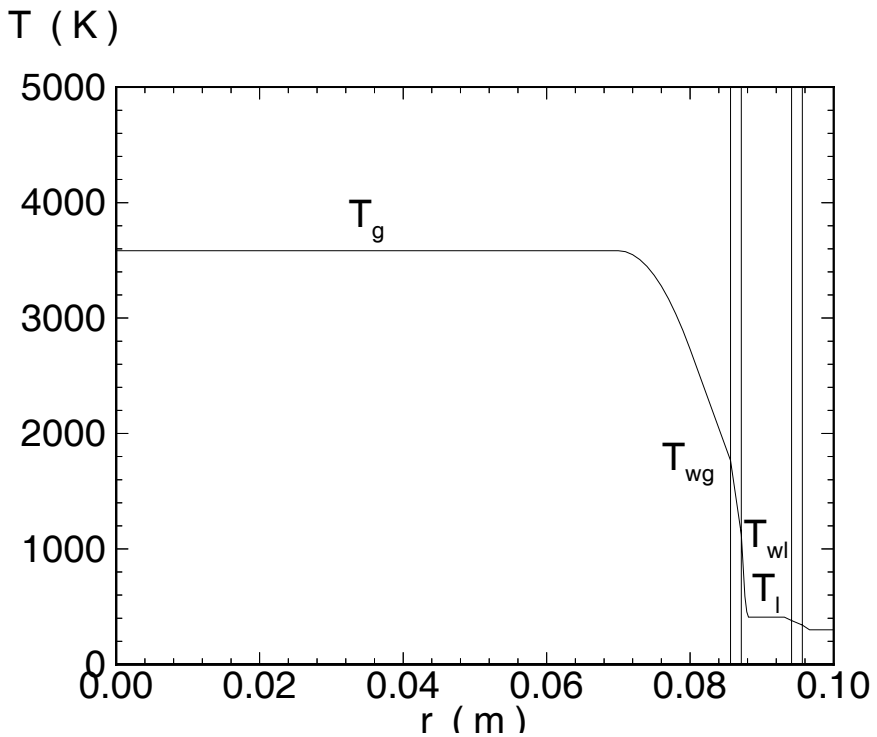

Figure 5.5: Scambio termico tra prodotti di combustione, parete, e fluido refrigerante.

$$T_{wl} - T_l = \frac{\dot{q}}{h_l} \tag{5.17}$$

Sommando queste tre equazioni si ottiene

$$T_g - T_l = \left(\frac{1}{h_g} + \frac{t_w}{\lambda_w} + \frac{1}{h_l} \right) \dot{q} \tag{5.18}$$

e definendo un

$$h = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_g} + \frac{t_w}{\lambda_w} + \frac{1}{h_l} \right)} \tag{5.19}$$

si può infine scrivere

$$\dot{q} = h \, (T_g - T_l) \tag{5.20}$$

Osserviamo che generalmente l'ossidante non viene utilizzato per il raffreddamento, in quanto in caso di cricche nei fasci tubieri (sempre possibili a causa delle elevatissime sollecitazioni alle quali essi sono sottoposti) l'ossidante si troverebbe a contatto con i prodotti di combustione, i quali contengono generalmente combustibile ancora non bruciato, poiché per quanto detto nella sez. 4.4 la combustione avviene generalmente in eccesso di combustibile. L'ossidante fuoriuscito dalla cricca brucierebbe allora con il combustibile in eccesso, e ciò provoca un innalzamento di temperatura in corrispondenza alla cricca, il che porterebbe ad un rapido allargamento della stessa; si tenga inoltre presente che al disopra di una certa temperatura (ad es. circa 1000 – 1100 K per il rame) il materiale metallico dei

fasci tubieri brucia spontaneamente in contatto con l'ossidante [20]. Si adotta perciò il combustibile come refrigerante.

5.4.1 Esempio

Calcoliamo lo scambio termico nell'endoreattore a propellenti liquidi che abbiamo considerato come riferimento nei precedenti esempi, nelle sezz. 3.5.1, 3.5.2, 3.6.1. La temperatura di ristagno è $T_c = 3584$ K, quindi alla gola un calcolo in flusso quasi mono–dimensionale adiabatico indica che la temperatura statica, dalla (3.28)

$$T = \frac{T_c}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \tag{5.21}$$

si riduce a $T = 3224$ K, essendo ivi $M = 1$, avendo assunto $\gamma = 1.224$. Occorre tuttavia considerare che in prossimità della parete dell'ugello, poiché la velocità si riduce per effetto viscoso, l'energia cinetica che il fluido ha acquisito durante l'espansione si riconverte in calore; se il processo è adiabatico, T tende quindi a T_c, vedi sez. 3.7.2. In realtà il processo non è adiabatico (il fluido cede una parte del calore al flusso ad alta velocità), per cui dobbiamo a rigore considerare una 'temperatura di recupero' T_r che risulta compresa tra la T calcolata dalla (5.21) e la T_c; comunque T_r risulta sempre molto vicina a T_c per cui in questa trattazione assumiamo semplicemente che la temperatura lato gas sia $T_g = T_c$. Per valutare Re, dobbiamo poi identificare il valore di μ alla temperatura T_g. Se il fluido operativo fosse aria, potremmo applicare a questo fine la legge di Sutherland nella forma

$$\mu = 1.458 \cdot 10^{-6} \frac{T^{3/2}}{110.4 + T} \tag{5.22}$$

che nel caso in questione dà $\mu = 8.568 \cdot 10^{-5}$ Pa $\cdot$ s. Ovviamente, i prodotti di combustione presenteranno un μ diverso, tuttavia il valore rimane di un ordine di grandezza analogo. Possiamo perciò in prima approssimazione valutare Re dalla (5.11) come [$\dot{m} = 89.857$ kg/s dalla (3.33), essendo $W = 21.683$ kg/kmole e $D_t = 0.1713$ m]

$$Re = \frac{4 \cdot 89.857}{3.1416 \cdot 8.568 \cdot 10^{-5} \cdot 0.1713} = 7\,888\,000 \tag{5.23}$$

Dobbiamo poi utilizzare la (5.6) per valutare Nu [e quindi h_g, attraverso la (5.3)]. Poniamo $Pr = 0.7$ (valore tipico dei gas), per cui la (5.6) dà

$$Nu = 0.026\, 7\,888\,000^{0.8}\, 0.7^{0.4} = 7423 \tag{5.24}$$

Estraiamo quindi λ_g dall'espressione (5.5), in cui le grandezze andrebbero valutate ad una temperatura T_f (f sta per *film*) intermedia tra la T_g e la T_{wg},

$$T_f = \frac{T_g + T_{wg}}{2} \tag{5.25}$$

il che richiede la conoscenza di T_{wg}. Assumiamo allora per il momento $T_f = 2500$ K; se poi, al termine del processo di calcolo, T_f risultasse sensibilmente diversa da questo valore, potremo effettuare una seconda iterazione, e così via. La (5.22) dà allora, per $T = T_f$, $\mu = 6.982 \cdot 10^{-5}$ Pa $\cdot$ s. Il c_p si ricava dalla (3.11), che con i valori citati di γ e W, dà $c_p = 2098$ J/(kg $\cdot$ K). Si ricava perciò

$$\lambda_g = \frac{\mu\, c_p}{Pr} = 0.209 \ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}} \tag{5.26}$$

Dalla (5.24) è noto il valore del numero di Nusselt (lato gas). Il coefficiente di convezione lato gas si ricava allora dalla definizione (5.3) di numero di Nusselt

$$h_g = \frac{\lambda_g \, Nu}{D_t} = 9069 \ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}} \tag{5.27}$$

Notare che il valore (5.27) è molto alto, rispetto ai valori tipici relativi a scambio termico parete–gas, appunto perché valutato nel punto più critico secondo la (5.13), cioè la gola. Assumiamo uno spessore della parete dell'ugello $t_w = 1.5$ mm, ed un valore del coefficiente di conducibilità termica pari a $\lambda_w = 40$ W/(m · K), valore tipico per un acciaio, vedi fig. 5.4. Resta da determinare il coefficiente di scambio termico per convezione lato liquido; assumiamo che l'ugello sia raffreddato utilizzando tutta la portata di combustibile. Avendo supposto che l'endoreattore utilizzi ossigeno liquido e RP–1, con un rapporto di miscela $r = \dot{m}_{ox}/\dot{m}_f = 2.2$ (che dà il massimo di c, vedi fig. 4.4), si ha

$$\dot{m} = \dot{m}_{ox} + \dot{m}_f = (r + 1)\,\dot{m}_f \tag{5.28}$$

da cui

$$\dot{m}_f = \frac{\dot{m}}{1 + r} \tag{5.29}$$

da cui, ricordando che $\dot{m} = 89.857$ kg/s, risulta $\dot{m}_f = 28.08$ kg/s. Per ricavare h_l dobbiamo ancora ricavare prima Nu applicando la (5.6). Il numero di Pr va valutato ad una temperatura $T_f = (T_{wl}+T_l)/2$, che però risulta comunque abbastanza vicina a T_l (vedremo perché), e quindi la possiamo porre, in primo tentativo, pari alla temperatura ambiente, ~ 300 K. A questa temperatura la viscosità dello RP–1 risulta

$$\mu_l = 7.5 \cdot 10^{-4} \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}} \tag{5.30}$$

Notare che questo valore della viscosità del liquido è notevolmente più alto di quello relativo a gas alla stessa temperatura (in particolare è circa 40 volte la μ dell'aria), ed è comunque sempre molto più alto di μ_g. La conducibilità termica dello RP–1 vale $\lambda_l = 0.145$ W/(m · K), ed il suo calore specifico $c_l = 3390$ J/(kg · K); risulta quindi

$$Pr_l = \frac{\mu_l \, c_l}{\lambda_l} = \frac{7.5 \cdot 10^{-4} \cdot 3.39 \cdot 10^3}{1.75 \cdot 10^{-1}} = 17.5 \tag{5.31}$$

Si noti come anche questo valore risulti notevolmente superiore a quello dei gas (per i quali Pr è tipicamente attorno a 0.7). Per ricavare il numero di Reynolds occorre ricavare la velocità v_l del liquido secondo la

$$\dot{m}_f = \rho_l \, A_l \, v_l = \rho_l \, \dot{V}_l \tag{5.32}$$

essendo $\dot{V}_l$ la portata volumetrica di liquido:

$$\dot{V}_l = \frac{\dot{m}_f}{\rho_l} = 3.47 \cdot 10^{-2} \ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \tag{5.33}$$

poiché $\rho_l = 807$ kg/m^3. Negli endoreattori a propellente liquido, le pareti dell'ugello sono normalmente composte, per assicurare un efficace scambio termico, da fasci tubieri, rafforzati mediante cerchiature circonferenziali per resistere alle forze di pressione, vedi fig. 5.6. Le dimensioni di tali

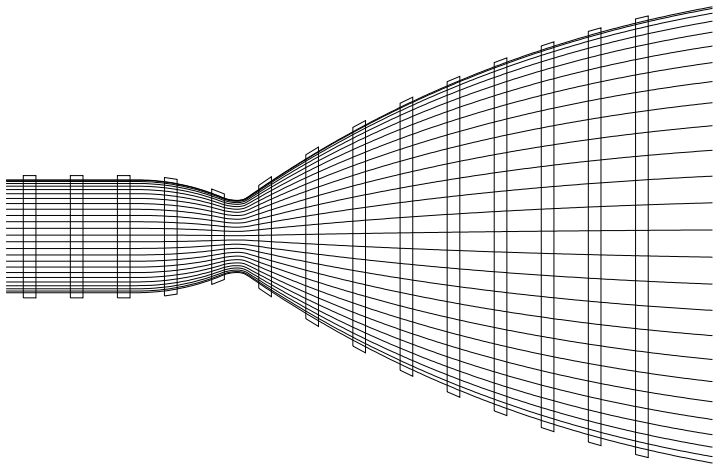

Figure 5.6: Ugello con fasci tubieri e cerchiature.

tubi determinano la velocità v_l del liquido nei tubi stessi, quindi la scelta del diametro dei tubi è equivalente alla scelta di v_l. Una bassa v_l comporta tubi di grande diametro, quindi pesanti, mentre una v_l alta, cioè tubi di piccolo diametro, comporta notevoli perdite di carico, e quindi necessità di adottare un sistema di pompaggio del combustibile più potente (quindi più pesante). Le dimensioni ottimali dei tubi possono determinate sulla base dell'esperienza, che indica che una velocità appropriata del liquido nei tubi, in corrispondenza alla gola, può essere intorno ai $10 - 25$ m/s. Per quanto in generale questi tubi non siano a sezione circolare, vedi fig. 5.7, assumiamo per semplicità nell'ambito di questo esempio che il fascio tubiero sia composto da tubi circolari; come tentativo, assumiamo che tali tubi, in prossimità della gola, abbiamo un diametro esterno $D_e = 10$ mm. Avendo già supposto uno spessore $t_w = 1.5$ mm, il diametro interno risulta $D_i = 7$ mm. Si avranno quindi

$$n = \frac{\pi D_t}{D_e} \cong 53 \text{ tubi} \tag{5.34}$$

L'area di passaggio del liquido risulta perciò

$$A_l = n \frac{\pi}{4} D_i^2 = 0.00204 \text{ m}^2 \tag{5.35}$$

Si noti che, per mantenere la sezione di passaggio del liquido circa costante lungo l'ugello, pur variando la circonferenza della sezione, viene variata l'altezza dei fasci tubieri, vedi fig. 5.7. La velocità del liquido risulta quindi

$$v_l = \frac{\dot{V}_l}{A_l} = 16.996 \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{5.36}$$

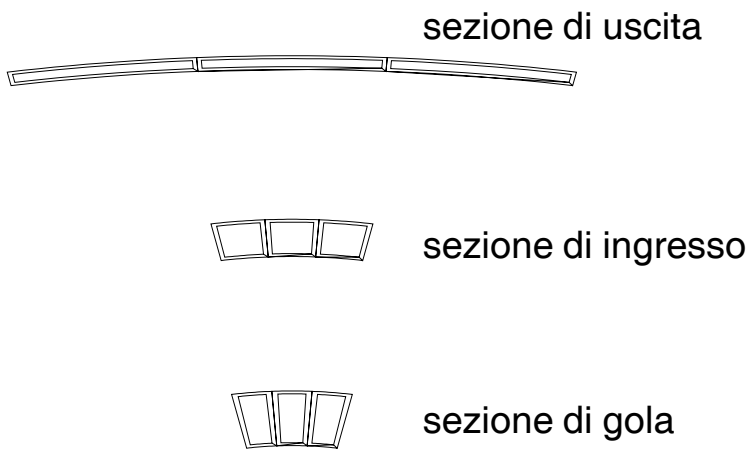

Figure 5.7: Configurazione dei fasci tubieri in corrispondenza a diverse sezioni del motore.

che rientra perciò nei limiti sopra indicati. Possiamo quindi determinare il numero di Reynolds entro i tubi

$$Re_l = \frac{807 \cdot 16.996 \cdot 0.007}{7.5 \cdot 10^{-4}} = 128500 \tag{5.37}$$

Il numero di Nusselt risulta allora, applicando la (5.6)

$$Nu = 0.026\, 128\,500^{0.8}\, 17.5^{0.4} = 999 \tag{5.38}$$

Possiamo quindi determinare il coefficiente di scambio lato liquido come

$$h_l = \frac{Nu\, \lambda_l}{D_i} = 20697\, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}} \tag{5.39}$$

quindi oltre due volte il valore lato gas (il valore è più alto perché coinvolge uno scambio tra parete e liquido, anziché tra parete e gas), e paragonabile con l'analogo termine per conduzione attraverso la parete nella (5.19):

$$\frac{\lambda_w}{t_w} = 26667\, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}} \tag{5.40}$$

Il coefficiente di scambio termico complessivo tra gas e liquido risulta quindi, secondo la (5.19)

$$h = \frac{1}{\frac{1}{9069} + \frac{0.0015}{40} + \frac{1}{20697}} = \frac{1}{1.103 \cdot 10^{-4} + 3.75 \cdot 10^{-5} + 4.83 \cdot 10^{-5}} = 5100\, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}} \tag{5.41}$$

Si vede quindi che l'effetto dell'alta resistenza termica tra gas e parete (che dà luogo ad un basso valore di h_g, quindi un alto valore di $1/h_g$ che sovrasta gli altri due termini) risulta il fattore controllante nel determinare il valore del coefficiente di scambio complessivo. Di conseguenza, anche il flusso termico specifico

$$\dot{q} = h(T_g - T_l) = 16.75 \frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{m}^2} \tag{5.42}$$

è essenzialmente controllato dallo scambio termico lato gas. La temperatura di parete lato gas può quindi essere valutata come

$$T_{wg} = T_g - \frac{\dot{q}}{h_g} = 1737 \ \mathrm{K} \tag{5.43}$$

valore indubbiamente elevato, che suggerisce l'impiego di provvedimenti ulteriori per raffreddare la gola, come il *film cooling*. La temperatura lato liquido può essere ricavata indifferentemente come

$$T_{wl} = T_{wg} - \frac{\dot{q}}{\lambda_w/t_w} = 1109 \ \mathrm{K} \tag{5.44}$$

oppure

$$T_{wl} = T_l + \frac{\dot{q}}{h_l} = 1109 \ \mathrm{K} \tag{5.45}$$

Possiamo a questo punto ri–valutare le temperature del film, lato gas e lato liquido, da considerare nell'espressione dei numeri di Prandtl (μ, λ e c dipendono dalla temperatura). Lato gas si ha

$$T_f = \frac{3584 + 1737}{2} = 2662 \ \mathrm{K} \tag{5.46}$$

che è quindi un poco più alta dei 2500 K assunti; possiamo ripetere i calcoli valutando la μ nella (5.5) a questa nuova T_f, ed ottenere quindi una nuova soluzione più accurata. Procedendo per successive iterazioni, si determinano infine i seguenti valori a convergenza

$$T_f = 2675 \ \mathrm{K} \tag{5.47}$$

$$\lambda_g = 0.217 \ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}} \tag{5.48}$$

$$h_g = 9407 \ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}} \tag{5.49}$$

$$h = \frac{1}{\frac{1}{9407} + \frac{0.0015}{40} + \frac{1}{20697}} = \frac{1}{1.063 \cdot 10^{-4} + 3.75 \cdot 10^{-5} + 4.83 \cdot 10^{-5}} = 5205 \ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}} \tag{5.50}$$

$$\dot{q} = 17.1 \ \frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{m}^2} \tag{5.51}$$

$$T_{wg} = 1767 \ \mathrm{K} \tag{5.52}$$

$$T_{wl} = 1126 \ \mathrm{K} \tag{5.53}$$

Lato liquido si ha invece

$$T_f = \frac{1126 + 300}{2} = 713 \text{ K} \tag{5.54}$$

Supponiamo però di poterci accontentare per questa temperatura, in prima approssimazione, del valore in precedenza assunto.

Per ottenere invece la potenza termica globalmente scambiata attraverso le pareti dell'ugello, occorre calcolare l'integrale

$$\dot{Q} = \int_{A_{ht}} \dot{q}\, dA \tag{5.55}$$

dove con A_{ht} abbiamo indicato l'area attraverso la quale si verifica lo scambio termico (*heat transfer*), cioè le pareti dell'ugello e della camera di combustione. Un calcolo accurato di questo integrale richiede una conoscenza dettagliata delle modalità di scambio termico, e della geometria di tutto il motore. Una stima nell'ambito di questo esempio porta a

$$\dot{Q} = 9.9 \text{ MW} \tag{5.56}$$

Calcoliamo allora: 1) l'incremento ΔT_l che la temperatura del liquido refrigerante subisce passando nei fasci tubieri, e 2) la percentuale del calore prodotto in camera di combustione perduta per scambio termico attraverso le pareti. Per quanto riguarda il primo aspetto, vale la

$$\dot{Q} = \dot{m}_f\, c_l\, \Delta T_l \tag{5.57}$$

per cui con i valori dati si ricava

$$\Delta T_l = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_f\, c_l} = \frac{9.9 \cdot 10^6}{28.08 \cdot 3390} = 104 \text{ K} \tag{5.58}$$

che risulta accettabile; infatti se la temperatura del refrigerante in ingresso è di circa 300 K, all'uscita si avranno circa 404 K, per cui non si ha né ebollizione (essendo la temperatura di ebollizione dello RP–1 compresa nel campo da 445 a 537 K, dipendendo dalla particolare composizione) né polimerizzazione (con provocherebbe formazione di depositi nei fasci tubieri, con conseguente ostruzione del flusso e peggioramento dello scambio termico; va comunque tenuto presente che la composizione dello RP–1 è appunto studiata per minimizzare questi effetti).

Per quanto riguarda il secondo punto invece, possiamo stimare la potenza termica generata in camera di combustione come prodotto della portata in massa per la differenza tra l'entalpia *sensibile* per un'unità di massa di prodotti alla temperatura in camera T_c e l'entalpia *sensibile* di un'unità di massa dei reagenti (nel rapporto O/F dato) alle rispettive temperature di iniezione in camera (si ricordi che invece l'entalpia *assoluta* dei prodotti e dei reagenti è uguale). Si ottiene

$$\dot{Q}_{comb} = 89.857 \cdot (6158800 - 6300) \simeq 553 \text{ MW} \tag{5.59}$$

per cui la frazione perduta per scambio termico rappresenta appena

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{comb}} = \frac{9.9 \cdot 10^6}{553 \cdot 10^6} \simeq 1.8\% \tag{5.60}$$

del calore generato. Questo risultato conferma l'applicabilità dell'ipotesi di flusso adiabatico avanzata nella sez. 3.1.

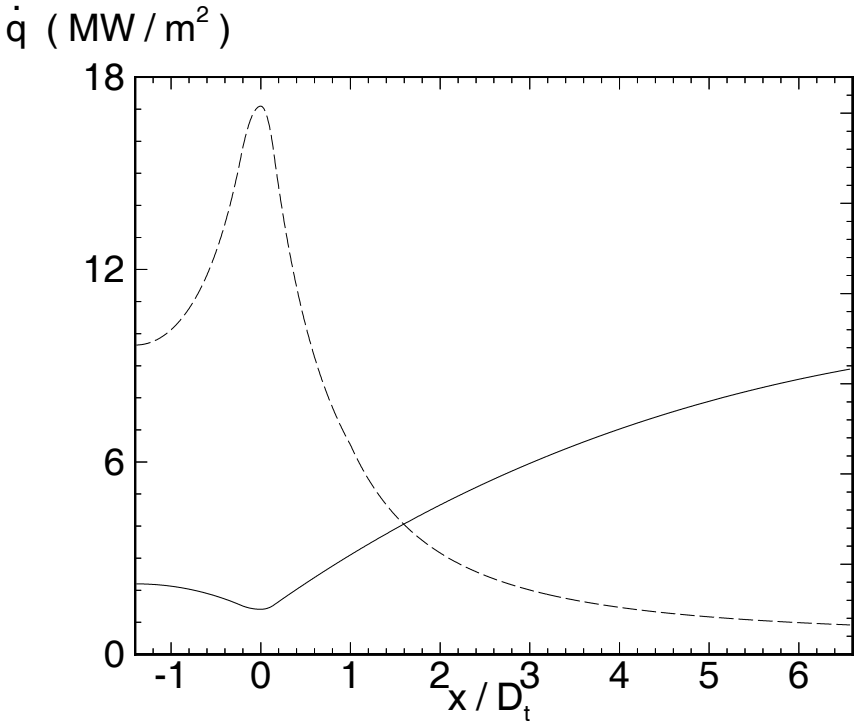

Figure 5.8: Andamento del flusso termico alla parete.

Nello stesso modo possono essere determinate le temperature di parete ed il flusso termico in corrispondenza a ciascuna sezione dell'ugello; il risultato è riportato nella fig. 5.8, la quale conferma che la regione prossima alla gola risulta essere quella più sollecitata dal punto di vista termico.

Verifichiamo in particolare che la temperatura delle pareti della camera di combustione sia effettivamente accettabile. Supponiamo che il rapporto tra l'area della camera di combustione e quella della sezione di gola A_t sia pari a 2.445; incidentalmente, questo implica che il numero di Mach in camera di combustione sia 0.25, vedi sez. 6.1.1. Effettueremo tre calcoli, corrispondenti a tre diverse scelte per il materiale che costituisce le pareti della camera di combustione.

1. Camera di combustione in acciaio. In questo caso assumiamo ancora come conducibilità della parete $\lambda_w = 40$ W / (m K), ed anche lo stesso spessore delle parete già assunto in gola, 1.5 mm. Ripetendo i calcoli secondo le linee sopra esposte, si trova

$$T_{w,g} = 1128 \text{ K} \tag{5.61}$$

$$T_{w,l} = 766 \text{ K} \tag{5.62}$$

$$\dot{q} = 9.65 \text{ MW / m}^2 \tag{5.63}$$

I valori delle temperature risultano nettamente inferiori a quelli relativi alla gola, ma ancora piuttosto alti, tali da richiedere probabilmente qualche ulteriore accorgimento (come una miscela più ricca, cioè più lontana dallo stechiometrico, quindi più fredda, nei pressi delle pareti della camera, vedi fig. 5.3). Si noti che la densità dell'acciaio è intorno ai 7800 kg/m^3.

2. Camera di combustione in rame. Il rame presenta una conducibilità alquanto più alta dell'acciaio, vedi fig. 5.4, che possiamo stimare come $\lambda_w = 350$ W / (m K). Con questa scelta, si trova

$$T_{w,g} = 845 \text{ K} \tag{5.64}$$

$$T_{w,l} = 802 \text{ K} \tag{5.65}$$

$$\dot{q} = 10.4 \text{ MW / m}^2 \tag{5.66}$$

I valori delle temperature risultano ora nettamente più bassi, grazie in particolare al salto di temperatura attraverso la parete molto più piccolo, dovuto alla superiore conducibilità del rame. Per contro, il rame è più pesante dell'acciaio (essendo la sua densità 8960 kg/m^3), ha minore resistenza meccanica, e temperatura di fusione più bassa (1358 K). Esso è comunque largamente utilizzato per le camere di combustione, in virtù delle conseguenti minori temperature di parete. Non è invece conveniente utilizzarlo per l'ugello, sia a causa delle più alte temperature di parete, che del fatto che l'ugello, a differenza della camera, deve resistere anche a forti carichi assiali (quelli radiali sono essenzialmente sopportati dalle doghe circonferenziali, vedi fig. 5.6).

3. Camera di combustione in niobio. Il niobio (detto anche colombio) rappresenta una scelta in qualche modo intermedia tra le due sopra citate. Esso presenta una conducibilità, che qui prendiamo come $\lambda = 54$ W / (m K), significativamente più alta dell'acciaio (anche se lontana da quella del rame), resiste egregiamente alla temperatura (fusione a 2750 K), ed ha anche una densità un poco inferiore a quella del rame (8570 kg/m^3). Con questa scelta si trova

$$T_{w,g} = 1050 \text{ K} \tag{5.67}$$

$$T_{w,l} = 776 \text{ K} \tag{5.68}$$

$$\dot{q} = 9.86 \text{ MW / m}^2 \tag{5.69}$$

cioè valori in qualche modo intermedi tra quelli degli altri due casi. Il niobo è anch'esso frequentemente impiegato per queste applicazioni.

Nelle considerazioni riportate sopra abbiamo considerato lato gas solo lo scambio per convezione, trascurando quello per irraggiamento, il quale può in realtà contribuire per un 3 – 40%.

5.5 Scambio termico negli endoreattori a propellente solido

Negli endoreattori a propellente solido le pareti dell'ugello non possono essere raffreddate mediante un liquido, per cui ci si affida allo scambio termico per radiazione, alla (sia pur limitata) capacità termica dei materiali dell'ugello, al *film cooling* ottenuto mediante l'uso in prossimità della gola di una piccola quantità di propellente che emette gas a temperatura più bassa di quella dei prodotti di combustione, e che vanno a lambire le pareti dell'ugello, vedi fig. 5.3, a materiali refrattari, e

ad inserti per proteggere la gola, vedi fig. 5.2. Per quanto riguarda la camera di combustione, non c'è in questo caso un problema di raffreddamento delle pareti, in quanto queste sono protette dal grano di combustibile stesso. Tuttavia osserviamo che lo scambio termico per irraggiamento rappresenta un fattore importante negli endoreattori a propellenti solidi, sia perché a causa delle particelle condensate (solide o liquide) contenute nei prodotti di combustione (essenzialmente dovute all'impiego di additivi metallici) si ha un'intensa radiazione, sia in quanto esso influenza fortemente la velocità di regressione del grano, vedi cap. 7.

Capitolo 6

Endoreattori a propellenti liquidi

Un endoreattore a propellenti liquidi è costituito dai seguenti componenti principali:

- camera di spinta (l'insieme di iniettori, camera di combustione, ugello)
- serbatoi
- sistema di alimentazione
- sorgente di energia (per il sistema di alimentazione)
- linee di alimentazione
- strutture
- organi di controllo

Abbiamo dimensionato l'ugello ed abbiamo visto come calcolare le condizioni in camera di combustione, nonché come calcolare lo scambio termico. Vogliamo ora vedere come effettuare un dimensionamento di massima della camera di combustione, degli iniettori, del sistema di alimentazione e dei serbatoi.

6.1 Dimensionamento della camera di combustione

Il dimensionamento di massima della camera di combustione è assai meno critico di quello dell'ugello, essendo essa solo un generatore di gas caldi, non l'organo in cui si produce la spinta. Occorre comunque notare come uno studio dettagliato delle condizioni di flusso nella camera di combustione sia invece alquanto più complesso, rispetto all'ugello, a causa della intensa turbolenza, dei complessi moti di ricircolazione, del forte rilascio di calore, e dei fenomeni di *sooting* che si verificano quando si utilizzano idrocarburi come combustibili.

Nel dimensionare la camera di combustione, l'obiettivo che desideriamo raggiungere è che il tempo di residenza τ_s (s sta per *stay*, residenza) di una particella fluida in camera di combustione sia sufficiente a completare i processi di iniezione e atomizzazione dei getti di propellente, vaporizzazione, miscelamento, eventuale decomposizione dell'ossidante (ad esempio l'acqua ossigenata H_2O_2 deve decomporsi in $H_2O + \frac{1}{2}\ O_2$), ignizione della miscela, e completamento della combustione; tutti questi processi devono essere completati prima che i prodotti di combustione entrino nell'ugello. Nello stesso

tempo, esigenze di contenimento dei pesi fanno sì che questi obiettivi debbano essere conseguiti in una camera di combustione di volume V_c, e quindi peso, contenuto. Il tempo di residenza τ_s deve perciò, per poter completare i processi citati, essere superiore ad un tempo τ_c che caratterizza tali processi. In realtà un confronto diretto di τ_s e τ_c non è possibile a causa della grossa difficoltà ad individuare entrambi questi tempi (che dipendono da molti complessi fattori). Adottiamo invece un approccio di tipo globale, che consente di evitare di considerare nel dettaglio tali processi, limitandosi a constatarne l'effetto su grandezze facilmente individuabili. Questo approccio si basa sulle seguenti ipotesi semplificative, chiaramente discutibili ma che consentono di formulare il problema in maniera semplice:

1. i propellenti sono completamente miscelati non appena entrano in camera di combustione;
2. la composizione chimica è uniforme in camera di combustione;
3. il flusso è isentropico.

Come detto, la rozzezza di queste ipotesi è accettabile in quanto il disegno della camera di combustione è meno critico di quello dell'ugello. Per un calcolo più accurato si può pensare di ricorrere a strumenti di fluidodinamica computazionale.
Ai fini della nostra analisi globale, possiamo identificare il tempo di residenza come rapporto tra il volume della camera e la portata volumetrica di gas entro la camera stessa

$$\tau_s = \frac{V_c}{\dot{V}} \tag{6.1}$$

Il flusso volumetrico dei prodotti di combustione $\dot{V}$ può essere espresso come

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} \tag{6.2}$$

ed ovviamente non sarà costante attraverso il motore, a differenza della portata in massa, in quanto la densità varia. Facendo tuttavia riferimento alle condizioni in camera di combustione, ove la densità è ρ_c, possiamo scrivere

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho_c} \tag{6.3}$$

e per la (3.33)

$$\dot{V} = \frac{\Gamma}{\rho_c} \frac{p_c A_t}{\sqrt{R T_c}} \tag{6.4}$$

e grazie all'equazione termica di stato

$$\dot{V} = \Gamma \sqrt{R T_c} A_t \tag{6.5}$$

Essendo poi la velocità caratteristica di uscita esprimibile attraverso la (3.47), si può scrivere

$$\dot{V} = \Gamma^2 c^* A_t \tag{6.6}$$

Si ottiene infine il tempo di residenza (6.1) nella forma

$$\tau_s = \frac{1}{c^* \Gamma^2} \frac{V_c}{A_t} \tag{6.7}$$

che risulta quindi dipendere principalmente (attraverso c^* e Γ) dalla combinazione ossidante/ combustibile utilizzata, poi (in misura minore) dal rapporto di miscela e dalla pressione in camera di combustione p_c, vedi sez. 4.3, nonché dalla geometria della camera di combustione e dell'ugello. Possiamo allora definire una 'lunghezza caratteristica'

$$L^* = \frac{V_c}{A_t} = c^* \Gamma^2 \tau_s \tag{6.8}$$

che quindi risulta dipendere sostanzialmente solo dalle condizioni in camera di combustione citate. I valori tipici per diverse combinazioni di propellenti, vedi sez. 6.5, sono come riportati nella tabella seguente:

idrazina + fluoro liquido	$L^* = 0.6 \div 0.7$ m
idrogeno (gassoso) + fluoro liquido	$L^* = 0.55 \div 0.65$ m
idrogeno liquido + fluoro liquido	$L^* = 0.65 \div 0.75$ m
idrazina + acido nitrico	$L^* = 0.75 \div 0.9$ m
idrazina + tetrossido d'azoto	$L^* = 0.6 \div 0.9$ m
idrazina + ossigeno liquido	$L^* = 0.75 \div 1.0$ m
idrogeno (gassoso) + LOX	$L^* = 0.55 \div 0.7$ m
idrogeno (liquido) + LOX	$L^* = 0.75 \div 1.0$ m
propellenti ipergolici	$L^* = 1.0$ m
RP–1 + LOX	$L^* = 1.0 \div 1.25$ m
RP–1 + H_2O_2	$L^* = 1.5 \div 1.8$ m
RP–1 + WFNA	$L^* = 1.5$ m
alcool + LOX	$L^* = 2.0 \div 3.0$ m

Per convenzione, in V_c si include anche il volume della parte convergente dell'ugello. Si è trovato, in base all'esperienza, che per un funzionamento efficace è bene che il numero di Mach in camera di combustione sia compreso tra 0.1 e 0.6. Note le condizioni in camera di combustione, in particolare γ, è allora possibile dalla (3.35) ricavare un valore per A_c/A_t, dove A_t è noto dal disegno dell'ugello, per cui si ottiene A_c. Dalla (6.8), assegnato L^* per i propellenti considerati, si ottiene allora V_c. Se trascuriamo in prima approssimazione il volume relativo alla parte convergente dell'ugello, è allora possibile determinare la lunghezza L_c della camera di combustione come

$$L_c = \frac{V_c}{A_c} \tag{6.9}$$

Una migliore valutazione può ossere ottenuta tenendo conto del volume del convergente:

$$L_c = \frac{V_c - V_{conv}}{A_c} \tag{6.10}$$

6.1.1 Esempio

Riprendiamo ancora il motore considerato negli esempi delle sez. 3.5.1, 3.5.2, 3.6.1, 5.4.1. Supponiamo, sulla base dei valori riportati nella tabella precedente, che la lunghezza caratteristica sia $L^* = 1.2$ m. Dimensioniamo di conseguenza la camera di combustione.

Dalla (3.35), noto $\gamma = 1.224$, si trova il valore corrispondente del rapporto tra l'area della camera di combustione e l'area di gola dell'ugello, che risulta $(A_c/A_t) = 2.445$. Noto quindi $A_t = 0.02304$ m^2, vedi sez. 3.5.1, si ricava il valore di A_c:

$$A_c = \frac{A_c}{A_t} A_t = 2.445 \cdot 0.02304 = 0.0563 \text{ m}^2 \tag{6.11}$$

ed il corrispondente diametro della camera

$$D_c = \sqrt{\frac{4\,A_c}{\pi}} = 0.268 \text{ m} \tag{6.12}$$

Definito poi il volume della camera di combustione dalla (6.8) come

$$V_c = L^* A_t = 0.02765 \text{ m}^3 \tag{6.13}$$

dalla (6.9) si ricava il valore corrispondente di prima approssimazione di $L_c = 0.49$ m. Tuttavia, come abbiamo osservato, nel volume della camera di combustione si include anche il volume della parte convergente V_{conv} dell'ugello, che in questo caso risulta non trascurabile rispetto a V_c; per la geometria dell'ugello adottata si trova infatti $V_{conv} = 0.01017$ m^3. La lunghezza della camera di combustione (esclusa la parte convergente dell'ugello) risulta allora in effetti, dalla (6.10)

$$L_c = \frac{V_c - V_{conv}}{A_c} = \frac{0.02765 - 0.01017}{0.0563} = 0.31 \text{ m} \tag{6.14}$$

In particolare, il rapporto tra lunghezza e diametro della camera di combustione risulta

$$\frac{L_c}{D_c} = \frac{0.31}{0.268} = 1.16 \tag{6.15}$$

Possiamo poi calcolare lo spessore minimo delle pareti necessario per la camera di combustione (anche se abbiamo visto che in realtà la realizzazione di questi organi è in generale più complessa, in quanti esse vengono realizzate con fasci tubieri rinforzati mediante cerchiature), eguagliando la forza di pressione che si esercita su un cilindro di lunghezza infinita allo sforzo esercitato dal materiale:

$$p_c\, D_c = 2\, t_w\, \sigma \tag{6.16}$$

per cui

$$t_w = \frac{p_c\, D_c}{2\,\sigma} \tag{6.17}$$

Come abbiamo visto nella sez. 5.4.1, sono possibili diverse scelte del materiale della camera di combustione. Queste vanno valutate tenendo conto che materiali in linea di principio ad alta resistenza (come l'acciaio) possono tuttavia determinare, a causa della loro moderata conducibilità, temperature di parete piuttosto alte, alle quali la resistenza del materiale stesso si riduce sensibilmente, mentre materiali ad alta conducibilità, come il rame, danno luogo a temperature di parete minori, alle quali le loro proprietà meccaniche possono risultare ancora accettabili. Nell'applicare la (6.17), bisogna ovviamente considerare che il carico σ accettabile dal materiale sarà dato dal carico di snervamento σ_s (alle temperature in questione), diviso un opportuno fattore di sicurezza.

Calcoliamo infine la densità di potenza (potenza termica generata per unità di volume) nella camera di combustione dell'endoreattore, vedi anche (5.59):

$$\delta \;=\; \frac{\dot{Q}_{comb}}{V_c} \;=\; \frac{553 \cdot 10^6}{0.02765} \;=\; 20000 \;\; \mathrm{MW/m^3} \tag{6.18}$$

Per confronto, si consideri che per esempio la densità di potenza in una caldaia di centrale elettrica può essere dell'ordine dei 0.3 MW/m^3, in un turbogetto dei 300 MW/m^3, in un reattore nucleare (a neutroni termici) dell'ordine dei 100 MW/m^3 o poco meno. Si tratta quindi di una densità di potenza elevatissima.

6.2 Iniettori

Il disegno degli iniettori dei propellenti in camera di combustione è largamente empirico. Varie configurazioni sono adottate al fine di avere un efficace miscelamento dei due propellenti, alcune delle quale sono riportate in fig. 6.1. Le figg. 6.1a e 6.1b schematizzano iniettori di tipo *doublet*, in cui due getti collidono uno contro l'altro, allo scopo di favorire la dispersione dei getti liquidi in goccioline; nel primo caso si ha interazione tra due getti dello stesso propellente (combustibile contro combustibile nel caso esemplificato in figura), nel secondo tra un getto di combustibile ed uno di ossidante, contribuendo in tal modo anche ad un efficace miscelamento. La fig. 6.1c schematizza invece un iniettore di tipo *triplet*, in cui due getti di ossidante incidono su un getto di combustibile. Le figg. 6.1d ed e riportano lo schema tipico di un iniettore di un motore utilizzante un combustibile criogenico, ad esempio idrogeno liquido; il combustibile, passato alla fase di vapore dopo avere raffreddato camera di combustione ed ugello, scorre coassialmente all'ossidante, ancora liquido. All'ossidante può essere conferito un moto di *swirl* per attivare il miscelamento, vedi fig. 6.1e. Infine, la fig. 6.1f riporta lo schema di un inettore la cui configurazione è regolabile mediante una spina che può scorrere in senso assiale.
Gli iniettori sono quindi essenzialmente orifizi, la perdita di pressione attraverso i quali è legata – in condizioni ideali (assenza di attrito) – alla variazione di velocità dall'equazione di Bernouilli

$$p_2 \;-\; p_1 \;+\; \frac{1}{2}\,\rho\,(v_2^2 \;-\; v_1^2) \;=\; 0 \tag{6.19}$$

dove l'indice 1 indica le condizioni a monte dell'iniettore, l'indice 2 le condizioni a valle. Se la velocità a monte è piccola, possiamo scrivere

$$v_2 \;=\; \sqrt{2\,\frac{\Delta p}{\rho}} \tag{6.20}$$

e la conseguente portata in massa

$$\dot{m} \;=\; A\,\sqrt{2\,\rho\,\Delta p} \tag{6.21}$$

dove l'area di passaggio A dipende dal numero N degli iniettori e dal loro diametro D

$$A \;=\; \frac{\pi}{4}\,N\,D^2 \tag{6.22}$$

Questa espressione è quindi valida in assenza di perdite. Queste ultime possono invece essere prese in considerazione introducendo un coefficiente correttivo C_d di deflusso, che dipende dal disegno dell'iniettore, risultando generalmente compreso tra 0.6 e 0.9 (eccetto che per gli iniettori *swirler*, per i quali può scendere a 0.2 – 0.55; in questi iniettori i propellanti sono dapprima iniettati in una precamera, con moto vorticoso per attivarne il miscelamento, e poi in camera):

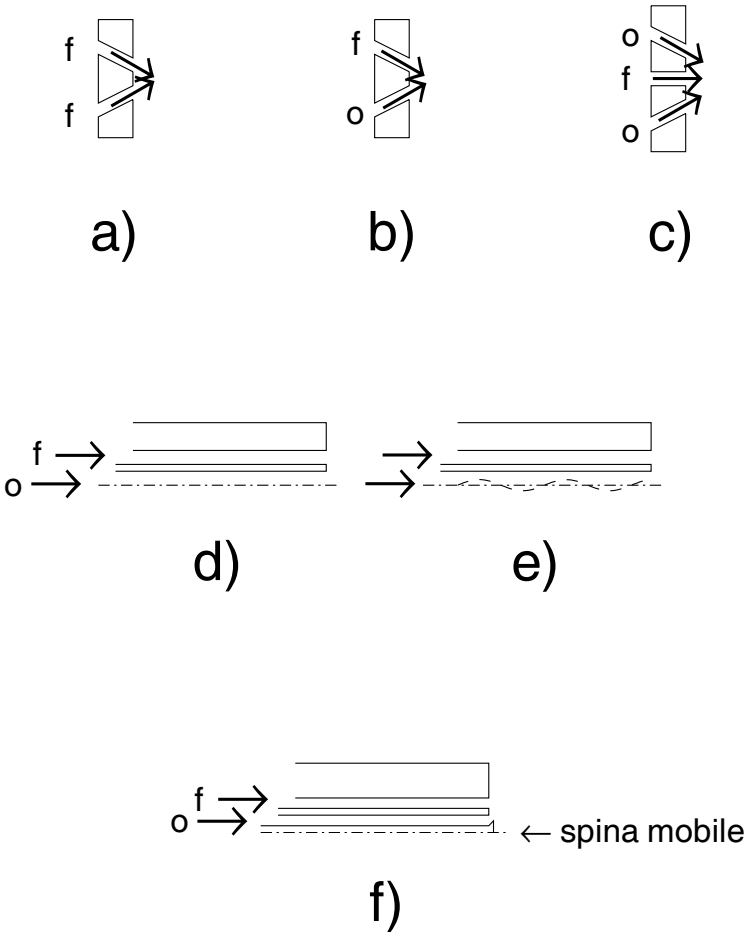

Figure 6.1: Iniettori.

$$\dot{m} = C_d A \sqrt{2 \rho \Delta p} \tag{6.23}$$

I getti prodotti dagli iniettori possono essere di forma cilindrica o conica. Gli iniettori determinano le portate in massa dei due propellenti, e quindi il loro rapporto di miscela. Un loro studio dettagliato risulta molto complesso a causa della turbolenza del flusso, e della ricircolazione che sono utilizzate per attivare il miscelamento. Le cadute di pressione attraverso gli iniettori sono tipicamente intorno al 20% della pressione in camera; il loro valore, come vedremo, incide sulla stabilità della combustione. Gli iniettori sostengono inoltre la totalità della spinta generata nella sezione convergente dell'ugello (quella generata nel divergente si scarica invece sulle pareti della camera, attraverso la gola dell'ugello, vedi sez. 3.6.2); il loro disegno risulta inoltre importante per assicurare la stabilità della combustione.

Vediamo ora come utilizzare i concetti esposti sopra per il dimensionamento degli iniettori del combustibile e dell'ossidante. Per ciascuno dei due propellenti (tralasciamo qui di utilizzare gli indici ox e f per semplicità di notazione), la portata in massa $\dot{m}$ è assegnata, come pure la densità del propellente considerato ρ; inoltre, noto il tipo di iniettore utilizzato, sarà approssimativamente noto anche C_d. La caduta di pressione Δp dovrà come detto essere indicativamente il 20% di p_c, e quindi può considerarsi anch'essa come nota, almeno in prima approssimazione. Vogliamo determinare il numero N di iniettori richiesti, ed il loro diametro D. Queste due grandezze sono legate dall'equazione che esprime la portata in massa in funzione della caduta di pressione, e chi si ottiene immediatamente dalla (6.23) esprimendo l'area di passaggio A secondo la (6.22):

$$\dot{m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} C_d N D^2 \sqrt{\rho \Delta p} \tag{6.24}$$

Si ha quindi un'equazione in due incognite (N e D), per cui esistono infinite soluzioni. Il criterio per determinare la soluzione migliore nasce da un compromesso tra la necessità di assicurare un'efficace atomizzazione del flusso (per cui il diametro degli iniettori non dovrà essere troppo grande) con quella di non avere un numero di iniettori N eccessivamente elevato (per problemi di costo, affidabilità e realizzabilità pratica; si osservi che, fissati $\dot{m}$ e Δp, risulta $N \propto 1/D^2$).

Si noti che la velocità del getto di propellente all'uscita dell'iniettore può essere espressa dalla

$$v = \frac{\dot{m}}{\rho A} \tag{6.25}$$

Come vedremo, questa informazione risulta necessaria per calcolare il flusso della quantità di moto del getto; si è infatti constatato che se i due getti di combustibile ed ossidante sono caratterizzati da valori del flusso della quantità di moto approssimativamente uguali, si ha un mescolamento efficace.

6.2.1 Esempio

Riprendiamo ulteriormente l'esempio della sez. 6.1.1, per effettuare un dimensionamento di massima degli iniettori. Questi devono assicurare le seguenti portate (ricordando che $\dot{m} = 89.86$ kg/s, e $r = \dot{m}_{ox}/\dot{m}_f = 2.2$):

$$\dot{m}_f = \frac{1}{1+r} \dot{m} = 28.08 \ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \tag{6.26}$$

$$\dot{m}_{ox} = \frac{r}{1+r} \dot{m} = 61.78 \ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \tag{6.27}$$

Cominciamo con il dimensionamento degli iniettori del combustibile. Ricordiamo che la densità dello RP–1 è $\rho_f = 807$ kg/m^3, e supponiamo $C_{d,f} = 0.8$. Ipotizziamo di avere $N_f = 100$ ugelli uguali di diametro D_f; la portata di combustibile

$$\dot{m}_f = \frac{\pi}{4} N_f D_f^2 v_f \tag{6.28}$$

sarà allora legata al salto di pressione attraverso tali iniettori, Δp_f, attraverso la (6.24), che dà

$$\dot{m}_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} C_{d,f} N_f D_f^2 \sqrt{\rho_f \Delta p_f} \tag{6.29}$$

Imponendo un $\Delta p_f = 1.4$ MPa nella (6.29) si ricava D_f

$$D_f = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}\,\dot{m}_f}{\pi C_{d,f} N_f \sqrt{\rho_f \Delta p_f}}} = 3.066 \text{ mm} \tag{6.30}$$

mentre la velocità all'uscita dell'ugello dell'iniettore si ricava dalla (6.25), con l'aiuto della (6.22)

$$v_f = \frac{4\dot{m}_f}{\pi \rho_f N_f D_f^2} = 47.13 \text{ m/s} \tag{6.31}$$

Passiamo ora al dimensionamento degli iniettori per l'ossidante (LOX), ricordando che la sua densità è $\rho_{ox} = 1140$ kg/m^3. Assumiamo ancora per gli iniettori $C_{d,ox} = 0.8$. Introduciamo a questo punto la condizione di uguaglianza del flusso della quantità di moto dei due propellenti, citata alla fine della sezione precedente, che si scrive

$$\rho_f v_f^2 \frac{\pi}{4} D_f^2 = \rho_{ox} v_{ox}^2 \frac{\pi}{4} D_{ox}^2 \tag{6.32}$$

ossia

$$\rho_f v_f^2 D_f^2 = \rho_{ox} v_{ox}^2 D_{ox}^2 \tag{6.33}$$

ed assieme alla relazione analoga alla (6.31), fa sì che ora il problema di determinare le incognite N_{ox} e D_{ox} [più v_{ox}, determinata dalla (6.25)], sia chiuso una volta assegnata la caduta di pressione Δp_{ox} opportuna. Scriviamo queste relazioni in modo da far comparire a primo membro le variabili da determinare:

$$v_{ox}^2 D_{ox}^2 = \frac{\rho_f}{\rho_{ox}} v_f^2 D_f^2 \tag{6.34}$$

$$N_{ox} D_{ox}^2 v_{ox} = \frac{4\dot{m}_{ox}}{\pi \rho_{ox}} \tag{6.35}$$

$$N_{ox} D_{ox}^2 = \frac{2\sqrt{2}\,\dot{m}_{ox}}{\pi C_{d,ox} \sqrt{\rho_{ox} \Delta p_{ox}}} \tag{6.36}$$

Dividendo la (6.35) per la (6.36) si ricava la v_{ox}; questa permette di determinare D_{ox} dalla (6.34). Infine, N_{ox} si determina dalla (6.34). Risulta:

$$v_{ox} = 39.65 \text{ m/s}, \qquad D_{ox} = 3.066 \text{ mm}, \qquad N_{ox} = 185.1 \tag{6.37}$$

Questa soluzione comporta però qualche problema realizzativo; a parte il fatto che il numero degli iniettori deve essere ovviamente un numero intero (ma questo è solo un problema di arrotondamento),

può non risultare semplice disegnare la piastra di iniezione con un rapporto tra il numero degli iniettori di oossidante e combustibile pari a

$$\frac{N_{ox}}{N_f} = 1.85 \tag{6.38}$$

Possiamo però senz'altro scegliere il disegno della piastra ad iniettori in modo che vi siano due iniettori dell'ossidante per ogni iniettore del combustibile, vedi fig. 6.1c, quindi $N_{ox} = 200$. Questo implica che la condizione di uguaglianza tra i flussi della quantità di moto è solo avvicinata, più che imposta esattamente, ma l'approssimazione è tuttavia senz'altro accettabile. Imponendo allora $N_{ox} = 200$ nella (6.35) si ricava D_{ox}:

$$D_{ox} = 2.95 \text{ mm} \tag{6.39}$$

valore più che accettabile per assicurare un'adeguata atomizzazione dell'ossidante. Per garantire un buon funzionamento degli iniettori è inoltre necessario accertarsi che la quantità di moto risultante dall'interazione dei getti di combustibile ed ossidante sia diretta assialmente (l'esperienza indica che in questo modo sia ha un funzionamento efficace). Questa condizione può essere facilmente soddisfatta nel caso considerato, in cui si hanno due getti di ossidante che incidono su un getto di combustibile; basterà che il getto di combustibile sia diretto assialmente, e che i due getti di ossidante siano simmetrici rispetto ad esso, vedi fig. 6.2a. Nel caso in cui invece si ha un getto di combustibile che incide contro un singolo getto di ossidante, fig. 6.2b, occorrerà che gli angoli γ_f e γ_{ox} che i getti di combustibile formano con la direzione assiale soddisfino la relazione

$$\frac{\pi}{4}\,\rho_f\,D_f^2\,v_f^2\,\sin\gamma_f = \frac{\pi}{4}\,\rho_{ox}\,D_{ox}^2\,v_{ox}^2\,\sin\gamma_{ox} \tag{6.40}$$

affinché la quantità di moto risultante sia assiale.

6.3 Punto di funzionamento

La caduta di pressione attraverso gli iniettori è esprimibile dalla (6.24) come

$$\Delta p_i^{IN} = \frac{8}{\rho_i}\left(\frac{\dot{m}_i}{C_{d,i}\,N_i\,\pi\,D_i^2}\right)^2 \propto \dot{m}_i^2 \tag{6.41}$$

dove l'indice i designa indifferentemente il combustibile o l'ossidante. Un'altra perdita di pressione si verifica lungo le linee di alimentazione; se indichiamo con f' il coefficiente d'attrito di Darcy, con $D_{e,i}$ il diametro equivalente e con L_i la lunghezza equivalente delle linee (lunghezza delle linee + lunghezza fittizia che tiene conto delle perdite concentrate dovute a valvole, gomiti, etc.), si ha un'espressione per le perdite idrauliche del tipo

$$\Delta p_i^{IDR} = f'\,\frac{1}{2}\,\rho_i\,v_i^2\,\frac{L_i}{D_{e,i}} = \frac{8}{\pi^2}\,f'\,\frac{\dot{m}_i^2}{\rho_i}\,\frac{L_i}{D_{e,i}^5} \propto \dot{m}_i^2 \tag{6.42}$$

essendo $\dot{m}_i = \rho_i\,v_i\,\pi\,D_{e,i}^2/4$. Si vede quindi che sia le perdite idrauliche che le perdite attraverso gli iniettori sono proporzionali al quadrato delle portate dei rispettivi propellenti. Vediamo adesso invece il legame tra p_c e la portata complessiva $\dot{m}$, che non è altro che la (3.33):

$$\dot{m} = \Gamma\,\frac{p_c\,A_t}{\sqrt{R^0\,T_c/W}} \tag{6.43}$$

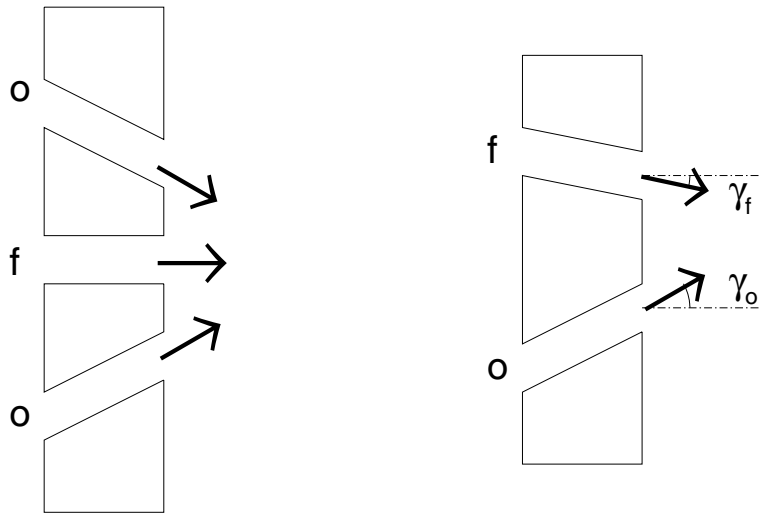

Figure 6.2: Interazione tra i getti di combustibile ed ossidante.

Questa equazione, sotto le solite ipotesi avanzate nella sez. 3.1, implica una relazione lineare tra $\dot{m}$ e p_c (in realtà però abbiamo visto nella sez. 4.3 che un'analisi più accurata mostra che γ – quindi Γ, W, T_c dipendono, sia pur in modo relativamente debole, da p_c stessa). Per ottenere quindi il valore desiderato della portata in massa m_i di ciascun propellente, occorre allora fornire al propellente una pressione pari a $p_c + \Delta p_i^{IDR} + \Delta p_i^{IN}$; tuttavia a motivo delle incertezze di funzionamento è bene prevedere una pressione un po' maggiore, ed introdurre una perdita di pressione aggiuntiva Δp_i^{CAL}, regolabile, che consenta la 'calibrazione' del sistema, in modo che operi esattamente nelle condizioni desiderate.

La situazione è esemplificata dalle fig. 6.3 e 6.4, le quali mostrano le caratteristiche dei circuiti di alimentazione di combustibile ed ossidante, ossia le pressioni che devono essere fornite dal sistema di alimentazione (linee a tratto pieno) a seconda della portata desiderata. Sono anche evidenziati i vari contributi alla pressione di alimentazione. I valori indicati fanno riferimento al successivo esempio in sez. 6.3.1.

Le condizioni operative saranno quindi determinate dall'intersezione della curva caratteristica dell'organo di alimentazione (turbopompa o sistema a gas in pressione) con la caratteristica del circuito. Ad esempio, facendo riferimento al circuito di alimentazione del combustibile, la fig. 6.5 riporta le condizioni operative risultanti per un sistema alimentato con turbopompe (vedi sez. 6.4.2), mentre la fig. 6.6, riporta le analoghe condizioni per un sistema alimentato a gas in pressione (vedi sez. 6.4.1); in questa figura p_{reg} indica la pressione fornita dal regolatore posto a valle del serbatoio del gas pressurizzante, vedi anche la fig. 6.7. La pressione disponibile nel serbatoio è però lievemente inferiore a p_{reg} a causa delle perdite di carico (proporzionali al quadrato della portata *del gas pressurizzante*) nelle linee che conducono dal regolatore al serbatoio del propellente; la curva caratteristica del circuito idraulico risulta perciò essere la linea decrescente indicata in fig. 6.6, sottostante alla retta $p = p_{reg}$.

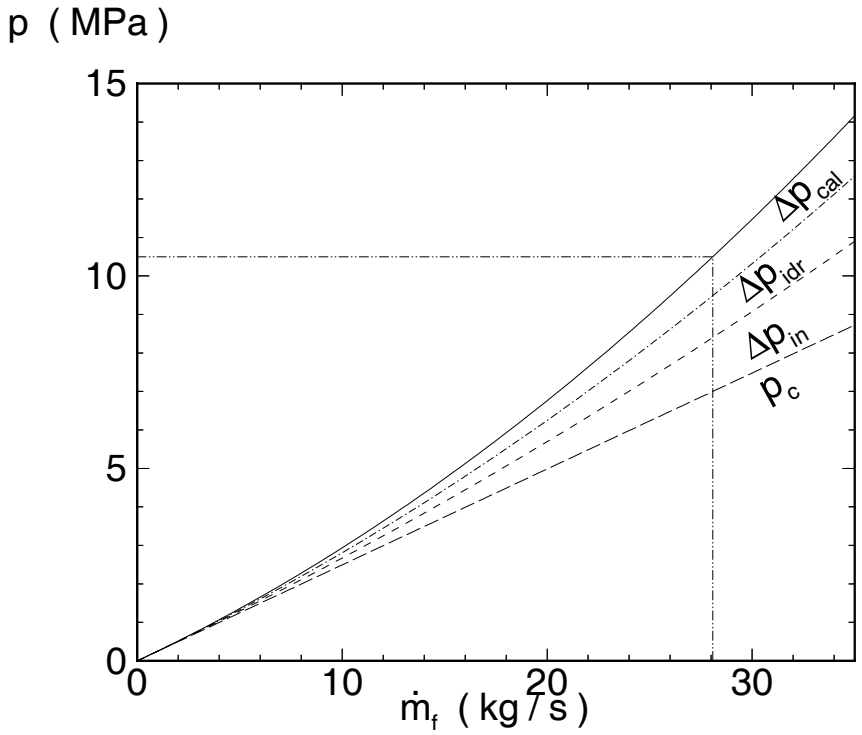

Figure 6.3: Caratteristica idraulica del circuito di alimentazione del combustibile: —— —— p_c, — — — $p_c + \Delta p_{in}$, — · — $p_c + \Delta p_{in} + \Delta p_{idr}$; — · · — condizioni di funzionamento nominali.

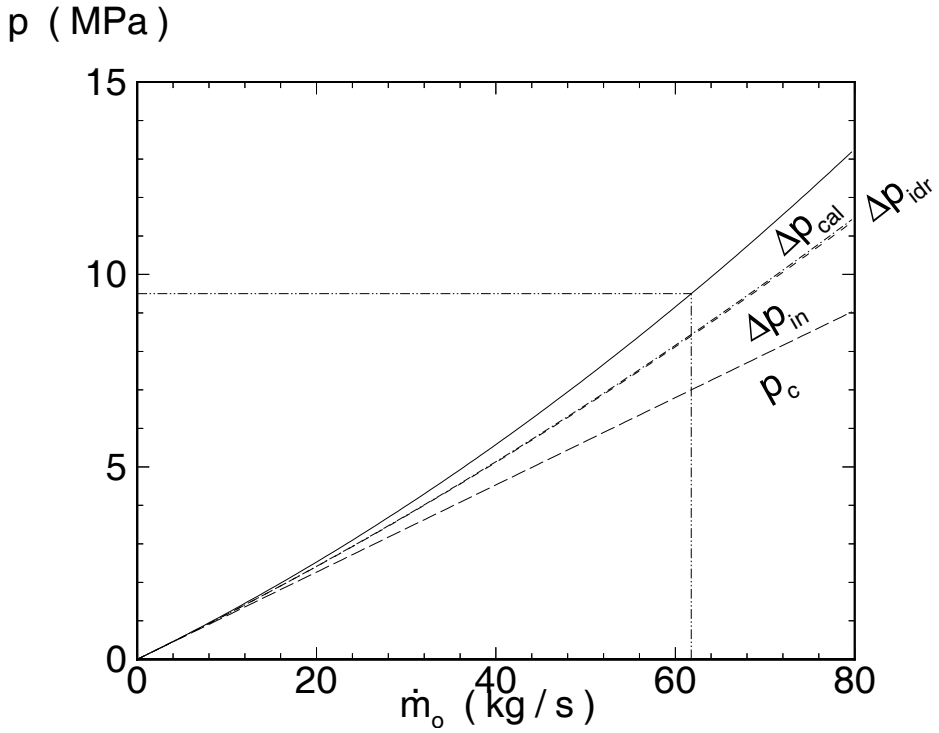

Figure 6.4: Caratteristica idraulica del circuito di alimentazione dell'ossidante: —— —— p_c, — — — $p_c + \Delta p_{in}$, — · — $p_c + \Delta p_{in} + \Delta p_{idr}$; — · · — condizioni di funzionamento nominali.

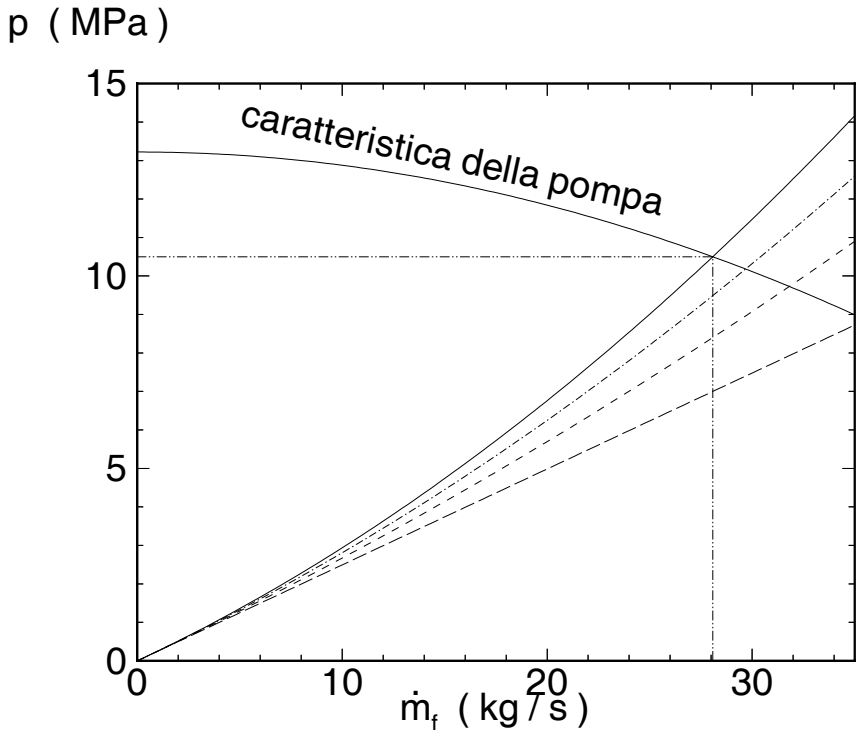

Figure 6.5: Determinazione del punto di funzionamento del circuito di alimentazione del combustibile, per sistema a turbopompe.

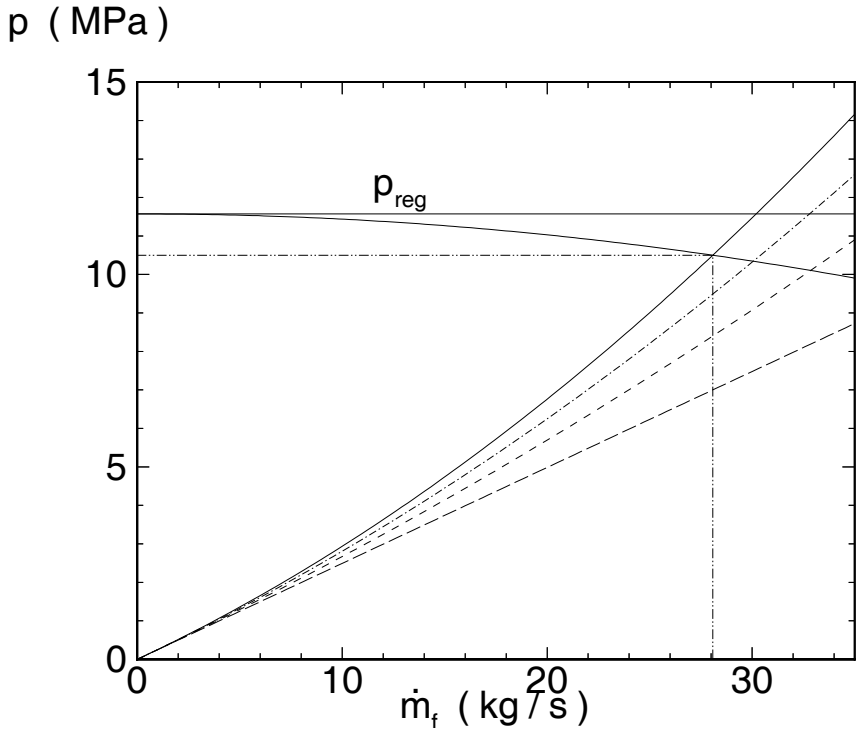

Figure 6.6: Determinazione del punto di funzionamento del circuito di alimentazione del combustibile, per sistema a gas in pressione.

6.3.1 Esempio

Riprendiamo l'esempio discusso nelle sezz. 6.1.1, 6.2.1. Per determinare la pressione che occorre fornire ai due propellenti, assumiamo i seguenti valori, come in parte già visto:

	combust.		ossidante	
p_c	7.00	MPa	7.00	MPa
Δp_i^{IN}	1.40	MPa	1.40	MPa
Δp_i^{IDR}	1.09	MPa	0.04	MPa
Δp_i^{CAL}	$\sim$ 1.00	MPa	$\sim$ 1.00	MPa
	10.50	MPa	9.50	MPa

Per la perdita attraverso gli iniettori, assumiamo il 20% della pressione in camera. Una perdita relativamente alta attraverso gli iniettori è infatti indicata per contenere il fenomeno dell'instabilità di combustione, vedi cap. 9, anche se ovviamente richiede sistemi di alimentazione un poco più potenti. La penalizzazione non è comunque eccessiva, se viene riferita ai totali delle pressioni indicate in tabella, cioè alle pressioni che devono essere fornite dal sistema di alimentazione.

Per la perdita idraulica del combustibile attraverso i fasci tubieri dell'ugello (abbiamo visto che il combustibile è utilizzato per il suo raffreddamento) abbiamo stimato che essa ammonti a circa il 15% della pressione in camera di combustione. Per quantificare le perdite idrauliche, è stato poi aggiunto un contributo per tenere conto delle perdite lungo le linee, valutato in 40 kPa. Nello stimare la perdita idraulica per l'ossidante si è tenuto conto solo di quest'ultimo contributo; si noti come queste perdite siano alquanto ridotte rispetto a quelle per il combustibile, per il quale la caduta di pressione nei fasci tubieri è assolutamente preponderante.

Per le perdite per calibrazione assumiamo circa 1 MPa per ciascun propellente.

Le pressioni indicate in tabella, cioè 10.5 MPa per il combustibile e 9.5 MPa per l'ossidante, devono essere fornite dal sistema di alimentazione, che quindi deve essere adeguatamente dimensionato.

6.4 Sistema di alimentazione

Il sistema di alimentazione dei propellenti può essere a gas in pressione, fig. 6.7, oppure a turbopompe, figg. 6.8 e 6.9. Nel primo sistema i serbatoi dei propellenti sono pressurizzati mediante un serbatoio di gas in pressione ausiliario; i serbatoi saranno perciò pesanti, perché devono resistere ad un'alta pressione, però in compenso il sistema è molto semplice, poco costoso ed affidabile. Nel secondo sistema i serbatoi sono molto più leggeri, perché i propellenti sono posti in pressione a valle dei serbatoi, tuttavia esso richiede l'impiego delle turbopompe, ed è quindi più complesso, costoso ed esposto al rischio di malfunzionamento di qualcuno dei suoi numerosi organi. Da queste considerazioni si comprende come il sistema di alimentazione a gas in pressione potrà convenire per motori piccoli (come i propulsori per la correzione delle perturbazioni orbitali dei dei satelliti, che forniscono piccoli Δv in occasione di numerose ripetute accensioni, ai quali si richiede un'elevatissima affidabilità, che sconsiglia l'impiego di parti rotanti; d'altronde le limitate richieste propulsive rendono il peso complessivo del sistema comunque piuttosto contenuto) per i quali l'alto costo di un sistema a turbopompe non è giustificato (ovviamente, il costo delle turbopompe non diminuisce linearmente al diminuire della loro taglia). Al contrario, il sistema di alimentazione a turbopompe sarà da preferire in endoreattori di notevole spinta e con tempi di funzionamento elevati. Riguardo a quest'ultimo

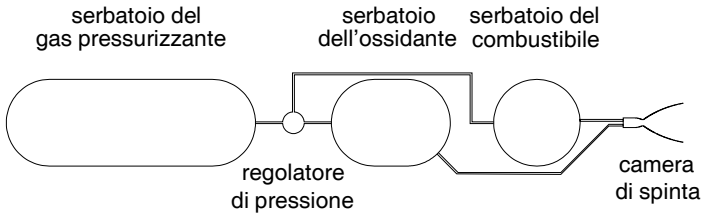

Figure 6.7: Sistema di alimentazione a gas in pressione

punto, si può infatti notare che nel sistema a turbopompe il peso dell'impianto di alimentazione è sostanzialmente indipendente dalla durata della spinta.

Nei sistemi a turbopompe le pompe sono azionate da una turbina, o direttamente (in tal caso questa è posta sullo stesso asse della pompa), oppure attraverso un riduttore nel caso in cui la velocità ottimale di rotazione della turbina sia sostanzialmente più alta di quella ottimale per la pompa; si tenga però presente che il riduttore è un organo pesante. La turbina deve essere azionata da gas caldi, e si possono adottare a questo riguardo diverse soluzioni, come illustrato nelle fig. 6.10 e 6.11, delle quali la prima si riferisce a sistemi di applicabilità generale, mentre la seconda a sistemi impieganti come refrigerante un propellente criogenico, tipicamente idrogeno liquido, od anche metano liquido.

Nel ciclo a generatore di gas, fig. 6.10a, una (piccola) parte delle portate dei propellenti viene inviata in una camera di combustione separata, dove viene fatta bruciare in condizioni sufficientemente lontane da quelle stechiometriche per limitare la temperatura massima alla quale sono esposte le pale della turbina (quindi con un rapporto di miscela r sostanzialmente diverso da quello adottato nella camera di combustione dell'endoreattore). Non converrà infatti in generale adottare sistemi complessi per il raffreddamento delle pale (il che comporta che la temperatura dei gas in ingresso in turbina dovrà essere compresa tipicamente tra i 900 ed i 1400 K, mentre per le turbine di turbogetti con pale raffreddate si arriva oggi a 1850 K), per limitare pesi e costi, ed anche perché generalmente queste turbine non sono riutilizzabili; le prestazioni delle turbopompe potranno essere un poco scarse per via della bassa temperatura operativa e per il ridotto numero di stadi, tuttavia come vedremo, sez. 6.4.3, le turbine assorbono una frazione trascurabile della potenza termica generata in camera di combustione, per cui un basso rendimento non incide apprezzabilmente sull'economia complessiva del sistema. Lo scarico della turbina viene poi ri–immesso nell'ugello (in una posizione tale che la pressione locale sia pressoché pari a quella di questi gas di scarico), oppure fatto espandere attraverso

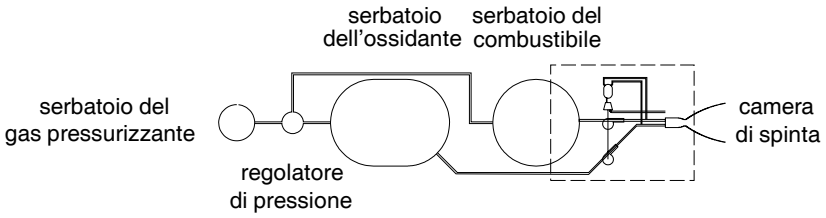

Figure 6.8: Sistema di alimentazione a turbopompe.

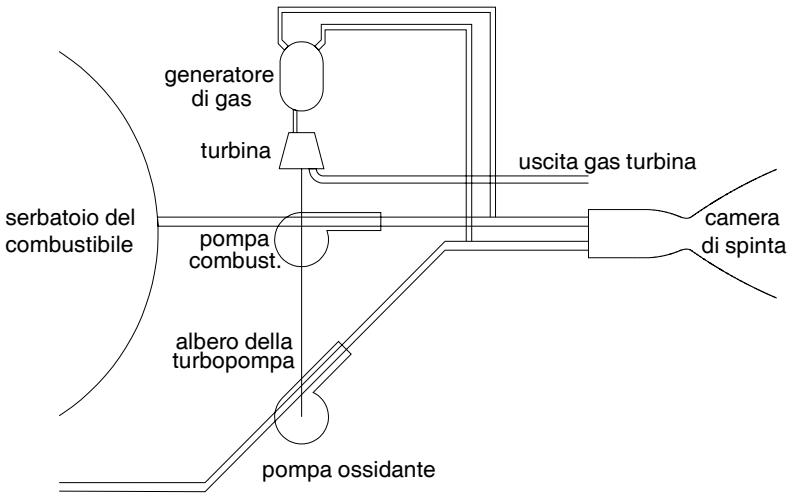

Figure 6.9: Sistema di alimentazione a turbopompe, dettaglio della regione circoscritta nella figura precedente.

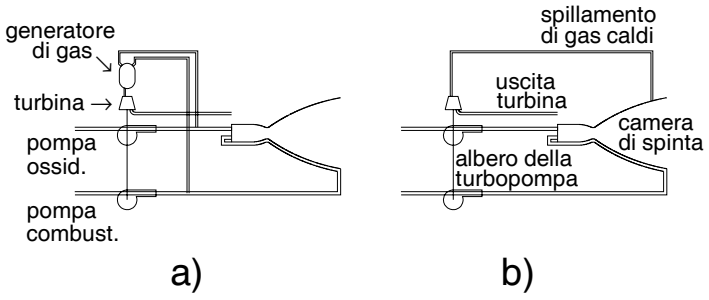

Figure 6.10: Soluzioni per l'azionamento delle turbopompe.

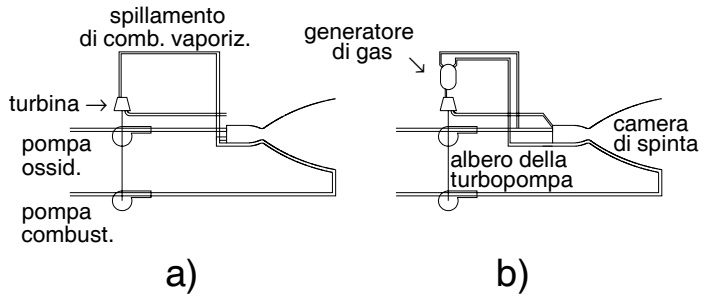

Figure 6.11: Soluzioni per l'azionamento delle turbopompe, per propellenti criogenici.

un ugello a parte.

Nel ciclo *tap–off* (a spillamento, fig. 6.10b) i gas caldi per azionare la turbopompa vengono prelevati da uno spillamento del fluido che scorre nella camera di combustione e nell'ugello. In questa maniera si risparmia il costo ed il peso del generatore di gas.

I due cicli visti sopra possono essere applicati a tutti i propellenti liquidi. I cicli seguenti, vedi fig. 6.11, possono invece essere applicati solo ad endoreattori che utilizzano propellenti criogenici, in particolare idrogeno liquido, oppure metano liquido. Infatti essi usano per azionare la turbina il combustibile vaporizzato, dopo che esso è stato utilizzato per raffreddare ugello e camera di combustione. Nel ciclo a spillamento di refrigerante, fig. 6.11a, una parte del combustibile vaporizzato viene utilizzata appunto per azionare la turbina, il cui scarico viene immesso nell'ugello in una posizione opportuna. Una variante di questa configuraziine è il cosidetto ciclo ad espansore, nel quale una *gran* parte della portata di combustibile vaporizzato viene usata per azionare la turbina, che opera quindi (a parità di potenza generata) con un più piccolo salto di pressione rispetto al caso precedente, per cui i gas di scarico della turbina, essendo a pressione più alta, possono essere immessi direttamente in camera di combustione (cosidetto *ciclo chiuso*). In questi due cicli il salto entalpico per unità di massa di fluido è relativamente contenuto, a causa della bassa temperatura dell'idrogeno (o metano) vaporizzato, per cui occorrono la potenza che può essere generata è limitata, e di conseguenza questi cicli possono essere adottati solo per pressioni in camere di combustione non elevate; in particolare il ciclo ad espansore non è utilizzabile per $p_c > 7.5$ MPa. Nel ciclo a combustione a stadi, fig. 6.11b, tutta la portata di combustibile vaporizzato viene immessa in un precombustore, insieme ad una parte dell'ossidante (per contenere la temperatura di combustione, operando in condizioni di forte eccesso di combustibile); grazie alla temperatura di ingresso in turbina molto più alta rispetto al caso precedente, è possibile adottare un salto di pressione attraverso la turbina relativamente limitato, per cui i gas di scarico della turbina possono essere immessi direttamente in camera di combustione (ciclo chiuso). Grazie comunque all'alto lavoro estraibile dalla turbina, è possibile conseguire alte pressioni in camera di combustione, con i conseguenti effetti benefici sulle prestazioni.

6.4.1 Sistema di alimentazione a gas pressurizzato

Supponiamo che il gas pressurizzante sia contenuto in un serbatoio di volume V_0, alla pressione iniziale p_0, e che si voglia pressurizzare un serbatoio di propellente di volume V_{tank} alla pressione p_p; vogliamo determinare qual'è la massa m_0 di gas pressurizzante richiesta. Scriviamo quindi il seguente bilancio energetico, sotto l'ipotesi che l'espansione del gas pressurizzante sia un processo isentropico:

energia del gas nello stato iniziale = energia del gas rimasto nel serbatoio del gas + energia del gas nel serbatoio del propellente + lavoro di pressione effettuato dal gas

Quello che consideriamo quindi in questo bilancio è la variazione di energia tra due istanti nel tempo. Utilizziamo l'equazione dell'energia scritta nella forma più generale, cioè in termini di energia interna e ; il bilancio si scrive perciò, indicando con l'indice 0 le proprietà del gas pressurizzante nell'istante iniziale, con g quelle del gas contenuto nel serbatoio del gas all'istante generico, e con p quelle del gas contenuto nel serbatoio del propellente all'istante generico, come

$$e_0 m_0 = e_g m_g + e_p m_p + p_p V_p \tag{6.44}$$

essendo V_p il volume di propellente che è stato espulso fino all'istante considerato. L'energia interna può essere espressa, supponendo che i calori specifici siano costanti (gas caloricamente perfetto):

$$e \;=\; c_v\,(T \;-\; T_{ref}) \tag{6.45}$$

avendo indicato con T_{ref} una temperatura di riferimento. Quindi

$$m_0\,c_v\,(T_0 \;-\; T_{ref}) \;=\; m_g\,c_v\,(T_g \;-\; T_{ref}) \;+\; m_p\,c_v\,(T_p \;-\; T_{ref}) \;+\; p_p\,V_p \tag{6.46}$$

che può riscriversi, essendo $m_0 = m_g + m_p$, come

$$m_0\,c_v\,T_0 \;=\; m_g\,c_v\,T_g \;+\; m_p\,c_v\,T_p \;+\; p_p\,V_p \tag{6.47}$$

Dall'equazione di stato dei gas termicamente perfetti si ha

$$p \;=\; \rho\,R\,T \;=\; \frac{m}{V}\,R\,T \tag{6.48}$$

essendo m la massa di gas contenuta nel volume V, per cui

$$m\,T \;=\; \frac{p\,V}{R} \tag{6.49}$$

e la (6.47) si può riscrivere

$$m_0\,c_v\,T_0 \;=\; \frac{c_v}{R}\,p_g\,V_0 \;+\; \frac{c_v}{R}\,p_p\,V_p \;+\; p_p\,V_p \;=\; \frac{c_v}{R}\,p_g\,V_0 \;+\; \frac{c_p}{R}\,p_p\,V_p \tag{6.50}$$

da cui, grazie alla (6.49)

$$m_0 \;=\; \frac{1}{R\,T_0}\,(p_g\,V_0 \;+\; \gamma\,p_p\,V_p) \;=\; m_0\,\frac{p_g}{p_0} \;+\; \gamma\,\frac{p_p\,V_p}{R\,T_0} \tag{6.51}$$

$$m_0 \;=\; \frac{\gamma}{1 \;-\; p_g/p_0}\,\frac{p_p\,V_p}{R\,T_0} \tag{6.52}$$

Alla fine, quando tutto il serbatoio è svuotato, è $V_p = V_{tank}$, e p_g dovrà ancora essere superiore o al più uguale a p_p; se prendiamo la condizione limite $p_g = p_p$, la massa iniziale di gas pressurizzante richiesta è

$$m_0 \;=\; \frac{\gamma}{1 \;-\; p_p/p_0}\,\frac{p_p\,V_{tank}}{R\,T_0} \;=\; \frac{\gamma\,W}{1 \;-\; p_p/p_0}\,\frac{p_p\,V_{tank}}{R^0\,T_0} \tag{6.53}$$

dove ovviamente γ, W, R si riferiscono al gas pressurizzante; nell'ultima espressione è stato posto $R = R^0/W$. Il gas pressurizzante deve essere scelto in modo che non reagisca con il propellente (ciò riduce usualmente la scelta a gas inerti, elio o azoto [1]), e non deve inoltre essere solubile nel propellente (come avviene per esempio per l'azoto, che si discioglie nell'ossigeno liquido). Questo naturalmente quando gas pressurizzante e propellente vengono a trovarsi in contatto diretto; l'espulsione dei propellenti può però essere effettuata anche attraverso una membrana, vedi fig. 6.12, oppure grazie ad un pistone od una pellicola. Incidentalmente, simili sistemi di espulsione sono necessari in ogni caso per propulsori che devono operare in assenza di gravità, per assicurare che essi non aspirino dai serbatoi, parzialmente svuotati, vapore piuttosto che liquido; possono anche essere usati a tale scopo dispositivi che sfruttano effetti di tensione superficiale [5]. In condizioni di assenza di gravità occorre anche prevenire i fenomeni di *sloshing*, ossia il fatto che i propellenti sciaquano nei serbatoi, il che può portare a oscillazioni dell'assetto dello *spacecraft*.

[1] Notiamo in proposito che l'elio presenta il vantaggio di un basso W, anche se ha un alto γ, il che limita la massa di gas richiesto; tuttavia a parità di massa richiede serbatoi voluminosi, quindi pesanti.

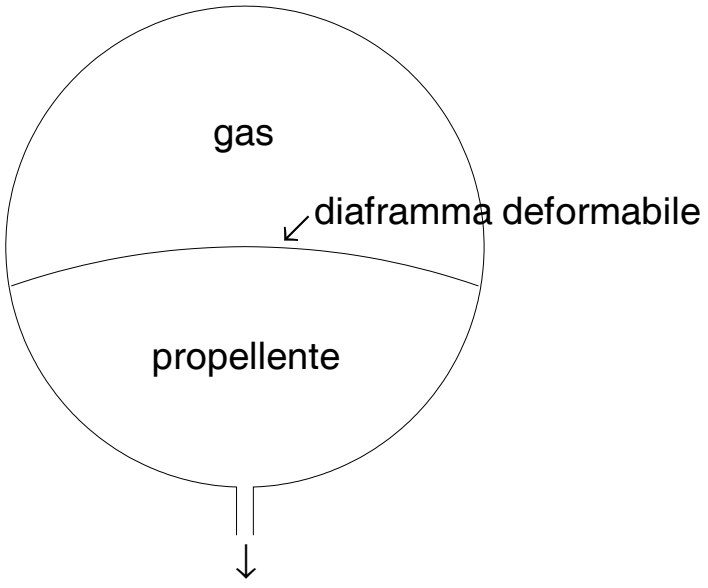

Figure 6.12: Sistema di espulsione del propellente in sistemi di alimentazione a gas pressurizzato.

6.4.2 Sistema di alimentazione a turbopompe

Lo studio delle turbomacchine è oggetto di corsi dedicati per cui non entreremo qui nei dettagli della loro progettazione ma citeremo semplicemente quei problemi di interesse nell'ambito dell'applicazione considerata. Le turbopompe consistono quindi di una turbina ed uno (o più) pompe accoppiate direttamente o tramite riduttore. Negli endoreattori esse operano per un periodo molto breve, qualche minuto, senza una fase di riscaldamento, e generalmente non sono riutilizzabili (tranne in casi molto particolari come i motori principali dello Space Shuttle, SSME). La necessità di limitare le masse e gli ingombri porta a disegni con pochi stadi e quindi in generale con un basso rendimento (vedremo tuttavia che questo non danneggia significativamente le prestazioni complessive del lanciatore). Esse sono sottoposte a forti vibrazioni. All'avviamento del motore, le turbine sono avviate mediante i gas caldi prodotti da una cartuccia di propellente solido; questo fatto limita il numero delle possibili riaccensioni. Spesso le pompe devono operare su liquidi criogenici, che hanno un'alta tensione di vapore e bollono facilmente; si hanno così in particolare facilmente problemi di cavitazione. Tali problemi si incontrano comunque anche per propellenti *storable*.

Il problema della cavitazione è legato al fatto che all'ingresso delle pompe, per effetto dell'aumento di velocità, la pressione inizialmente diminuisce, come si può facilmente capire dall'equazione di Bernouilli (6.19); localmente allora la pressione può scendere al disotto del valore della tensione di vapore alla temperatura data. In questo caso si formano nel liquido bolle di vapore, che vengono successivamente trasportate dal moto del fluido verso regioni a pressione più alta, dove implodono, con tre conseguenze negative: 1) forti danni alle palettature (inconveniente questo però meno serio che in pompe per impianti terrestri, poiché la vita operativa della pompa è comunque di pochi minuti); 2) le condizioni all'uscita delle pompa fluttuano, dando luogo a combustione erratica ed esaltando l'instabilità di combustione; 3) la presenza di una grossa frazione di volume occupata dalle

bolle riduce fortemente il salto di pressione ottenibile attraverso la pompa.

Per porsi al sicuro dal rischio di cavitazione, occorrerà che la pressione del liquido all'ingresso della pompa sia convenientemente superiore alla sua tensione di vapore alla temperatura di esercizio. Questo margine viene per convenzione espresso in termini di battente (*head*) H, definito come

$$H = \frac{p}{\rho\, g} \tag{6.54}$$

che rappresenta l'altezza di una colonna di liquido tale che al fondo il peso del liquido eserciti una pressione pari a quella data. Si definisce allora il *Net Positive Suction Head*, NPSH, ed in particolare:

- $(\mathrm{NPSH})_R$, o NPSH *richiesto* dalla pompa per funzionare senza cavitazione;
- $(\mathrm{NPSH})_A$, o NPSH *disponibile* (*available*) nell'impianto dato:

$$(NPSH)_A = \frac{p_{asp} - p_{vap}}{\rho\, g} = H_{tank} + H_{elev} - H_{fric} - H_{vap} \tag{6.55}$$

  dove H_{tank} è il battente corrispondente alla pressione che regna nel serbatoio di propellente, H_{elev} è il battente dovuto all'elevazione del pelo libero del serbatoio rispetto all'ingresso della pompa, H_{fric} indica il termine relativo alle perdite per attrito lungo le linee che conducono il propellente alla pompa, e H_{vap} è il battente corrispondente alla pressione di vapore del liquido alla temperatura data.

Affinché la pompa operi senza cavitazione occorre che

$$(NPSH)_A \geq (NPSH)_R \tag{6.56}$$

Il $(\mathrm{NPSH})_R$ è normalmente pochi percento della prevalenza della pompa $\Delta p/(\rho\, g)$. Per evitare la cavitazione si utilizzano talvolta delle pompe *booster* che richiedono un basso NPSH grazie alla loro limitata velocità, le quali forniscono una leggera pressurizzazione che permette ad una successiva pompa principale di operare senza problemi di cavitazione; oppure si pressurizzano lievemente i serbatoi mediante gas in pressione (vedi fig. 6.8), o ancora mediante un piccolo spillamento dei gas che fluiscono nell'ugello (all'avviamento del motore allora il NPSH sarà assicurato in generale dall'elevazione del pelo libero del serbatoio – ancora completamente pieno – rispetto alla pompa).

La potenza meccanica conferita al propellente liquido dalla pompa sarà data da

$$P_m = \frac{\dot{m}\, \Delta p}{\rho} \tag{6.57}$$

mentre la potenza estratta dai gas caldi dalla turbina risulta

$$P = \frac{P_m}{\eta_t\, \eta_p\, \eta_m} = \frac{\dot{m}\, \Delta p}{\rho} \frac{1}{\eta_t\, \eta_p\, \eta_m} \tag{6.58}$$

dove η_t è il rendimento della turbina (che per queste macchine è intorno al 60 – 70%, contro il 90% circa di una turbina terrestre o aeronautica), η_p è il rendimento della pompa (con valori circa uguali ai precedenti), ed η_m è il rendimento meccanico, dovute a perdite per attrito nei cuscinetti ed in un eventuale riduttore (attorno al 90%, anche questo significativamente peggiore di quelli di macchine convenzionali). Naturalmente di equazioni del tipo (6.58) ne vanno scritte una per il combustibile ed una per l'ossidante, nei sistemi bipropellenti.

Il rapporto potenza/peso è un importante indice di qualità delle turbopompe, e varia generalmente tra i 20 ed i 40 kW/kg, raggiungendo i 160 kW/kg nel caso dello SSME.

La fig. 6.5 mostra tra l'altro una tipica caratteristica di funzionamento di una pompa, cioè come il salto di pressione fornito varia con la portata.

6.4.3 Esempio

Riprendiamo l'esempio dell'endoreattore a propellenti liquidi considerato nella sez. 6.3.1. Supponiamo che il tempo di combustione (*burning*) sia $t_b = 200$ s; questo implica, assumendo la spinta costante al livello $F = 300$ kN, che l'impulso totale fornito dall'endoreattore sia, per la (2.13):

$$I_{tot} = F\, t_b = 300000 \cdot 200 = 60 \text{ MN s} \tag{6.59}$$

Essendo poi la portata in massa dei due propellenti $\dot{m} = 89.857$ kg/s, si avrà una massa totale dei propellenti $m = 17971$ kg. Effettuiamo un dimensionamento di larga massima dell'impianto di alimentazione, dapprima assumendo che esso operi mediante gas in pressione, e poi mediante turbopompe. Ricordiamo che le pressioni richieste per ossidante e combustibile sono rispettivamente $p_{ox} = 9.5$ MPa e $p_f = 10.5$ MPa, e che il rapporto di miscela è $r = \dot{m}_{ox}/\dot{m}_f = m_{ox}/m_f = 2.2$.

Dimensionamento del sistema a gas in pressione

Supponiamo di utilizzare elio come gas pressurizzante (peso molecolare $W = 4$ kg/kmole, $\gamma = 1.667$), e che la sua pressione iniziale sia $p_0 = 21$ MPa. Le masse di ossidante e combustibile sono

$$m_{ox} = \frac{r}{r+1}\, m = 12355 \text{ kg} \tag{6.60}$$

$$m_f = \frac{1}{r+1}\, m = 5616 \text{ kg} \tag{6.61}$$

ed i rispettivi volumi, essendo $\rho_{ox} = 1140$ kg/m^3 e $\rho_f = 807$ kg/m^3 le densità:

$$V_{ox} = \frac{m_{ox}}{\rho_{ox}} = 10.838 \text{ m}^3 \tag{6.62}$$

$$V_f = \frac{m_f}{\rho_f} = 6.933 \text{ m}^3 \tag{6.63}$$

Per dimensionare i serbatoi aggiungiamo un *ullage*, cioè un margine di volume del 5%, per cui

$$V_{tank,ox} = V_{ox} \cdot 1.05 = 11.38 \text{ m}^3 \tag{6.64}$$

$$V_{tank,f} = V_f \cdot 1.05 = 7.28 \text{ m}^3 \tag{6.65}$$

La massa di gas pressurizzante richiesta sarà perciò data dalla (6.53), dove assumiamo che la temperatura iniziale del pressurizzante sia quella ambiente (circa 300 K)

$$\begin{aligned} m_0 &= \frac{\gamma\, W}{R^0\, T_0} \left(\frac{p_{ox}\, V_{tank,ox}}{1 - p_{ox}/p_0} + \frac{p_f\, V_{tank,f}}{1 - p_f/p_0} \right) = \\ &= \frac{1.667 \cdot 4}{8315 \cdot 300} \left(\frac{9.5 \cdot 10^6 \cdot 11.38}{1 - 9.5/21} + \frac{10.5 \cdot 10^6 \cdot 7.28}{1 - 10.5/21} \right) = 937 \text{ kg} \end{aligned} \tag{6.66}$$

corrispondenti ad un volume

$$V_0 \;=\; \frac{m_0}{\rho_0} \;=\; m_0\,\frac{R^0\,T_0}{p_0\,W} \;=\; 937\,\frac{8315\cdot 300}{21\cdot 10^6\cdot 4} \;=\; 27.8\;\;\mathrm{m}^3 \tag{6.67}$$

Procediamo ora ad un approssimativo dimensionamento dei serbatoi, supponendoli di forma sferica. Questa ipotesi in realtà non è molto verosimile per i serbatoi degli stadi inferiori, i quali in generale hanno una forma allungata per adattarsi alla geometria degli stadi stessi. Si possono avere invece serbatoi di forma sferica per propulsori di *spacecrafts* (essendo le dimensioni diametrali dello spacecraft in genere comunque molto minori del diametro degli stadi inferiori); in qualche caso si è tuttavia pensato a serbatoi di forma sferica (che ha il vantaggio di minimizzare il rapporto superficie/volume del serbatoio quindi, a parità di spessore, il peso) anche per stadi inferiori, come per il lanciatore N–1 dell'ex URSS, destinato originariamente all'invio di un equipaggio sulla Luna. Nel calcolare lo spessore delle pareti del serbatoio, faremo per semplicità riferimento ad uno stato di tensione uniassiale ed ai soli carichi statici, trascurando quelli dinamici, peraltro notevoli (vibrazioni, effetto Pogo, etc.), nonché le precauzioni da prendere per evitare il collasso per instabilità della struttura; si comprende quindi come la massa così calcolata dei serbatoi sarà notevolmente sottostimata. Servirà ad ogni modo ad acquisire una certa sensibilità al problema. Lo spessore t del serbatoio, sotto le ipotesi adottate, sarà allora ricavabile imponendo l'eguaglianza tra la forza di pressione esercitata su un emisfero di raggio r ed il carico a cui è sottoposto il materiale lungo la circonferenza dell'emisfero:

$$\pi\,r^2\,p \;=\; 2\,\pi\,r\,t\,\sigma \tag{6.68}$$

essendo σ il carico accettabile nel materiale, e p la pressione nel serbatoio, da cui

$$t \;=\; \frac{r\,p}{2\,\sigma} \tag{6.69}$$

Applichiamo quindi questa espressione per determinare lo spessore dei serbatoi di gas pressurizzante, ossidante e combustibile, e successivamente la loro massa, supponendo dapprima che il materiale utilizzato sia acciaio. Per un acciaio ad alta resistenza possiamo assumere, in considerazione della bassa temperatura alla quale operano i serbatoi, un carico di snervamento $\sigma_s = 600$ MPa; tenendo conto di un fattore di sicurezza pari a 2 per tenere in conto almeno in parte delle semplificazioni che abbiamo introdotto, si ha un carico accettabile $\sigma = \sigma_s/2 = 300$ MPa. Il raggio dei serbatoi è ovviamente legato al volume dalla relazione

$$r \;=\; \left(\frac{3\,V}{4\,\pi}\right)^{1/3} \tag{6.70}$$

per cui per il gas pressurizzante (indice g) risulta

$$r_g \;=\; \left(\frac{3\,V_0}{4\,\pi}\right)^{1/3} \;=\; \left(\frac{3\cdot 27.8}{4\cdot 3.1416}\right)^{1/3} \;=\; 1.879\;\;\mathrm{m} \tag{6.71}$$

$$t_g \;=\; \frac{r_g\,p_0}{2\,\sigma} \;=\; \frac{1.879\cdot 21\cdot 10^6}{2\cdot 300\cdot 10^6} \;=\; 65.8\;\;\mathrm{mm} \tag{6.72}$$

per l'ossidante

$$r_{ox} \;=\; \left(\frac{3\,V_{tank,ox}}{4\,\pi}\right)^{1/3} \;=\; \left(\frac{3\cdot 11.38}{4\cdot 3.1416}\right)^{1/3} \;=\; 1.395\;\;\mathrm{m} \tag{6.73}$$

$$t_{ox} = \frac{r_{ox}\, p_{ox}}{2\,\sigma} = \frac{1.395 \cdot 9.5 \cdot 10^6}{2 \cdot 300 \cdot 10^6} = 22.1 \ \text{mm} \tag{6.74}$$

e per il combustibile

$$r_f = \left(\frac{3\,V_f}{4\,\pi}\right)^{1/3} = \left(\frac{3 \cdot 7.28}{4 \cdot 3.1416}\right)^{1/3} = 1.202 \ \text{m} \tag{6.75}$$

$$t_f = \frac{r_f\, p_f}{2\,\sigma} = \frac{1.202 \cdot 10.5 \cdot 10^6}{2 \cdot 300 \cdot 10^6} = 21 \ \text{mm} \tag{6.76}$$

Quindi le masse risultanti dei serbatoi sono, utilizzando l'acciaio (densità del materiale $\rho_m \simeq 7800$ kg/m^3):

$$m_{tank,g} = 4\,\pi\, r_g^2\, t_g\, \rho_m = 22770 \ \text{kg} \tag{6.77}$$

$$m_{tank,ox} = 4\,\pi\, r_{ox}^2\, t_{ox}\, \rho_m = 4216 \ \text{kg} \tag{6.78}$$

$$m_{tank,f} = 4\,\pi\, r_f^2\, t_f\, \rho_m = 2981 \ \text{kg} \tag{6.79}$$

per una massa complessiva dei serbatoi $m_{tank,tot} = 29967$ Kg, valore assolutamente inaccettabile, specialmente in funzione del fatto che abbiamo considerato solo i carichi statici (anche se abbiamo introdotto un coefficiente di sicurezza piuttosto alto); prendere in considerazione anche i carichi dinamici (dovuti alle accelerazioni e vibrazioni che la struttura subisce durante il funzionamento del motore), nonché le concentrazioni locali degli sforzi nel materiale in caso di serbatoi non sferici, può portare infatti ad una massa effettiva dei serbatoi fino a $2 \div 2.5$ volte quella determinata sulla base dei soli carichi statici. Si ricordi, che i valori del coefficiente strutturale $\kappa_s = m_s/(m_p + m_s)$ tipici degli endoreattori a propellenti liquidi vanno dal 5 al $15 \div 20$ % al massimo, vedi sez. 2.3. Anche valutando nella massa delle strutture la sola massa dei serbatoi, si avrebbe nel caso in questione $\kappa_s = 0.613$ (includendo nella massa dei propellenti anche la massa del gas pressurizzante che, pur non esercitando direttamente una funzione propulsiva, viene consumato al pari dei propellenti stessi).

Cerchiamo allora, per quanto possibile, di contenere la massa dei serbatoi utilizzando un materiale a più alta resistenza, e soprattutto più leggero, come il Kevlar, costituito da fibre di vetro orientate in una matrice plastica. Per il Kevlar il carico di rottura è di 1300 MPa; supponiamo quindi che il carico accettabile sia $\sigma = 500$ MPa. La densità del Kevlar è $\rho_m = 1380$ kg/m^3, quindi appena poco più di un sesto di quella dell'acciaio. Utilizzando tale materiali gli spessori e le masse dei serbatoi risultano:

$$t_g = 39.5 \ \text{mm} \tag{6.80}$$

$$t_{ox} = 13.25 \ \text{mm} \tag{6.81}$$

$$t_f = 12.6 \ \text{mm} \tag{6.82}$$

$$m_{tank,g} = 2417 \ \text{kg} \tag{6.83}$$

$$m_{tank,ox} = 448 \text{ kg} \tag{6.84}$$

$$m_{tank,f} = 316 \text{ kg} \tag{6.85}$$

per una massa complessiva dei serbatoi $m_{tank,tot} = 3181$ kg, piuttosto rilevante ma ancora accettabile. Si noti come nei sistemi a gas in pressione il serbatoio più pesante sia quello del gas, in quanto le sue pareti devono essere alquanto spesse per resistere all'alta pressione del pressurizzante stesso.

Dimensionamento del sistema a turbopompe

Nel dimensionare il sistema di alimentazione a turbopompe, supponiamo che esse richiedano entrambe un $(\text{NPSH})_R$ equivalente alla pressione di 0.3 MPa; per sicurezza dimensioniamo l'impianto in modo che assicuri un valore lievemente superiore, cioè un $(\text{NPSH})_A$ equivalente ad una pressione di 0.5 MPa, anche perché i serbatoi vanno tenuti in pressione per evitare che collassino per instabilità sotto l'effetto delle forti accelerazioni che si hanno durante il funzionamento del motore. Per portare i serbatoi a questa pressione, ricorriamo ancora ad un sistema a gas in pressione, e ricalcoliamo spessori e masse dei serbatoi supponendo ancora che essi siano in Kevlar. Dobbiamo innanzitutto valutare la massa m_0 di gas pressurizzante richiesta per portare i serbatoi alla pressione richiesta, in modo analogo alla (6.66):

$$m_0 = \frac{\gamma W}{R^0 T_0} \left(\frac{p_{tank,ox} V_{tank,ox}}{1 - p_{ox}/p_0} + \frac{p_{tank,f} V_{tank,f}}{1 - p_f/p_0} \right) =$$

$$= \frac{1.667 \cdot 4}{8415 \cdot 300} \left(\frac{0.5 \cdot 10^6 \cdot 11.38}{1 - 0.5/21} + \frac{0.5 \cdot 10^6 \cdot 7.28}{1 - 0.5/21} \right) = 17.76 \text{ kg} \tag{6.86}$$

corrispondenti ad un volume

$$V_0 = \frac{m_0}{\rho_0} = m_0 \frac{R^0 T_0}{p_0 W} = 17.76 \frac{8315 \cdot 300}{21 \cdot 10^6 \cdot 4} = 0.527 \text{ m}^3 \tag{6.87}$$

quindi ad un raggio

$$r_g = \left(\frac{3 V_0}{4 \pi} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 \cdot 0.527}{4 \cdot 3.1416} \right)^{1/3} = 0.501 \text{ m} \tag{6.88}$$

Ripetendo i procedimenti visti nella sezione precedente, si trovano i seguenti spessori

$$t_g = 10.5 \text{ mm} \tag{6.89}$$

$$t_{ox} = 0.049 \text{ mm} \tag{6.90}$$

$$t_f = 0.042 \text{ mm} \tag{6.91}$$

Mentre lo spessore delle pareti del serbatoio di gas pressurizzante risulta accettabile, gli spessori dei due serbatoi di propellente risultano molto sottili, tali da essere difficilmente realizzabili con il materiale prescelto (Kevlar, cioè resina rinforzata con fibre di vetro). Per questi serbatoi allora bisogna prendere nuovamente in considerazione l'impiego di materiali metallici, come l'acciaio considerato prima, il quale porta agli spessori

$$t_{ox} = 0.08 \text{ mm} \tag{6.92}$$

$$t_f = 0.07 \text{ mm} \tag{6.93}$$

Si hanno in definitiva le seguenti masse dei serbatoi del gas (realizzato in Kevlar), dell'ossidante e del combustibile (realizzati in acciaio):

$$m_{tank,g} = 46 \text{ kg} \tag{6.94}$$

$$m_{tank,ox} = 155 \text{ kg} \tag{6.95}$$

$$m_{tank,f} = 99 \text{ kg} \tag{6.96}$$

Alternativamente si sarebbe potuto considerare il titanio per i serbatoi del propellente, che ha quasi la stessa resistenza dell'acciaio ma una densità alquanto inferiore ($\rho_m = 4600$ kg/m^3).

Calcoliamo ora la massa delle turbopompe; incominciamo innanzitutto a valutare la potenza meccanica richiesta

$$P_m = \frac{\dot{m}_{ox}\,\Delta p_{ox}}{\rho_{ox}} + \frac{\dot{m}_f\,\Delta p_f}{\rho_f} = \frac{61.78 \cdot 9 \cdot 10^6}{1140} + \frac{28.08 \cdot 10 \cdot 10^6}{807} = 848 \text{ kW} \tag{6.97}$$

dove i Δp richiesti alle pompe sono determinati sottraendo alle pressioni determinate nell'esempio in sez. 6.3.1 la pressurizzazione dei serbatoi (0.5 MPa), introdotta come detto per assicurare un NPSH accettabile. Supponendo che le turbopompe siano caratterizzate da una potenza specifica $\delta = 30$ kW/kg, la loro massa complessiva sarà perciò

$$m_{tp} = \frac{P_m}{\delta} = \frac{848}{30} \sim 28 \text{ kg} \tag{6.98}$$

Vediamo ora quale frazione della potenza termica generata viene utilizzata per azionare le turbopompe. Supponendo che le turbine abbiano un rendimento $\eta_t = 0.6$, le pompe $\eta_p = 0.6$, e che il rendimento meccanico sia $\eta_m = 0.9$ (assumiamo per semplicità gli stessi valori per le turbopompe del combustibile e quelle dell'ossidante), la potenza termica complessivamente richiesta dalle turbopompe sarà

$$P_t = \frac{P_m}{\eta_t\,\eta_p\,\eta_m} = \frac{848}{0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.9} = 2.616 \text{ MW} \tag{6.99}$$

che quindi rappresenta una frazione

$$\frac{P_t}{\dot{Q}_{comb}} = \frac{2.616}{553} = 0.47\% \tag{6.100}$$

della potenza termica generata in camera di combustione, vedi sez. 5.4.1. Si vede quindi che la potenza assorbita dalle turbopompe rappresenta una frazione trascurabile della potenza termica disponibile, per cui non vale la pena di adottare provvedimenti per aumentarne il rendimento (che in genere sono associati ad incremento della massa delle turbopompe).

6.4.4 Scelta del sistema di alimentazione

Dall'esempio sviluppato emerge chiaramente come il sistema di alimentazione a gas in pressione sia caratterizzato da una massa delle strutture sostanzialmente superiore a quella di un analogo impianto a turbopompe. Si noti che la massa (quindi il volume) del gas pressurizzante, fissati gli altri parametri, è proporzionale al volume (quindi alla massa) dei propellenti secondo la (6.53):

$$V_0 \propto m_p \tag{6.101}$$

Per il raggio del serbatoio (supposto per semplicità sferico), secondo la (6.70), risulta

$$r_g \propto V_0^{1/3} \tag{6.102}$$

e per lo spessore delle parete, secondo la (6.69)

$$t_g \propto r_g \propto V_0^{1/3} \tag{6.103}$$

per cui in definitiva la massa delle parete del serbatoio del gas risulta

$$m_{tank,g} = \rho_m \, 4 \, \pi \, r_g^2 \, t_g \propto m_p \tag{6.104}$$

Se ne deduce che il coefficiente strutturale di un sistema di alimentazione a gas in pressione non varia sostanzialmente con la taglia del motore, né risulta una dipendenza della pressione in camera adottata. Tuttavia c'è una preferenza per i sistemi di alimentazione a gas in pressione per i propulsori di piccola taglia, in quanto in questi il costo e la complicazione di un impianto a turbopompe sono più difficilmente giustificabili. In tutti gli altri casi è invece preferibile un sistema a turbopompe, che permette valori di κ_s notevolmente inferiori.

6.5 Propellenti liquidi

I propellenti liquidi possono essere distinti in *monopropellenti* (una sostanza che rilascia energia attraverso una reazione di decomposizione) e *bipropellenti* (in cui il rilascio di energia è dovuto alla combustione tra un combustibile ed un ossidante). Va subito detto che le prestazioni dei monopropellenti sono alquanto inferiori (in termini di velocità efficace di uscita) a quelle dei bipropellenti, per cui i primi sono normalmente usati solo per la propulsione secondaria (p. es., per il controllo d'assetto), dove sono richiesti propulsori molto semplici. Alcuni propellenti possono essere usati tanto come monopropellenti che come bipropellenti (in questo secondo caso, in combinazione con un altro propellente).

I monopropellenti possono essere classificati in:

1. monoergoli, che si decompongono e rilasciano energia in seguito ad ignizione, come l'idrazina, il nitrometano, la nitroglicerina, l'acido picrico, etc.;

2. katergoli, in cui la decomposizione avviene grazie ad un catalizzatore, come il perossido d'idrogeno.

I bipropellenti sono invece classificati in:

1. ipergoli, in cui si ha ignizione spontanea quando combustibile ed ossidante entrano in contatto, come le combinazioni acido nitrico/anilina, acido nitrico/acido forforico, e perossido d'idrogeno/idrazina;

2. diergoli, in cui invece non si ha ignizione spontanea, ed occorre quindi prevedere una fonte di ignizione.

Le caratteristiche *desiderabili* dei propellenti liquidi sono qui di seguito elencate:

1. basso costo, larga disponibilità;
2. alte prestazioni (T_c alta, W basso – il che tende a favorire l'uso di propellenti idrogenati, o meglio alto rapporto T_c/W, γ basso);
3. sicurezza nella manipolazione;
4. basso rischio di esplosione e/o incendio in caso di spillamento;
5. non tossicità;
6. non corrosività;
7. bassa temperatura di congelamento (per consentire l'impiego in climi freddi);
8. alta temperatura di evaporazione (per consentire l'impiego in climi caldi);
9. alto c_p, λ per i propellenti impiegati come refrigeranti;
10. alta densità (per avere serbatoi compatti e leggeri);
11. stabilità chimica;
12. bassa tensione di vapore (per evitare la cavitazione delle pompe), bassa viscosità;
13. assenza di fumo, fiamma non brillante (per evitare, in applicazioni militari, la rilevazione da parte del nemico);
14. assenza di rischio di contaminazione dello *spacecraft* (per i loro propulsori dedicati);
15. proprietà stabili.

Va subito detto che non c'è nessun propellente che assommi tutte queste proprietà desiderabili; elenchiamo nel seguito gli ossidanti ed i combustibili più ampiamente usati. Per indicazioni sulle prestazioni standard di diverse combinazioni combustibile/ossidante, si faccia riferimento alla sez. 4.4. Si noti che mentre la scelta dei possibili combustibili è molto vasta (nella sez. 6.5.2 ne elenchiamo solo alcuni), la scelta degli ossidanti è alquanto ristretta.

6.5.1 Ossidanti

- Ossigeno liquido (LOX). L'ossigeno liquido presenta, come tutti i propellenti criogenici, l'inconveniente di una temperatura di ebollizione molto bassa ($T_{eb} = 90$ K), che impone il riempimento dei serbatoi solo pochi minuti prima del lancio per evitare che una larga frazione di esso evapori, nonché speciali impianti criogenici a terra, ed adeguati provvedimenti per i serbatoi e le linee di alimentazione (isolamento termico dei serbatoi per limitare l'evaporazione – *boil–off* – prima del lancio, tubazioni, valvole e pompe speciali, etc.). La sua densità è $\rho = 1140$ kg/m^3. Presenta il vantaggio di non bruciare spontaneamente con i combustibili (quindi minori rischi),

di non essere corrosivo né tossico, tuttavia provoca bruciature se in contatto prolungato con la pelle. È largamente impiegato in lanciatori per impieghi spaziali (ed è anche stato utilizzato in alcuni missili intercontinentali come l'Atlas, tuttavia i propellenti criogenici non sono adatti per applicazioni militari perché i preparativi per il lancio richiedono un certo tempo);

- Fluoro liquido (LF). Il fluoro liquido (T_{eb} = 85 K, ρ = 1635 kg/m^3), consente prestazioni un poco migliori di quelle ottenibili utilizzando LOX, tuttavia è estremamente tossico (p. es. il principale prodotto di combustione con propellenti idrogenati è l'acido fluoridrico), corrosivo, reattivo; inoltre comporta temperature T_c molto alte, vedi sez. 4.4, estremizzando perciò i problemi di scambio termico. Per questo motivo esso non è attualmente usato, anche se occasionalmente se ne è considerato l'uso per sonde spaziali (nel qual caso la tossicità dei prodotti di combustione rappresenta un problema minore, anche se chiaramente rimane il rischio legato alla manipolazione a terra del propellente);

- Perossido d'idrogeno (acqua ossigenata). Il perossido d'idrogeno H_2O_2 si decompone, a contatto con un catalizzatore, in $H_2O + \frac{1}{2}\,O_2$; l'ossigeno liberato viene quindi utilizzato come ossidante. Nella reazione di decomposizione si ha anche rilascio di calore per cui il perossido d'idrogeno può anche essere utilizzato come monopropellente (concentrato al 70% dà una velocità efficace di uscita di 1440 m/s). È normalmente utilizzato in concentrazioni dal 70 al 99%; devono essere prese speciali precauzioni per evitare che venga in contatto con catalizzatori che attivino la reazione di dissociazione (che può facilmente avvenire in forma esplosiva), poiché molte impurità si comportano come catalizzatori. Provoca bruciature in contatto con la pelle e brucia spontaneamente in contatto con molti materiali organici. È liquido a temperatura ambiente. È attualmente poco usato per via delle prestazioni relativamente modeste, del rischio nella manipolazione e della cattiva immagazzinabilità (si decompone lentamente);

- Acido nitrico. Può essere utilizzato sotto diverse forme. Il WFNA (*White Fuming Nitric Acid*, così chiamato perché emette vapori biancastri) è acido nitrico (HNO_3) concentrato; è relativamente instabile e molto corrosivo. Il RFNA (*Red Fuming Nitric Acid*, che quindi emette vapori bruno–rossastri) contiene dal 5 al 20% di NO_2 disciolto, che ne migliora la stabilità e ne diminuisce la corrosività. Lo IRFNA (*Inhibited Red Fuming Nitric Acid*) contiene in soluzione fluoro che ne diminuisce ulteriormente la corrosività. I fumi dell'acido nitrico sono in ogni caso velenosi; esso è liquido a temperatura ambiente (T_{eb} = 82 C = 355 K), e presenta il vantaggio di un'alta densità (ρ = 1550 kg/m^3). È attualmente poco usato a causa della sua tossicità e corrosività;

- Tetrossido d'azoto. Il tetrossido d'azoto (N_2O_4) è l'ossidante comunemente impiegato quando si utilizzano propellenti immagazzinabili (*storable*). È debolmente corrosivo; brucia in contatto con materiali organici. Presenta il vantaggio di un'alta densità (ρ = 1450 kg/m^3), ma lo svantaggio di un'alta tensione di vapore, ed in particolare di una temperatura di ebollizione alquanto bassa, T_{eb} = 21 C = 294 K.

6.5.2 Combustibili

- Idrocarburi (HC). Gli idrocarburi liquidi hanno un basso costo e sono sicuri da usare. Sono spesso usati, in lanciatori che utilizzano combinazioni di propellenti ad alte prestazioni (LOX–LH) per gli stadi superiori, come combustibile per il primo stadio. Infatti l'idrogeno liquido, a causa della sua bassissima densità (vedi sotto) dà luogo a serbatoi molto voluminosi, e poiché il

primo stadio è quello che determina normalmente il valore della sezione frontale del lanciatore, perciò la sua resistenza aerodinamica, allora ne consegue che adottando LH per il primo stadio si ha una forte resistenza aerodinamica, la quale riduce il vantaggio associato con una più alta velocità efficace di uscita. Gli idrocarburi invece, grazie alla loro densità assai più alta ($\rho \simeq 800$ kg/m^3), consentono un disegno più compatto e quindi una minore resistenza, pur a prezzo di una velocità efficace di uscita alquanto più bassa. I prodotti di combustione sono relativamente benigni. Un tipico idrocarburo utilizzato come propellente è quello designato come RP–1;

- Idrogeno liquido (LH). L'idrogeno liquido è il combustibile che assicura le migliori prestazioni, ed è per questo utilizzato in molti moderni lanciatori. Presenta tuttavia lo svantaggio di una bassissima densità ($\rho = 70$ kg/m^3), per cui richiede serbatoi molto voluminosi quindi pesanti; inoltre ha una bassissima temperatura di ebollizione ($T_{eb} = 20$ K), il che esalta tutti i problemi tipici dei propellenti criogenici. Non presenta problemi di tossicità, ed i prodotti di combustione con LOX sono assolutamente innocui; i vapori sono tuttavia facilmente infiammabili in aria. Allo scopo di aumentare un poco la densità dell'idrogeno, si è proposto di utilizzare poltiglie di idrogeno liquido e solido, che risultano ancora pompabili; tuttavia ciò richiede temperature ancora più basse, mentre il corrispondente aumento di densità non va oltre il 12%;

- Metano liquido (LCH4). Il metano liquido rappresenta una scelta in qualche modo intermedia tra gli idrocarburi liquidi e l'idrogeno liquido. Infatti, grazie al migliore rapporto tra atomi di idrogeno e di carbonio (che abbiamo visto valere circa 1.96 per lo RP–1, mentre vale 4 per il metano), questo combustibile assicura prestazioni significativamente migliori di quelle degli HC liquidi, pur se lontane da quelle di LH, vedi cap. 4. Allo stesso tempo, grazie alla densità sostanzialmente più elevata di quella di LH (425 kg/m^3, cioè circa sei volte quella di LH), esso richiede serbatoi molto meno voluminosi, e quindi alquanto più leggeri. Tali serbatoi in particolare offriranno minore resistenza aerodinamica, per cui tale soluzione può risultare particolarmente vantaggiosa per primi stadi. Inoltre, grazie alla più alta temperatura di ebollizione rispetto a LH, $T_{eb} = 191$ K, LCH4 richiede componenti meno costosi;

- Idrazina e derivati. L'idrazina (N_2H_4) ed i suoi derivati, monometilidrazina (MMH) e dimetilidrazina asimmetrica (UDMH) sono largamente impiegati come combustibili *storable*, in combinazione con il tetrossido d'azoto. Può tuttavia anche essere usata come monopropellente, ed in questa forma viene utilizzata in molti razzi per il controllo d'assetto (la velocità efficace di uscita risulta tuttavia alquanto minore). I vapori formano una miscela esplosiva in aria, sono tossici e cancerogeni; l'idrazina deve quindi essere mantenuta in serbatoi sigillati, entro i quali si mantiene stabile per lunghi periodi (molti anni). Si decompone però a contatto con il rame, e dà luogo ad ignizione spontanea in contatto con vestiti. La sua densità è $\rho = 1020$ kg/m^3. Presenta l'inconveniente di un punto di congelamento molto alto, $T_{fus} = 1$ C $= 274$ K, per cui il suo uso in climi freddi richiede adeguati provvedimenti per mantenere serbatoi e linee al disopra della T_{fus}. La MMH (CH_3NHNH_2) presenta un punto di congelamento alquanto più basso, $T_{fus} = -53$ C $= 220$ K, però dà prestazioni un poco inferiori ed è più tossica. La UDMH [$(CH_3)_2NNH_2$] dà anch'essa prestazioni un poco più basse, però $T_{fus} = -57$ C $= 216$ K; è la forma meno tossica. I prodotti di combustione dell'idrazina e derivati contengono in ogni caso specie nocive come ammoniaca. Le varie forme di idrazina sono spesso usate miscelate in diverse proporzioni.

Oltre ai combustibili citati sopra, molti altri sono stati anche adottati, come alcool etilico, anilina, acido forforico, etc.

Capitolo 7

Endoreattori a propellenti solidi

Gli endoreattori a propellente solido presentano, rispetto a quelli a propellente liquido, i vantaggi di una grande semplicità (non vi sono impianti di alimentazione, né pertanto parti in moto, né linee di alimentazione, valvole, controlli, etc.), quindi di un basso costo (sia di produzione che di gestione, essendo le operazioni di lancio molto più semplici – in particolare per quanto riguarda i propellenti), di una grande affidabilità (appunto perché non essendovi parti in moto, i rischi di malfunzionamento sono alquanto ridotti), e di poter essere tenuti in magazzino rimanendo sempre pronti per l'uso (aspetto particolarmente importante per applicazioni militari). Inoltre, il progetto di un endoreattore a propellente solido, a partire da uno già progettato ma di taglia diversa, è un processo diretto, mentre per un endoreattore a propellenti liquidi occorre riprogettare completamente i differenti componenti (esempio tipico, le turbopompe). Gli svantaggi invece sono essenzialmente legati al fatto che questi motori non sono riaccendibili, la spinta non è modulabile, il controllo della direzione della spinta (TVC – *Thrust Vector Control*) è meno agevole, e le prestazioni (velocità efficace di uscita) sono più basse.

I grani degli endoreattori a propellente solido (con il termine *grano* si indica la massa di propellente), possono essere classificati a secondo della loro configurazione in grani a combustione ristretta, nel caso che essa avvenga solo su una piccola parte della superficie del grano (come nel caso dei grani 'a sigaretta' o *end–burning*, vedi fig. 7.5a), oppure non ristretta, quando essa avviene su tutta la superficie del grano, vedi le altre configurazioni in fig. 7.5.

7.1 Propellenti solidi

I propellenti solidi possono essere classificati in

- *doppia base*, quando la molecola del propellente contiene tanto il combustibile quanto l'ossidante necessari alla combustione. Questo è il caso p. es. della nitroglicerina, alla quale viene normalmente aggiunta nitrocellulosa come agente gelificante; altri additivi sono introdotti come stabilizzatori. Con questo propellente si ottengono velocità efficaci di uscita (al livello del suolo) $c \simeq 2250$ m/s;

- *compositi*, in cui ossidante e combustibile sono fisicamente distinti. Si possono utilizzare come ossidanti il perclorato di ammonio (NH_4ClO_4, che però genera HCl, tossico, tra i prodotti di combustione) o il nitrato d'ammonio (NH_4NO_3), che contengono circa il 60% di ossigeno (perclorato di potassio $KClO_4$ e nitrato di potassio KNO_3 non sono più utilizzati); questi sali

vengono macinati ed amalgamati con il combustibile, normalmente asfalto, che ha anche la funzione di legante; sono comunemente adottate per applicazioni spaziali anche polveri metalliche (alluminio; il berillio dà prestazioni sensibilmente superiori, ma genera prodotti di combustione estremamente tossici) che vengono addizionate all'impasto appena descritto. Una combustione stechiometrica richiederebbe percentuali in massa di ossidante nell'impasto molto alte, dell'ordine del 80–90%, ma in questo caso le caratteristiche meccaniche del grano risulterebbero inaccettabili, per cui ci si limita al 70–80%. L'impiego dell'alluminio porta tuttavia a fiamme brillanti (poiché le particelle di Al_2O_3 che si formano irradiano su uno spettro continuo); per applicazioni militari pertanto, al fine di evitare il rilevamento del missile da parte del nemico, le polveri metalliche o non si usano affatto, o si impiegano in quantità molto limitata. Con questi propellenti si raggiungono velocità efficaci di uscita, al livello del suolo, fino a $c = 2550$ m/s, e nel vuoto si arriva in prossimità di $c = 3000$ m/s (adottando però ugelli con elevatissimi rapporti di espansione; per esempio l'ORBUS 6E consegue una $c = 2979$ m/s grazie ad un $\epsilon = 181$), quindi sensibilmente superiori a quelle ottenibili con i propellenti doppia base.

I grani possono essere ricavati per estrusione, oppure colati entro la *cassa* del motore (procedimento preferibile per grossi grani); i grani più grossi sono spessi realizzati in segmenti, ognuno dei quali è ricavato per colatura. La tendenza attuale è però di adottare comunque grani monolitici, perché in tal modo si riducono le masse inerti (giunti da applicare tra i segmenti) e si migliora la sicurezza (l'incidente dello Space Shuttle Challenger nel 1986 fu causato dal cedimento di un anello di tenuta tra due segmenti).

7.2 Balistica interna

La disciplina che studia le caratteristiche di combustione dei grani di propellente solido, il tasso di combustione, l'influenza della geometria del grano sulla combustione, prende il nome di *balistica interna*. La combustione in questi grani avviene in fase gassosa, in quanto i propellenti pirolizzano e sublimano prima di reagire, per effetto del calore proveniente dal fronte di fiamma o, all'accensione, fornito dal sistema d'accensione.

7.2.1 Velocità di regressione del grano

La superficie di combustione recede, per effetto del consumo di propellenti, in direzione normale a sé stessa, con una velocità indicata con r, e chiamata velocità di regressione del grano. Tale velocità r dipende dalla composizione del grano, dalla pressione in camera di combustione p_c, dalla temperatura iniziale dei propellenti prima dell'accensione T_p, e dalla velocità v_g dei gas di combustione che lambiscono il grano stesso. Se, una volta fissata la composizione del grano, operiamo a T_p fissata ad un valore di riferimento (15 C = 288.15 K) e con v_g prossima a zero, la velocità di regressione risultante, talvolta indicata con r_0, sarà solo funzione di p_c:

$$r_0 = r_0(p_c) \tag{7.1}$$

La forma della relazione (7.1) è stata individuata empiricamente da Saint–Robert come

$$r_0 = a\, p_c^n \tag{7.2}$$

dove a ed n sono costanti che dipendono dalla composizione del grano; n è talvolta detto indice di combustione. Per esempio, se $a = 2 \cdot 10^{-7}$ m/(s $\cdot$ Pa^n) ed $n = 0.75$, si trova alla pressione di 1 MPa una velocità di regressione del grano

$$r_0 \;=\; 2 \cdot 10^{-7} \cdot (10^6)^{0.75} \;=\; 6.32 \;\; \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}} \tag{7.3}$$

I valori di r possono spaziare tra 0.5 e 75 mm/s, ma generalmente sono ristretti al campo tra 6 e 13 mm/s.

7.2.2 Punto di funzionamento

Vediamo ora come si determina il 'punto di funzionamento' del motore, cioè la pressione p_c e la portata in massa $\dot{m}$. Assumiamo per semplicità che le condizioni in camera di combustione (quindi T_c, W, γ), che sono ricavabili imponendo l'equilibrio chimico in camera – nota la composizione chimica del grano, possano essere considerate in prima approssimazione indipendenti da p_c, anche se sappiamo che esiste una dipendenza, peraltro piuttosto debole, vedi sez. 4.3. Indichiamo con V_c il volume della camera di combustione, di cui al tempo generico una parte, V_p, è occupata dal propellente (chiaramente V_p varia nel tempo per effetto della regressione del grano), mentre la parte rimanente, V_g, è occupata dai gas prodotti dalla combustione; ovviamente vale la relazione

$$V_c \;=\; V_p \;+\; V_g \tag{7.4}$$

Sia poi A_b l'area di combustione, cioè l'area della superficie sulla quale avviene la combustione. Allora, se indichiamo con ρ_p la densità del grano di propellente, e supponiamo di operare con $v_g \sim 0$ e T_p uguale alla temperatura di riferimento, la portata in massa dei gas prodotti nella combustione sarà

$$\dot{m} \;=\; \rho_p \, \dot{V}_g \tag{7.5}$$

dove $\dot{V}_g$, derivata temporale del volume a disposizione per il gas, eguaglia in modulo (con segno opposto) la derivata temporale del volume del propellente, per la (7.4):

$$\dot{V}_g \;=\; A_b \, r \;=\; A_b \, a \, p_c^n \tag{7.6}$$

per cui

$$\dot{m} \;=\; \rho_p \, A_b \, a \, p_c^n \tag{7.7}$$

La portata in massa dei gas che fuoriescono attraverso l'ugello, che indichiamo con $\dot{m}_e$ (come vedremo differisce lievemente da $\dot{m}$), è data dalla (3.33)

$$\dot{m}_e \;=\; \Gamma \, \frac{p_c \, A_t}{\sqrt{R^0 \, T_c / W}} \tag{7.8}$$

La differenza tra la $\dot{m}$ e la $\dot{m}_e$ è la massa di prodotti di combustione che va ad occupare il volume creatosi nell'unità di tempo in camera di combustione per effetto della regressione del grano; perciò

$$\frac{d}{dt} \left(\rho_g \, V_g \right) \;=\; \rho_p \, A_b \, a \, p_c^n \;-\; \Gamma \, \frac{p_c \, A_t}{\sqrt{R^0 \, T_c / W}} \tag{7.9}$$

Moltiplicando per $R^0 \, T_c / W$, e definendo una 'pressione del propellente' (ovviamente fittizia)

$$p_p \;=\; \rho_p \, \frac{R^0 \, T_c}{W} \tag{7.10}$$

la quale assume valori molto elevati, dell'ordine delle migliaia di MPa, vedi (7.39), si può scrivere

$$\frac{d}{dt}\,(p_c\,V_g) \;=\; p_p\,A_b\,a\,p_c^n \;-\; \Gamma\,p_c\,A_t\,\sqrt{\frac{R^0\,T_c}{W}} \tag{7.11}$$

Il primo membro può essere espanso come

$$\frac{d}{dt}\,(p_c\,V_g) \;=\; V_g\,\dot{p}_c \;+\; p_c\,\dot{V}_g \tag{7.12}$$

e sostituendo, per la (7.6)

$$V_g\,\dot{p}_c \;=\; (p_p \;-\; p_c)\,A_b\,a\,p_c^n \;-\; \Gamma\,p_c\,A_t\,\sqrt{\frac{R^0\,T_c}{W}} \tag{7.13}$$

Nel termine $p_p - p_c$, poiché come abbiamo osservato p_p assume valori estremamente elevati in confronto a p_c, possiamo trascurare quest'ultima commettendo un errore trascurabile:

$$V_g\,\dot{p}_c \;\cong\; p_p\,A_b\,a\,p_c^n \;-\; \Gamma\,p_c\,A_t\,\sqrt{\frac{R^0\,T_c}{W}} \tag{7.14}$$

In condizioni stazionarie si ha

$$p_p\,A_b\,a\,p_c^n \;=\; \Gamma\,p_c\,A_t\,\sqrt{\frac{R^0\,T_c}{W}} \tag{7.15}$$

dalla quale si può ricavare la pressione di combustione come

$$p_c \;=\; \left(\frac{a}{\Gamma}\,\frac{p_p}{\sqrt{R^0\,T_c/W}}\,\frac{A_b}{A_t}\right)^{1/(1\,-\,n)} \tag{7.16}$$

dove il rapporto tra l'area di combustione e l'area di gola (*rapporto d'aree del propellente*) è normalmente indicato con

$$K \;=\; \frac{A_b}{A_t} \tag{7.17}$$

per cui si può riscrivere

$$p_c \;=\; \left(\frac{a}{\Gamma}\,\frac{p_p}{\sqrt{R^0\,T_c/W}}\,K\right)^{1/(1\,-\,n)} \tag{7.18}$$

Come si vede p_c dipende dalle caratteristiche del propellente (attraverso a, n, T_c, W) e da K; quindi, per un dato propellente, p_c dipende sostanzialmente da K (anche se, osserviamo ancora, dalla sez. 4.3 sappiamo che T_c e W dipendono anche, sia pur debolmente, dalla p_c stessa). Se in particolare l'indice di combustione n è prossimo all'unità, p_c risulta estremamente sensibile a K.

La tendenza ad alte pressioni in camera di combustione, per migliorare le prestazioni, richiede quindi alti K. Si osservi in proposito che le configurazioni del grano a sigaretta, vedi fig. 7.5a, consentono valori di K solo di poche unità, mentre altre configurazioni permettono di ottenere valori alquanto più elevati.

Una volta determinato il valore di equilibrio della pressione in camera di combustione, assegnata la spinta F, la geometria dell'ugello (quindi C_F, attraverso γ e la pressione ambiente, vedi fig. 3.6),

è possibile pertanto determinare l'area di gola A_t richiesta dalla (2.10), e la portata in massa $\dot{m}$ dalla (3.33).

7.2.3 Stabilità del punto di funzionamento

Vediamo ora in quali condizioni la pressione di combustione si mantiene stabile. La variazioni di p_c è regolata dalla (7.14), come si vede più chiaramente dividendola per V_g:

$$\dot{p}_c \;=\; p_p \,\frac{A_b}{V_g}\, a\, p_c^n \;-\; \Gamma\, p_c\, \frac{A_t}{V_g}\sqrt{\frac{R^0\, T_c}{W}} \tag{7.19}$$

La (7.19) evidenzia quindi come il transiente di pressione sia dovuto a due termini, uno additivo ed uno sottrattivo, entrambi dipendenti da p_c. In particolare il primo termine, additivo, dovuto alla produzione di gas nella combustione, dipende dalla potenza n di p_c, mentre il secondo, sottrattivo, dovuto ai gas che fuoriescono attraverso l'ugello, è lineare in p_c. Possiamo riportare quindi questi due contributi a $\dot{p}_c$ in funzione di p_c, per i due casi $n < 1$ e $n > 1$, fig. 7.1. Se $n < 1$, il primo termine presenta una concavità verso il basso; il punto di funzionamento è evidentemente dato dall'intersezione delle due curve, a cui corrisponde $\dot{p}_c = 0$. Se tuttavia per qualche motivo la pressione si discosta dal valore (7.18), per esempio aumenta lievemente, si può facilmente constatare dalla fig. 7.1a che il termine sottrattivo aumenta più di quello additivo, per cui si ha un $\dot{p}_c$ negativo e la p_c tende a riportarsi al valore (7.18); la stessa cosa avviene se la p_c diminuisce rispetto al valore (7.18). Se invece $n > 1$, dalla fig. 7.1b si vede che per esempio un aumento di p_c porta ad un incremento del termine additivo maggiore di quello del termine sottrattivo, per cui $\dot{p}_c$ è positivo, cioè l'aumento di p_c prosegue fino all'esplosione del motore. Se al contrario p_c diminuisce rispetto al valore (7.18), il processo non si arresta fino allo spegnimento del motore. Occorre dunque che il propellente sia caratterizzato da un $n < 1$; per avere un sufficiente margine di stabilità è anzi necessario che n sia apprezzabilmente più piccolo dell'unità.
I valori dell'indice di combustione dei propellenti comunemente adottati sono compresi tra 0.2 e 0.8; i propellenti compositi sono caratterizzati da valori di n più bassi ($0.2 \div 0.6$) che non i doppia base, per cui garantiscono una combustione più stabile, ed una minore sensibilità di p_c a K, secondo la (7.18). Per assicurare che, in fase di accensione, il motore cominci ad operare alla p_c fissata, si pone nell'ugello un diaframma che cede quando viene raggiunta la pressione di progetto.

Se per qualche motivo il grano si frattura, allora esso prende a bruciare anche in corrispondenza alla frattura, per cui A_b, e di conseguenza K, aumentano; la p_c allora cresce, provocando ulteriori cedimenti del grano che si frattura ulteriormente, finché p_c non arriva a valori tali da causare l'esplosione del motore. Un effetto analogo si ha quando il grano si stacca dalle pareti della cassa del motore (*debonding*), per cui prende a bruciare anche su superfici normalmente inibite alla combustione (vedi anche fig. 7.5); incidentalmente, il debonding si ha più facilmente in grani estrusi che in grani colati direttamente nella loro cassa.

7.2.4 Effetto della temperatura iniziale del propellente

Consideriamo ora l'effetto della temperatura iniziale dei propellenti T_p sulla velocità di regressione del grano r. Quest'ultima cresce con T_p, potendo aumentare dallo 0.1% al 0.9% per ogni grado Kelvin. Aumentando r aumenta ovviamente $\dot{m}$, quindi la spinta F, però diminuisce il tempo di combustione t_b; l'impulso totale $F \cdot t_b$ resta tuttavia costante, per cui viene spesso usato per caratterizzare i motori a propellente solido. Il dato sulla spinta di un endoreattore a propellenti solidi va perciò inteso come

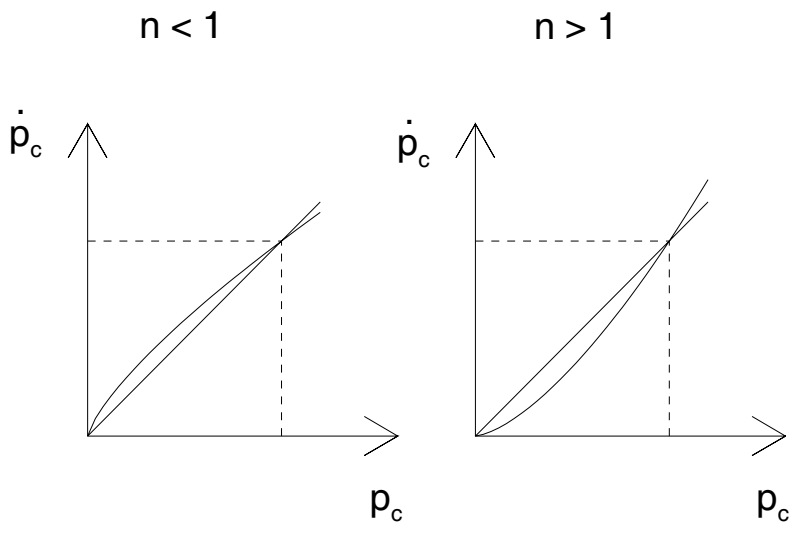

Figure 7.1: Stabilità della pressione di combustione per i casi $n < 1$ e $n > 1$.

un valore nominale ad una temperatura di riferimento; inoltre, la variabilità di F con la temperatura indica un ulteriore motivo, per questi endoreattori, per preferire l'indice strutturale κ_s al rapporto spinta/peso F/w del motore come indice della bontà del progetto, vedi sez. 2.3. La temperatura produce altri effetti sul grano: per temperature ambiente, quindi T_p, basse, il grano diventa fragile e c'è il rischio che si generino fratture. Per temperature alte, il grano si rammollisce e può perdere la sua forma.

7.2.5 Combustione erosiva

L'effetto della velocità v_g dei gas che lambiscono il grano è, quando questa supera una certa soglia, di far aumentare r di un fattore $\epsilon > 1$ (*rapporto di erosione*) rispetto al valore r_0 per $v_g = 0$:

$$r = \epsilon\, r_0 \tag{7.20}$$

Come si vede dalla fig. 7.2, al disopra di un valore di soglia la velocità di regressione del grano aumenta con v_g, dapprima in maniera quasi lineare. La soglia è normalmente intorno ai 100 – 200 m/s, ed il rapporto di erosione può arrivare in certi casi fino a 3 per alte v_g. Si noti che quest'ultima non sia costante lungo l'asse del motore, per via dell'addizione di massa dovuta alla produzione di gas combusti; sarà in particolare più elevata in corrispondenza alla parte terminale del grano (cioè vicino all'ugello). Tuttavia l'addizione di massa, vedi sez. 7.2.6, fa sì che anche la pressione p_c vari, ed in particolare diminuisca, lungo l'asse del motore, e ciò per effetto della legge di Saint–Robert (7.2) compensa parzialmente l'effetto della combustione erosiva. La combustione erosiva porta ad un consumo non uniforme del grano, il che ha due conseguenze negative: 1) alla fine della combustione possono rimanere dei residui di propellente incombusto (*sliver*), che deve essere computato come una

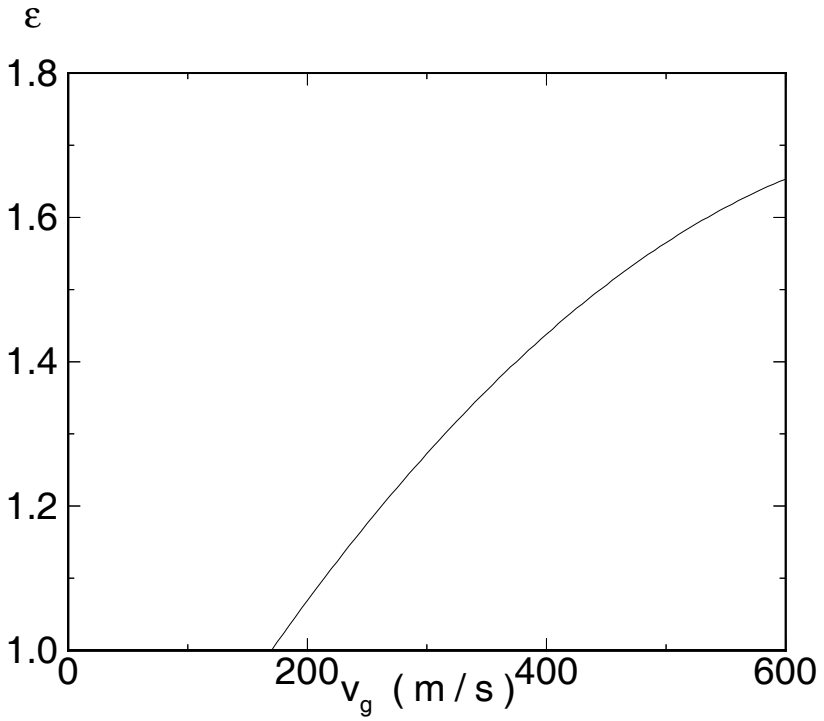

Figure 7.2: Andamento tipico del rapporto di erosione in funzione della velocità dei prodotti di combustione.

massa inutilizzata, e quindi incluso nella massa delle strutture (un certo sliver si ha comunque in ogni caso, ma risulta ovviamente più alto in presenza di combustione erosiva); 2) il consumo più veloce della parte terminale del grano può 'scoprire' la cassa del motore, che quindi viene esposta all'alta temperatura dei prodotti di combustione, con possibilità di cedimenti, a meno di non adottare spessori, e quindi masse, maggiori. Il fenomeno di combustione erosiva tuttavia presenta certi aspetti di autoregolazione: per effetto della più veloce regressione del grano nella parte terminale, l'area a disposizione per il passaggio dei gas combusti, *area di porta* (7.27), aumenta, portando così ad una diminuzione di v_g, e conseguentemente dell'erosione. Il fenomeno può comunque presentarsi solo in fase iniziale di combustione, poiché man mano che il grano si consuma l'area di porta aumenta e di conseguenza, per l'equazione di continuità, le velocità del gas diminuiscono.

7.2.6 Flusso con addizione di massa

Consideriamo il flusso in un condotto di sezione costante A, in cui si verifica addizione di massa, vedi fig. 7.3. Trascurando gli attriti, possiamo scrivere il seguente bilancio della quantità di moto tra due sezioni a distanza dx, tra le quali la portata in massa aumenta di $d\dot{m}$:

$$p\,A - (p\,+\,dp)\,A \;=\; (\dot{m}\,+\,d\dot{m})\,(u\,+\,du)\;-\;\dot{m}\,u \tag{7.21}$$

$$-\;A\,dp \;=\; \dot{m}\,du\;+\;u\,d\dot{m} \;=\; d(\dot{m}\,u) \tag{7.22}$$

Per la definizione di portata in massa è

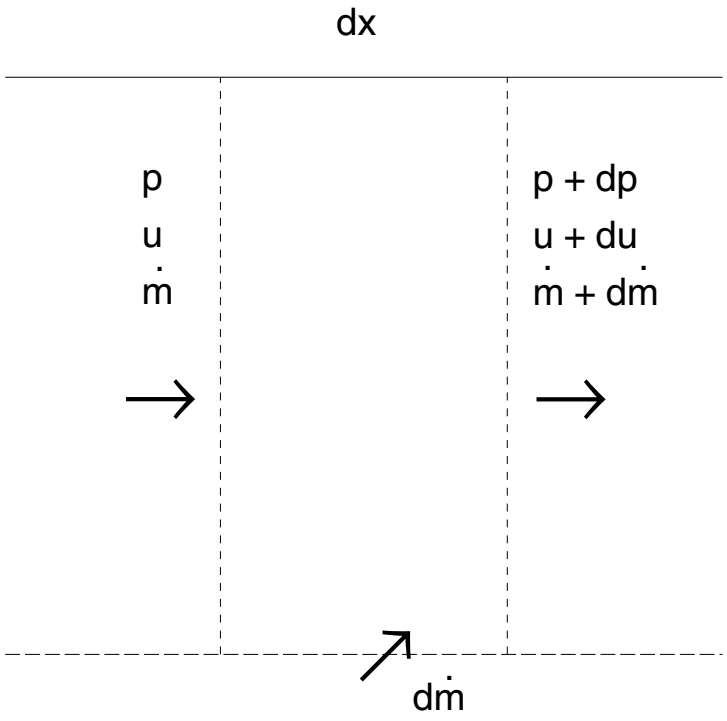

Figure 7.3: Flusso con addizione di massa, tra due sezioni a distanza dx.

$$u = \frac{\dot{m}}{\rho A} \tag{7.23}$$

per cui in prima approssimazione (assumendo $\rho =$ cost per semplicità in questo contesto)

$$-\, dp = \frac{1}{\rho}\, d\left(\frac{\dot{m}}{A}\right)^2 \tag{7.24}$$

Integrando quest'equazione tra la 'testa' del grano ($\dot{m} = 0$) e la parte terminale dello stesso ($\dot{m} = \dot{m}_e$) si ha la caduta di pressione lungo di esso, dovuta appunto all'addizione di massa:

$$\Delta p = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\dot{m}_e}{A}\right)^2 \tag{7.25}$$

7.2.7 Limite di combustione e limite di pressione

Al disotto di una certa pressione, attorno ai 3.5 MPa per i propellenti doppia base, ed ai 0.7 – 5.6 MPa per quelli compositi, la combustione del grano diventa erratica; tale valore della pressione identifica il cosidetto *limite di combustione*, sotto al quale non si deve ovviamente scendere se si vuole un funzionamento soddisfacente. All'altro estremo, quando la pressione supera i 30 – 35 MPa, il rilascio di energia avviene in maniera pressoché esplosiva (*limite di pressione*).

7.2.8 Configurazione del grano

Uno studio dettagliato del grano risulta molto complesso: esso, oltre a soddisfare i requisiti propulsivi (cioè fornire la portata in massa di gas nelle condizioni desiderate), deve sopportare notevolissimi carichi per via delle forti pressioni in camera di combustione. Tali carichi sono complessi (tridimensionali) e di carattere sia statico che dinamico; inoltre il grano deve sopportare sforzi termici, eventualmente ciclaggio termico (come nel caso di missili attaccati sotto le ali di un aereo supersonico; il riscaldamento aerodinamico dovuto al volo ad alta velocità è seguito da fasi a temperatura ambiente), dilatazione differenziale rispetto alla cassa del motore. Lo studio del grano è particolarmente difficile perché il materiale ha un comportamento viscoelastico. Questo causa tra l'altro un rigonfiamento (*bulging*) del grano in prossimità della sua parte terminale per effetto della trazione esercitata dai gas di combustione. In considerazione delle difficoltà sopra elencate, ci limitiamo qui solo a dare alcune indicazioni sulla geometria del grano.

Come abbiamo visto (7.7) la portata in massa di gas combusti, quindi la spinta F, sono direttamente proporzionali alla superficie di combustione A_b. Quindi a seconda di come A_b varia durante il tempo di combustione, il grano può essere *neutro* (F = cost), *progressivo* (F crescente) o *regressivo* (F decrescente); tre tipiche configurazioni del grano che danno luogo agli andamenti citati sono indicate in fig. 7.4. Nei propulsori per applicazioni spaziali si cerca in genere di avere un grano sostanzialmente neutro, per il quale, scartando la configurazione a sigaretta che dà generalmente K troppo bassi per applicazioni di questo tipo, vedi sez. 7.5, si possono usare le altre configurazioni indicate in fig. 7.5, di cui quella a stella è la più adottata. La configurazione a barra e tubo presenta lo svantaggio che è necessario ricorrere ad una barra centrale di sostegno (altrimenti verso la fine della combustione la canna centrale diventerebbe molto sottile e potrebbe facilmente cedere), il che, se da un lato migliora la stabilità di combustione, dall'altro porta a diametri più alti, quindi maggiore ingombro, resistenza aerodinamica e peso. In applicazioni militari può essere necessario avere una fase iniziale di *boost* in cui è richiesta un'alta spinta per accelerare subito il missile ad un'alta velocità per permettergli di raggiungere rapidamente il bersaglio, e per evitare contromisure, seguita da una fase in cui il propulsore funziona semplicemente come *sustainer*, sostentatore, con spinta alquanto più ridotta. Configurazioni che possono essere utilizzate a questo scopo sono indicate in fig. 7.6a e b; nella prima la superficie di combustione inizialmente è elevata a causa di una sorta di intaglio sulla parte terminale del grano, che viene poi smussato dalla combustione, mentre nella seconda il grano è in realtà scisso in due grani, dei quali quello che brucia per primo è caratterizzato da un'alta velocità di regressione, mentre quello che brucia successivamente ha una r più bassa. È anche possibile utilizzare a questo scopo varianti della configurazione a stella.

Al termine della combustione resta un residuo di propellente incombusto che, se il grano è ben progettato, può essere dell'1%. Se la distribuzione dello sliver è nota, esso può essere rimpiazzato con materiale a densità minore del propellente (la cui densità come detto è alquanto elevata, tipicamente intorno ai 1800 kg/m^3) per risparmiare peso.

Alla configurazione del grano si richiede un'alta densità di carico, definita come

$$\frac{A_{web}}{A_m} \tag{7.26}$$

dove A_{web} indica l'area di una generica sezione trasversale del motore occupata dai propellenti (*web*, trama, è un termine usato per indicare la complessa geometria del grano), mentre A_m è l'area 'maestra' totale della sezione. Si definisce inoltre un'area di porta

$$A_p = A_m - A_{web} \tag{7.27}$$

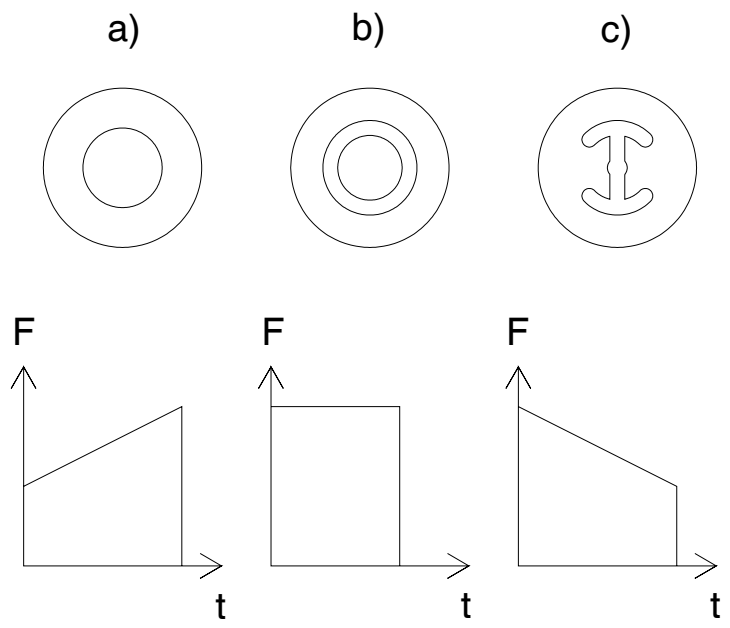

Figure 7.4: Profili di spinta ed esempi di grani progressivo, neutro e regressivo.

La condizione che v_g sia inferiore al valore di soglia può essere trasformata in una condizione sul rapporto tra l'area di porta e l'area dell'ugello, grazie alla (3.35). Si trova che per *non* avere combustione erosiva, è necessario che sia $A_p/A_t > 2 - 3$.

7.3 Accensione

L'accensione del grano può essere effettuata tramite pirotecnici o pirogeni, attivati mediante una scarica elettrica.

Nei pirotecnici, generalmente costituiti da boro e perclorato di potassio, l'accensione avviene grazie al trasferimento di energia per radiazione dalla fiamma così generata al grano.

I pirogeni sono invece sostanzialmente dei piccoli motori a razzo, che producono gas ad alta temperatura che quindi danno luogo all'accensione del grano per convezione. Sono di gran lunga il sistema più utilizzato.

7.4 Materiali

7.4.1 Cassa

Spesso (ma non sempre) le casse dei motori sono integrate con la struttura primaria del lanciatore, per cui il loro progetto è interrelato. I rapporti L/D (lunghezza del motore/diametro) sono generalmente compresi tra 2 e 5, e consentono una densità di carico (7.26) compresa tra 0.70 e 0.94. Si possono utilizzare metalli, che sono duttili e quindi consentono una manipolazione rude come inevitabilmente

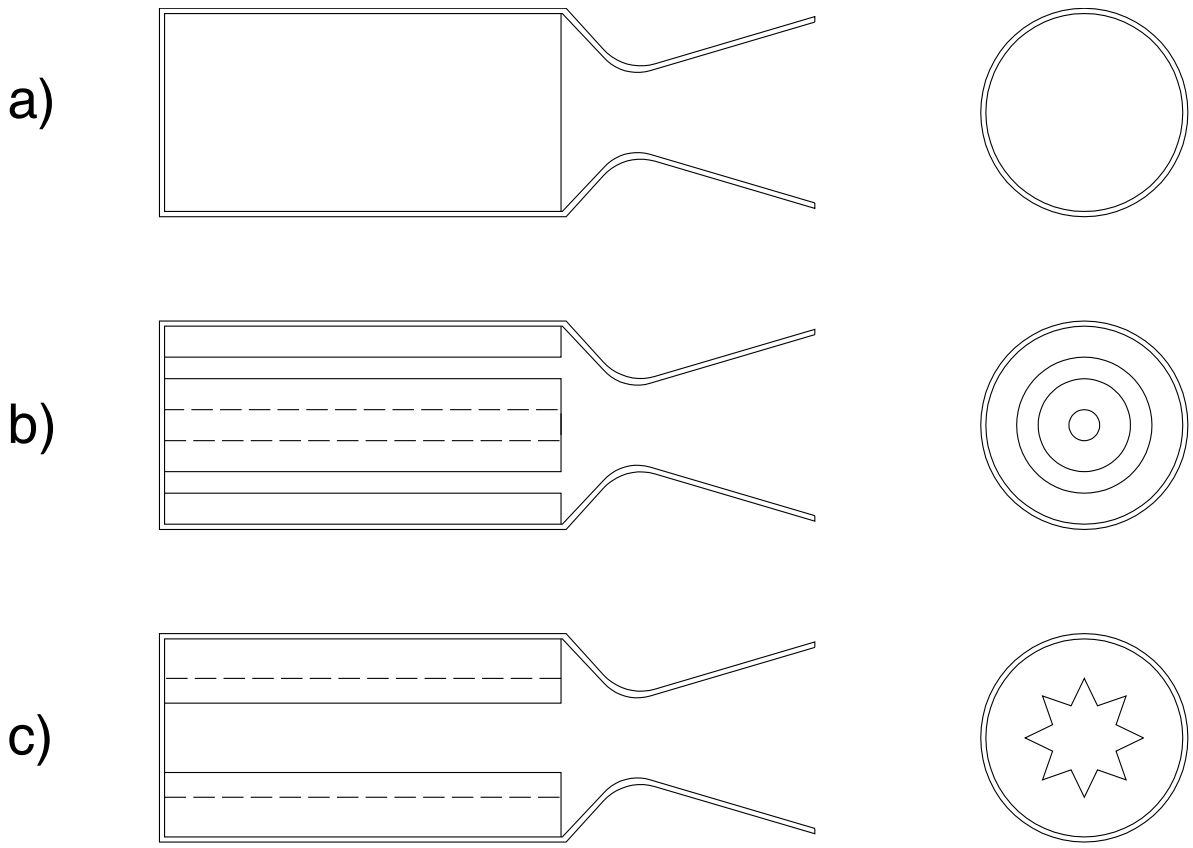

Figure 7.5: Configurazioni di grani neutri: a) a sigaretta, b) a barra e tubo, c) a stella.

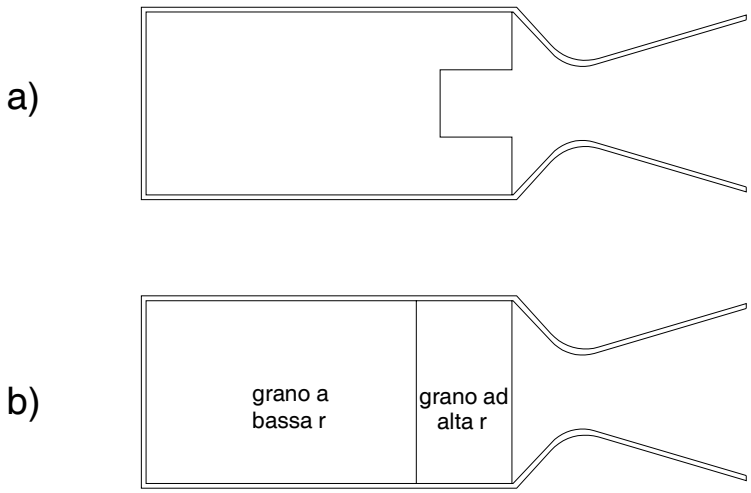

Figure 7.6: Configurazioni di grani con fasi di boost e sustain.

si verifica per missili per applicazioni militari, ed inoltre resistono ad alte temperature; oppure plastiche rinforzate con fibre di vetro, che sono leggere ma rammolliscono oltre 100 – 180 C. In quest'ultimo caso la cassa viene ricavata avvolgendo le fibre su un mandrino (che può essere il grano stesso, eventualmente con l'interposizione di un isolante); la resina tiene in posizione le fibre e ne previene lo scorrimento; esse possono essere avvolte in più direzioni in modo da poter resistere a carichi non solamente uniassiali (ogni fibra sopporta solo carichi di tensione). La tabella seguente riporta alcune proprietà di metalli, fibre impiegate per vetroresine, e vetroresine stesse.

materiale	σ_{rottura} (MPa)	ρ (kg/m^3)
Al	450	2800
acciai	1400–2000	7800
Ti	1250	4600
vetro	1900–3100	
Kevlar	3000–3750	
C	3500–3600	
vetro+resina	1000	1940
Kevlar+resina	1300	1380
C+resina	2300	1550

7.4.2 Ugello

A proposito degli ugelli degli endoreattori a propellenti solidi, osserviamo che per essi si usa la configurazione conica, a differenza di quanto si fa per gli endoreattori a propellenti liquidi, per i quali si adotta generalmente la configurazione a campana che consente minori perdite per divergenza, vedi sez. 3.7.1. Infatti la presenza di una fase solida nei prodotti di combustione (a causa degli additivi metallici comunemente utilizzati), fa sì che essendo la sua velocità differente da quella della fase gassosa, le particelle solide possono andare a colpire le pareti in un ugello a campana, con conseguenti perdite di spinta e forte erosione; l'inconveniente non si presenta in ugelli conici.

Come abbiamo avuto modo di vedere nella sez. 5.3, la sezione di gola e quelle immediatamente a monte di essa sono le più sollecitate dal punto di vista termico. A causa dell'alta temperatura, e dell'impossibilità di ricorrere a raffreddamento per rigenerazione o traspirazione, si devono adottare materiali particolari. È possibile usare per questa zona *carbon–carbon* (fibre di carbonio in una matrice di carbonio), che sopporta fino a 3400 K. Per effetto dell'ablazione da parte dei gas caldi e chimicamente aggressivi, e del bombardamento da parte delle particelle contenute nei prodotti di combustione, la sezione di gola si consuma un poco; occorre però fare in modo che tale effetto sia limitato, p. es. che A_t non cresca più del 5%, per non alterare significativamente le caratteristiche di funzionamento.

7.5 Esempio

Consideriamo il dimensionamento di un grano di propellente solido destinato ad un endoreattore di spinta $F = 1000$ kN (nel vuoto), con tempo di combustione $t_b = 60$ s. L'impulso totale risulta perciò

$$I_{tot} \;=\; F\, t_b \;=\; 60\,\mathrm{MN}\cdot\mathrm{s} \tag{7.28}$$

Incidentalmente, tale valore è uguale a quello dell'endoreattore a propellenti liquidi studiato nel cap. 6.

Supponiamo che il rapporto di espansione dell'ugello sia $\epsilon = 20$, che le condizioni in camera di combustione siano $T_c = 3000$ K, $p_c = 5$ MPa, $\gamma = 1.2$, $W = 25$ kg/kmole, e che le caratteristiche del propellente siano $\rho_p = 1800$ kg/m^3, $a = 10^{-7}$ m/(s $\cdot$ Pa^n), $n = 0.7$.

Disegnamo il grano in modo che dia combustione neutra, adottando una geometria a barra e tubo, vedi fig. 7.5b, per semplicità. Trascuriamo il peso degli effetti di flusso bifase, che abbiamo visto essere di qualche percento, vedi sez. 3.7.5.

Per determinare la geometria del grano, dobbiamo innanzitutto calcolare la portata in massa di gas combusti richiesta dalla (2.6) come

$$\dot{m} \;=\; \frac{F}{c} \tag{7.29}$$

dove F è data. Dobbiamo quindi calcolare c, che scindiamo secondo la (2.12) nel prodotto di C_F, per il quale vale la (3.38), e c^*, per la quale vale la (3.47). Il rapporto p_e/p_c che compare nella (3.38) vale 0.00507, per $\epsilon = 20$ e $\gamma = 1.2$, quindi risulta $C_F = 1.820$. La (3.47) dà invece $c^* = 1540$ m/s, per cui in definitiva si ha una velocità efficace di uscita $c = 2804$ m/s. La portata in massa richiesta, secondo la (7.29), è $\dot{m} = 357$ kg/s, per cui la massa complessiva del propellente utilizzato risulta

$$m' \;=\; \dot{m}\, t_b \;=\; 357\cdot 60 \;=\; 21399\ \mathrm{kg} \tag{7.30}$$

Il volume iniziale del grano, escluso lo sliver, risulta perciò

$$V'_{p0} = \frac{m'}{\rho_p} = \frac{21399}{1800} = 11.888 \ \mathrm{m}^3 \tag{7.31}$$

e la variazione del volume occupato dai gas in camera di combustione nel tempo (da non confondere con la portata volumetrica dei gas)

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho_p} = \frac{357}{1800} = 0.198 \ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \tag{7.32}$$

Dalla (2.10) l'area della sezione di gola richiesta risulta

$$A_t = \frac{F}{C_F \, p_c} = \frac{10^6}{1.820 \cdot 5 \cdot 10^6} = 0.1099 \ \mathrm{m}^2 \tag{7.33}$$

a cui corrisponde un diametro

$$D_t = \sqrt{\frac{4 \, A_t}{\pi}} = 0.374 \ \mathrm{m} \tag{7.34}$$

Con $\epsilon = 20$, si ha un'area della sezione di uscita dell'ugello pari a

$$A_e = \epsilon \, A_t = 20 \cdot 0.1099 = 2.198 \ \mathrm{m}^2 \tag{7.35}$$

corrispondenti ad un diametro

$$D_e = \sqrt{\frac{4 \, A_e}{\pi}} = 1.673 \ \mathrm{m} \tag{7.36}$$

La velocità di regressione del grano risulta, secondo la (7.2):

$$r = a \, p_c^n = 10^7 \cdot (5 \cdot 10^6)^{0.7} = 4.89 \ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}} \tag{7.37}$$

Lo spessore della trama, tanto sulla barra che sul tubo, risulta quindi di

$$b' = r \, t_b = 4.89 \cdot 10^{-3} \cdot 60 = 0.2934 \ \mathrm{m} \tag{7.38}$$

Essendo per la (7.10)

$$p_p = \rho_p \, \frac{R^0 \, T_c}{W} = 1800 \, \frac{8314.34 \cdot 3000}{25} = 1796 \ \mathrm{MPa} \tag{7.39}$$

dalla (7.18) si ricava allora il valore di K necessario per avere la p_c desiderata:

$$K = p_c^{1-n} \, \frac{\Gamma}{a} \, \frac{\sqrt{R^0 \, T_c / W}}{p_p} = 368 \tag{7.40}$$

che implica una superficie di combustione di ben

$$A_b = K \, A_t = 368 \cdot 0.1099 = 40.522 \ \mathrm{m}^2 \tag{7.41}$$

chiaramente difficile da ottenere con una configurazione a sigaretta, a meno di non realizzare un motore del diametro di oltre 7 m (e lungo meno di 0.3 m), che presenterebbe però una notevolissima resistenza aerodinamica. Ricorriamo perciò, come detto, ad una configurazione a combustione non

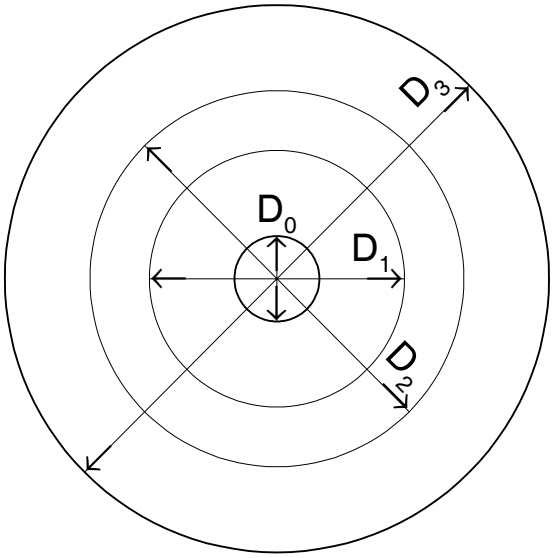

Figure 7.7: Sezione di un grano a barra e tubo.

ristretta, ed in particolare a canna e tubo, vedi fig. 7.7. Chiamiamo D_0 il diametro della canna che supporta il grano interno, D_1 il diametro esterno di quest'ultimo, D_2 il diametro interno del grano esterno, ed infine D_3 il diametro esterno dello stesso. Se non ci fossero residui di combustione, sarebbe $D_1 = D_0 + 2\,b'$ e $D_3 = D_2 + 2\,b'$; tuttavia per tener conto dei residui introduciano un

$$b \;=\; 1.01\,b' \;=\; 0.2963 \;\; \mathrm{m} \tag{7.42}$$

per cui valgono le relazioni

$$D_1 \;=\; D_0 \;+\; 2\,b \tag{7.43}$$

$$D_3 \;=\; D_2 \;+\; 2\,b \tag{7.44}$$

Assumiamo arbitrariamente $D_0 = b$ (scelta che eventualmente potrà essere variata nel caso portasse a risultati non soddisfacenti), per cui risulta

$$D_0 \;=\; b \;=\; 0.2963 \;\; \mathrm{m} \tag{7.45}$$

$$D_1 \;=\; D_0 \;+\; 2\,b \;=\; 0.889 \;\; \mathrm{m} \tag{7.46}$$

Il valore di D_2 è invece determinato dalla velocità che imponiamo ai gas. Assumendo

$$v_g \;=\; 100 \;\; \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{7.47}$$

per essere sicuri di non avere combustione erosiva, e tenendo conto che, con le condizioni in camera di combustione date, la densità dei prodotti di combustione è

$$\rho = \frac{p_c W}{R^0 T_c} = 5.0114 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \tag{7.48}$$

l'area di porta richiesta risulta

$$A_p = \frac{\dot{m}}{\rho v_g} = \frac{357}{5.0114 \cdot 100} = 0.7124 \ \text{m}^2 \tag{7.49}$$

per cui

$$D_2 = \sqrt{D_1^2 + \frac{4}{\pi} A_p} = 1.303 \ \text{m} \tag{7.50}$$

$$D_3 = D_2 + 2\,b = 1.896 \ \text{m} \tag{7.51}$$

La lunghezza del grano necessaria ad assicurare la superficie di combustione data dalla (7.41) risulta allora (assumendo che il grano bruci solo in corrispondenza alla superficie interna)

$$L = \frac{A_b}{\pi\,(D_1 + D_2)} = 5.884 \ \text{m} \tag{7.52}$$

Incidentalmente, il rapporto lunghezza/diametro del grano risulta

$$\frac{L}{D_3} = \frac{5.884}{1.896} = 3.103 \tag{7.53}$$

quindi nei limiti indicati in sez. 7.4.1. La caduta di pressione lungo il grano risulta invece, in base alla (7.25)

$$\Delta p = \frac{1}{5.0114} \left(\frac{357}{0.7124}\right)^2 = 50.11 \ \text{kPa} \tag{7.54}$$

quindi circa l'1% di p_c. L'area della trama risulta

$$A_{web} = \frac{\pi}{4}\,(D_3^2 - D_2^2 + D_1^2 - D_0^2) = 2.042 \ \text{m}^2 \tag{7.55}$$

per cui la massa effettiva del grano (compreso lo sliver) è

$$m = \rho_p\, L\, A_{web} = 21627 \ \text{kg} \tag{7.56}$$

Quindi, confrontando con la (7.30), la percentuale di propellente incombusto risulta

$$\frac{m - m'}{m} = 1.05\% \tag{7.57}$$

Infine, la densità di carico del grano (7.26) è

$$\frac{A_{web}}{A_m} = \frac{A_{web}}{\frac{\pi}{4} D_3^2} = 72.3\% \tag{7.58}$$

Per il rapporto tra l'area di porta e l'area di gola si ha

$$\frac{A_p}{A_t} = \frac{0.7124}{0.1099} = 6.48 \tag{7.59}$$

valore che conferma l'assenza di combustione erosiva, vedi sez. 7.2.8.

Capitolo 8

Endoreattori a propellenti ibridi

Negli endoreattori a propellenti ibridi uno dei due propellenti (in generale l'ossidante) è allo stato liquido, mentre l'altro (in generale il combustibile) è allo stato solido. Una simile configurazione comporta i seguenti vantaggi (di cui i primi 6 devono essere considerati rispetto ad un endoreattore a propellente solido, ed i rimanenti con riferimento ad un endoreattore a propellenti liquidi):

1. possibilità di riaccensione;
2. modulabilità della spinta (controllando la portata di ossidante – liquido);
3. velocità efficace di uscita più alta;
4. maggiore sicurezza (il fattore controllante la combustione è la portata di ossidante, non semplicemente la superficie di combustione, per cui essa non risente di fratture o *debonding* del grano);
5. i gas prodotti di combustione non sono tossici (poiché si utilizza generalmente come ossidante l'ossigeno liquido, anziché il perclorato d'ammonio che genera acido cloridrico tra i prodotti di combustione);
6. sicurezza di manipolazione (in quanto il grano di per sé è inerte);
7. maggiore affidabilità (rispetto ad un endoreattore a propellenti liquidi, negli ibridi è richiesto un impianto di alimentazione per il solo ossidante, dimezzando così la complessità del sistema ed i conseguenti rischi di malfunzionamento);
8. costo più basso (appunto grazie alla minore complessità);
9. maggiore compattezza, grazie alla maggiore densità del combustibile solido rispetto a quelli liquidi.

A questi vantaggi si contrappongono i seguenti svantaggi (di cui ancora i primi 2 valutati rispetto agli endoreattori a propellente solido, ed i rimanenti rispetto a quelli a propellente liquido):

1. minore compattezza, a causa alla minore densità dell'ossidante liquido rispetto a quelli solidi;
2. residuo di combustibile incombusto (*sliver*) più alto;

3. quando si presenta la necessità di modulare la spinta, il rapporto ossidante/combustibile varia sensibilmente, a detrimento della velocità efficace di uscita;

4. l'efficienza di combustione è più bassa (una piccola percentuale di propellente rimane cioè incombusta).

Per dare un'idea delle velocità efficaci di uscita raggiungibili con questo tipo di endoreattori, consideriamo a titolo di esempio un propulsore, operante nel vuoto, utilizzante ossigeno liquido (LOX) come ossidante, ed asfalto addizionato con polveri metalliche come combustibile: esso risulta dare una $c \cong 3000$ m/s, quindi un poco più alta di quella conseguibile dai migliori endoreattori a propellente solido (ma si pensa di poter arrivare fino a 3200 m/s), e di poco inferiore a quella ottenibile da sistemi liquidi *storable* o LOX–idrocarburi. Se poi si ipotizza di utilizzare come ossidante l'ossigeno (o addirittura il fluoro) liquido, e come combustibile il berillio, si può arrivare a $c \cong 3700$ m/s nel vuoto, inferiore solo a quella di una combinazione LOX–LH. Tale possibilità è tuttavia più teorica che pratica, a causa dell'elevatissima tossicità del berillio; potrebbe in teoria essere considerata per missioni nello spazio profondo (cioè molto lontano dall'atmosfera terrestre), ma resta il rischio legato alla manipolazione a terra di un grano estremamente tossico.
La velocità di regressione del grano è più bassa che non negli endoreattori a propellenti solidi, tipicamente compresa tra 1 e 5 mm/s. Quindi, per assicurare la necessaria quantità di combustibile alla reazione, sono necessarie superfici di combustione più grandi, per cui si adottano tipicamente grani multiperforati. La velocità di regressione del grano è strettamente legata all'aerodinamica del flusso gassoso entro il grano (in particolare alla turbolenza), al comportamento dello strato limite, ed allo scambio termico (quindi non è più semplicemente una funzione principalmente della pressione di combustione – una volta specificati i propellenti – come nel caso di grani di endoreattori a propellente solido; abbiamo visto poi l'influenza della temperatura del grano e della velocità dei gas che lo lambiscono). Un'espressione della velocità di regressione del grano che risulta utilizzabile è del tipo

$$r \;=\; a\, G_{ox}^{m}\; p_c^{n} \tag{8.1}$$

dove G_{ox} è la portata specifica di ossidante (portata per unità di area); l'esponente m assume valori tipicamente compresi tra 0.4 e 0.7, mentre n assume tipicamente valori tra 0 e 0.25 (tali valori dipendono ovviamente dalla combinazione ossidante–combustibile considerata).
Per quanto riguarda l'accensione, essa può avvenire o tramite un ignitore, oppure spontaneamente qualora la combinazione ossidante–combustibile sia ipergolica (il che è conveniente se il motore deve garantire la riaccendibilità).
Gli endoreattori a propellenti ibridi hanno finora trovato applicazione solo occasionale nei sistemi propulsivi, probabilmente perché quando si ricercano alte prestazioni si preferisce optare direttamente per gli endoreattori a propellenti liquidi, mentre quando si ricerca la semplicità di sistema si adottano endoreattori a propellenti solidi; i propellenti ibridi costituiscono una soluzione intermedia, che non sempre può risultare interessante. A tutto ciò si aggiunge, ovviamente, la scarsa esperienza maturata in questo campo.

Capitolo 9

Instabilità di combustione

9.1 Classificazione

Con il termine *instabilità di combustione* si designa un fenomeno di oscillazione della pressione in camera di combustione, che si verifica tanto negli endoreattori a propellente liquido che in quelli a propellente solido. Tali oscillazioni possono essere considerate accettabili solo se la loro ampiezza non supera il 5% circa della pressione in camera nominale, altrimenti, a causa del fortissimo rilascio di energia che si ha in camera di combustione, si innescano processi distruttivi. Il collasso della camera di combustione può aversi o per vibrazioni eccessive, o per l'aumentato scambio termico, come vedremo.

Le instabilità di combustione possono essere classificate in base alla loro frequenza, in base ai modi spaziali, ed in base ai modi temporali.

In una classificazione in base alle frequenze si distinguono tre classi:

- frequenze comprese tra 10 e 400 Hz, che danno luogo ad un'instabilità denominata *chugging* ('ciuf ciuf' di un treno); questa instabilità è dovuta a fenomeni associati con le lineee di alimentazione, p.es. la cavitazione delle pompe;

- frequenze comprese tra 400 e 1000 Hz, con instabilità denominata *buzzing* (ronzio) o *acustica*, dovuta a vibrazioni meccaniche;

- frequenze maggiori di 1000 Hz, che danno luogo ad un'instabilità detta *screaming* (urlo), associate con onde di pressione, e risonanze con frequenze proprie del sistema.

Si noti che per quanto riguarda le frequenze proprie della camera di combustione, quelle longitudinali sono inversamente proporzionali a $n\,L$, dove L indica la lunghezza della camera di combustione ed n un intero, mentre quelle radiali e tangenziali sono inversamente proporzionali a $m\,R$, essendo R il raggio della camera di combustione ed m un intero. Per n o m uguale ad uno si ha il modo a più bassa frequenza (fondamentale), per n o m uguale a due si ha la seconda armonica, etc.

In una classificazioni in base ai modi spaziali si distinguono instabilità longitudinali, radiali, e tangenziali, a seconda della direzione di propagazione delle stesse.

In una classificazione in base ai modi temporali, si distinguono, per le instabilità tangenziali, i moti stazionari da quelli *travelling* o *spinning*, viaggianti o rotanti. Nelle figg. 9.1–9.7 sono indicati alcuni tipi di instabilità, con l'indicazione schematica delle onde di pressione. Le figure riportano

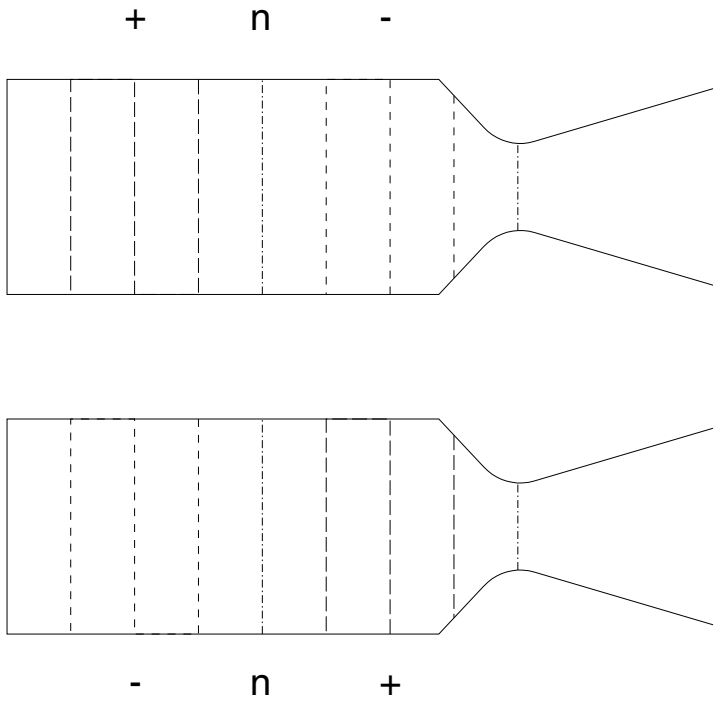

Figure 9.1: Instabilità longitudinale, modo fondamentale. —— —— isobare in sovrapressione, — — — isobare in depressione, n linea neutra

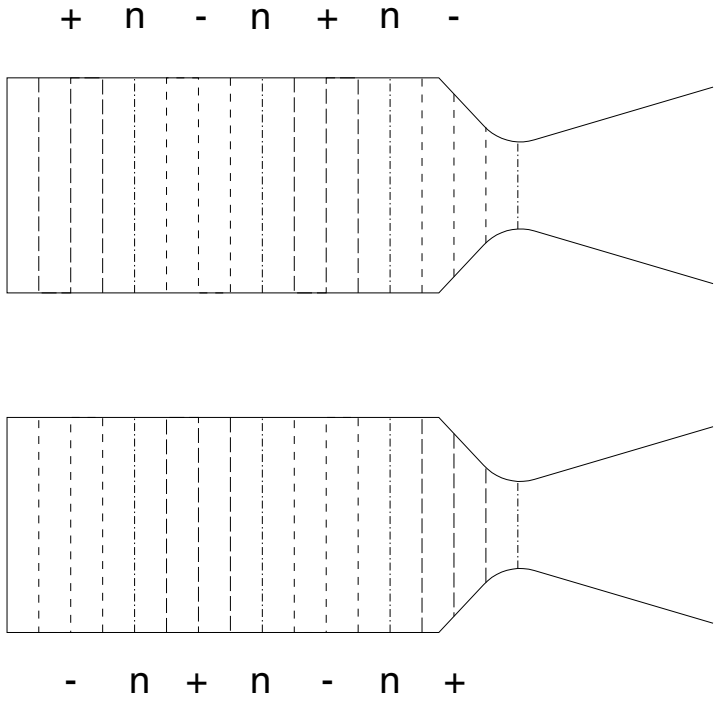

Figure 9.2: Instabilità longitudinale, seconda armonica. —— —— isobare in sovrapressione, — — — isobare in depressione, n linee neutre.

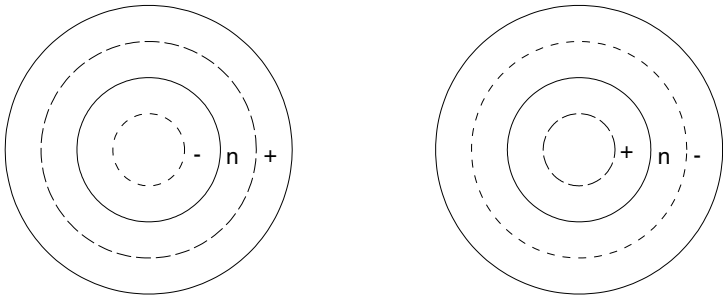

Figure 9.3: Instabilità radiale, modo fondamentale. —— —— isobare in sovrapressione, — — — isobare in depressione, n linea neutra.

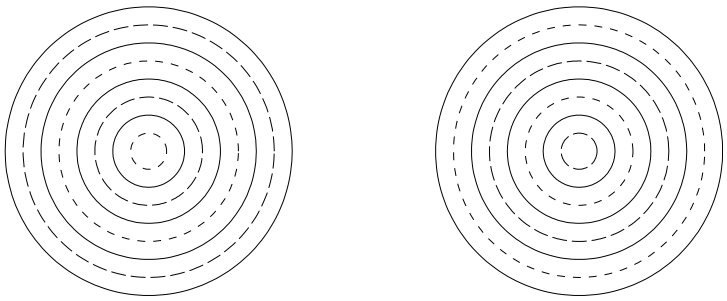

Figure 9.4: Instabilità radiale, seconda armonica. —— —— isobare in sovrapressione, — — — isobare in depressione, n linee neutre.

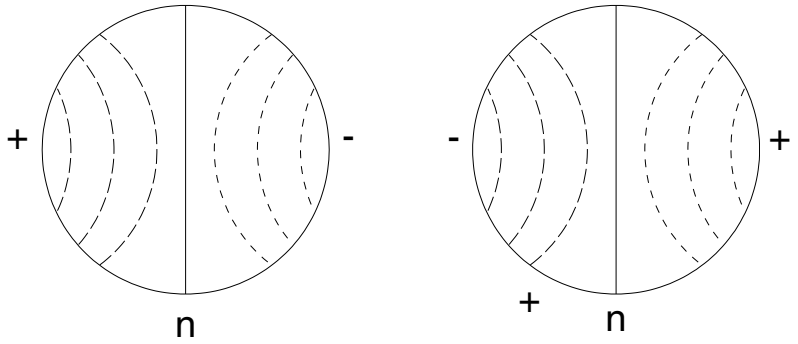

Figure 9.5: Instabilità tangenziale stazionaria, modo fondamentale. —— —— isobare in sovrapressione, — — — isobare in depressione, n linea neutra.

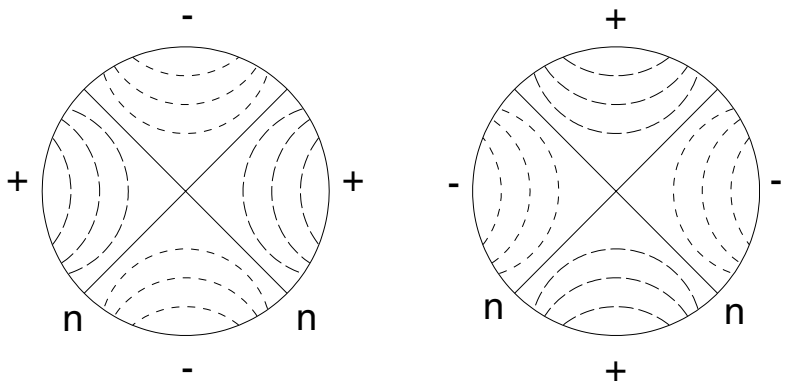

Figure 9.6: Instabilità tangenziale stazionaria, seconda armonica. —— —— isobare in sovrapressione, — — — isobare in depressione, n linee neutre.

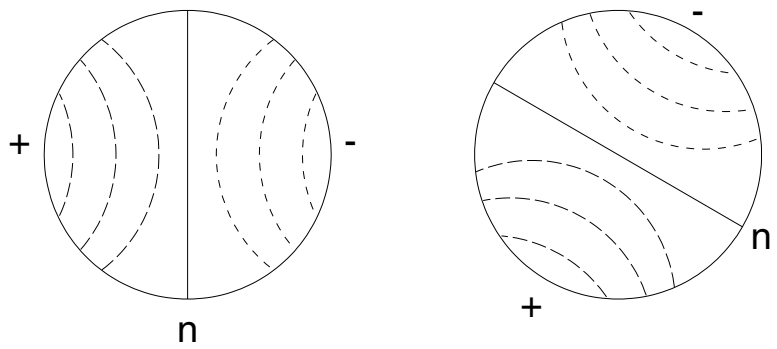

Figure 9.7: Instabilità tangenziale rotante, modo fondamentale. —— —— isobare in sovrapressione, — — — isobare in depressione, n linea neutra.

schematicamente a sinistra la situazione del campo di pressione al tempo iniziale, ed a destra la situazione mezzo ciclo dopo, od un sesto di ciclo nel caso della fig. 9.7.
Il fenomeno delle instabilità di combustione presenta aspetti abbastanza diversi negli endoreattori a propellente liquido e solido, che tratteremo quindi separatamente.

9.2 Instabilità in endoreattori a propellenti liquidi

Per il controllo delle instabilità si ricorre a smorzatori, come possono essere perforazioni praticate sul *liner* (rivestimento) adiacente alla parete della camera di combustione, vedi fig. 9.8 (in alto). I prodotti di combustione 'intrappolati' tra il liner e le pareti della camera sono richiamati verso la camera quando la pressione scende al disotto del valore medio, mentre l'opposto si verifica in corrispondenza ad una sovrapressione; questo comportamento dà luogo ad uno smorzamento analogo a quello introdotto da un ammortizzatore. Possono anche essere utilizzate a questo scopo cavità adiacenti alla piastra di iniezione, vedi fig. 9.8 (in basso).
Il modo spaziale tangenziale è quello più pericoloso, perché tende ad assottigliare enormemente lo strato limite sulle pareti della camera (il quale controlla il coefficiente di scambio termico), causando aumenti del flusso termico alla parete di 4 – 10 volte, e picchi di pressione fino 7 volte il valore nominale.

Per il controllo del *chugging* (che come abbiamo detto è associato con le linee di alimentazione dei propellenti), modelli matematici basati su ipotesi estremamente drastiche (tanto per citarne alcune, fluido incompressibile, linee inelastiche, ritardo costante tra aumento di pressione e reazione della camera) indicano che se le cadute di pressione lungo le linee di alimentazione (compresi gli

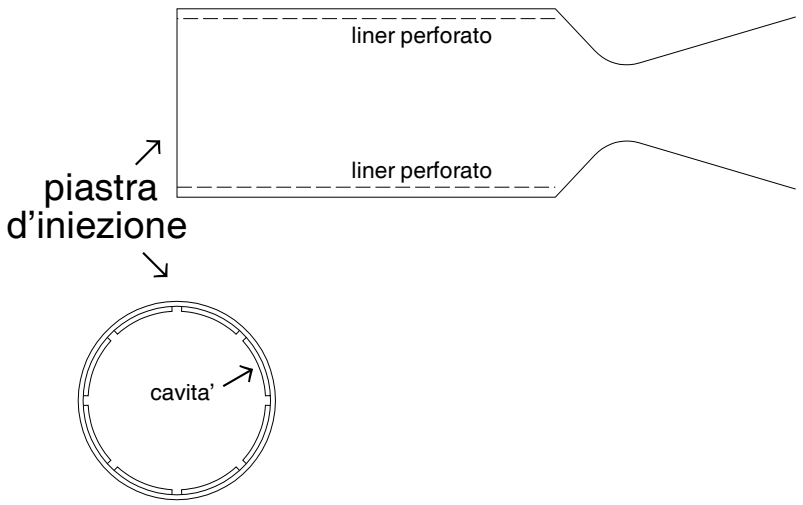

Figure 9.8: Camere di combustione con perforazioni (in alto) e cavità (in basso) per il controllo dell'instabilità.

iniettori) sono superiori al 50% della pressione in camera non si hanno instabilità. In realtà si trova empiricamente che basta che queste perdite ammontino al 15% circa di p_c, perché nel modello citato sopra sono trascurati alcuni effetti smorzanti come l'elasticità delle linee, e la compressibilità (sia pur piccola) del propellente.

Il *buzzing* risulta invece meno pericoloso.

Il controllo dello *screaming* è invece importante, in quanto queste oscillazioni ad alta frequenza sono molto energetiche, e possono portare ad oscillazioni di diverse decine di atmosfere (cioè diversi MPa). È necessario adottare quindi provvedimenti come serbatoi e camere con pareti perforate, come visto in fig. 9.8, cavità per alloggiare gli iniettori, *interstadi* smorzanti tra i diversi stadi del lanciatore, oppure porre deflettori in corrispondenza della piastra ad iniettori, che suddividono lo spazio in prossimità degli iniettori in un certo numero di compartimenti, i quali pertanto hanno assai minore possibilità di interagire tra loro, riducendo così le possibilità di instabilità.

Un altro effetto che tende a smorzare le instabilità è lo scambio di calore per radiazione. Quando la pressione in camera cresce, aumenta anche il flusso termico per radiazione verso la parete, contribuendo così a far diminuire il carico sulla camera.

9.3 Instabilità in endoreattori a propellenti solidi

Negli endoreattori a propellente solido il problema dell'instabilità di combustione è un po' meno critico che non in quelli a propellente liquido, per i seguenti motivi:

1. non ci sono linee di alimentazione;

2. nei propellenti addizionati con polveri metalliche, l'accoppiamento tra le due fasi è di tipo viscoso, quindi ha un effetto smorzante;

3. il materiale che costituisce le pareti della camera, cioè il propellente stesso, ha un comportamento viscoelastico, quindi anch'esso smorzante;

4. le dimensioni della camera variano durante la combustione per effetto della regressione del grano, per cui anche se in certi momenti si eccitano frequenze proprie, questa eccitazione scompare quando, al variare della dimensione della camera, la frequenza propria si modifica anch'essa.

Si può inoltre controllare la frequenza a cui introdurre lo smorzamento per effetto della granulometria delle polveri metalliche addizionate al grano. Per smorzare oscillazioni a bassa frequenza, come si verificano nelle camere di grandi dimensioni (dove quindi le frequenze proprie sono basse), si possono adottare polveri con granulometria piuttosto grande, con diametri compresi tra 8 e 20 μm; al contrario per smorzare le alte frequenze, quali si verificano in camere piccole, occorre utilizzare una granulometria più fine, tra i 2 ed i 6 μm, che 'risponde' più rapidamente alle variazioni di pressione. Bisogna quindi utilizzare polveri con granulometria adatta alle dimensioni del motore.

Si ricorre inoltre a vari *fixes*, cioè aggiustamenti, per ostacolare l'instabilità, come la modifica della geometria del grano per sopprimere le frequenze indesiderate; l'aggiunta di pinne, barre, deflettori; la modifica del numero delle perforazioni nei grani multiperforati; la modifica dell'area di porta; la modifica della composizione del propellente, in particolare della granulometria delle polveri.

Anche negli endoreattori a propellente solido i modi tangenziali, in particolari quelli rotanti (viaggianti), sono i più pericolosi. Per alcuni propellenti (nitroglicerina) l'instabilità può addirittura portare ad una detonazione del grano.

Capitolo 10

Propulsione nucleare

10.1 Classificazione

Nella propulsione nucleare una fonte di energia nucleare è utilizzata per riscaldare un gas che è fatto poi espandere attraverso un ugello, in modo analogo a quanto avviene per gli endoreattori chimici.

Tre diverse fonti di energia nucleare possono, almeno in linea di principio, essere considerate:

1. energia da decadimento di radioisotopi;
2. energia da fissione nucleare;
3. energia da fusione nucleare.

Il decadimento di radioisotopi comunque fornisce energia ad un tasso molto basso, per cui può al più essere utilizzato come fonte energetica per motori per compensazione di perturbazioni orbitali o simili, dove sono richieste spinte molto basse.

Nei reattori a fissione nucleare il bombardamento tramite neutroni del nucleo di particolari atomi *fissili* (U^{233}, U^{235}, Pu^{239}, Pu^{241}) provoca la fissione di questo in due parti, e l'emissione di due o tre neutroni (utilizzati appunto per mantenere la reazione a catena); la massa complessiva di questi frammenti è lievemente inferiore a quella del nucleo originale più il neutrone incidente, per cui tale differenza di massa Δm si trasforma in energia secondo la relazione

$$E = \Delta m\, c^2 \tag{10.1}$$

dove c qui indica la velocità della luce. A fini pratici gli isotopi fissili interessanti sono l'uranio 235 (che è presente nell'uranio naturale nella proporzione dello 0.7% circa, il resto essendo uranio 238), ed il plutonio 239, che può essere ottenuto mediante irraggiamento neutronico dell'uranio 238. L'uranio 233 potrebbe in teoria essere ottenuto mediante irraggiamento neutronico del torio 232, ed il plutonio 241 mediante prolungato irraggiamento neutronico dell'uranio 238, che si trasforma progressivamente in Pu^{239}, Pu^{240}, Pu^{241}; la prima possibilità è stata in effetti considerata, ma non ha mai trovato ancora applicazione pratica, mentre la seconda è evidentemente da scartare grazie alla possibilità di utilizzare direttamente l'isotopo 239 del plutonio. La fissione di un chilogrammo di materiale fissile produce un'energia di circa $9 \cdot 10^{13}$ J; possiamo confrontare questa energia con quella rilasciata dalla combustione di un chilogrammo di miscela idrogeno–ossigeno in proporzioni stechiometriche, che risulta dell'ordine di $1.3 \cdot 10^7$ J. Il 'combustibile' nucleare ha dunque un potenziale energetico di ben $6 - 7$ ordini grandezza superiore a quelli chimici, e quindi rappresenta una fonte di

energia estremamente attraente. Per contro, la massa del reattore nucleare e degli impianti connessi risulta alquanto elevata; pur tuttavia, la propulsione nucleare rimane a tutt'oggi la sola alternativa *potenzialmente* (vedi sez. 10.2) praticabile agli endoreattori chimici per propulsori ad alta spinta. Si pensa di poter raggiungere rapporti spinta/peso $F/W \sim 3$, quindi alquanto più bassi di quelli degli endoreattori chimici, ma accettabili se compensati da un ridotto consumo di propellente grazie ad un'alta velocità efficace di uscita.

Nei reattori a fusione nucleare il processo che si intende utilizzare è invece la fusione di due nuclei di elementi leggeri (idrogeno, deuterio, o tritio) in un nucleo di elemento più pesante (es. tritio, elio); anche in questo caso si ha un difetto di massa che risulta in un rilascio di energia. Tale processo al momento attuale non è ancora controllabile (per quanto sia utilizzato nelle bombe H), per cui i propulsori basati su di esso hanno per ora un interesse speculativo.

Nel seguito ci limitiamo quindi a considerare i soli propulsori utilizzanti reattori a fissione. Per quanto tali propulsori siano stati lungamente studiati, e siano stati realizzati e provati a terra alcuni prototipi sin dalla fine degli anni '50, essi non hanno trovato applicazione pratica. Attualmente tuttavia essi sono oggetto di rinnovato interesse per possibili missioni umane verso il pianeta Marte. Le migliori prestazioni dei propulsori nucleari rispetto a quelli chimici consentirebbero infatti di ridurre drasticamente la durata della missione, contenendo così l'esposizione dell'equipaggio alle radiazioni cosmiche, che risulterebbe altrimenti pericolosa.

10.2 Propulsori con reattori a fissione

Uno schema di principio di un sistema propulsivo energizzato da un reattore nucleare a fissione è mostrato in fig. 10.1. Il fluido operativo fluisce entro il nocciolo del reattore, ove riceve calore e quindi aumenta di temperatura, e si espande poi nell'ugello. Il nocciolo è a sua volta costituito da elementi di combustibile nucleare, da un sistema di controllo e dal moderatore. In ciascun elemento sono generalmente presenti più barrette, le quali contengono il combustibile (usualmente allo stato di ossido di uranio) sotto forma di pastiglie; il gas si riscalda lambendo le barrette, ed assolvendo in tal modo anche alla funzione di limitare l'aumento incontrollato di temperatura delle barrette, che porterebbe alla fusione del nocciolo. Il sistema di controllo è costituito da una serie di barre contenenti materiale che assorbe neutroni (ad esempio cadmio), al fine di poter controllare il flusso neutronico, e quindi il rilascio di energia. È inoltre necessario (eccetto che nei cosidetti reattori veloci) un moderatore, che diminuisca la velocità dei neutroni generatisi nella fissione del nucleo, fino a portarla ai valori corrispondenti ai processi di agitazione termica, alla quale può avvenire la cattura da parte del nucleo fissile; questa funzione può essere assolta da un materiale a basso peso atomico, come grafite, berillio o composti idrogenati. Questo tipo di nocciolo, detto solido, è quello attualmente impiegato in tutti i reattori.

Un certo numero di neutroni sfugge dalle pareti esterne del nocciolo, senza perciò contribuire al sostenimento della reazione a catena. Poiché il rapporto area/volume diminuisce all'aumentare delle dimensioni, ne consegue che la reazione può autosostenersi solo per noccioli di dimensioni, o massa, superiori ad un certo livello detto 'critico' (massa critica).

Cerchiamo innanzitutto di quantificare il vantaggio, in termini di velocità efficace di uscita, ottenibile grazie a questo tipo di propulsori. Trattandosi di endoreattori di tipo termico, la velocità efficace di uscita si determina attraverso la (3.44); da questa, come noto, si vede che conviene raggiungere un'alta temperatura in camera. In un sistema propulsivo utilizzante un nocciolo solido, la massima temperatura T_c raggiungibile è chiaramente limitata dall'esigenza di non provocare la fusione del nocciolo stesso. Poiché la temperatura di fusione dell'ossido di uranio è intorno ai 2650 K, e

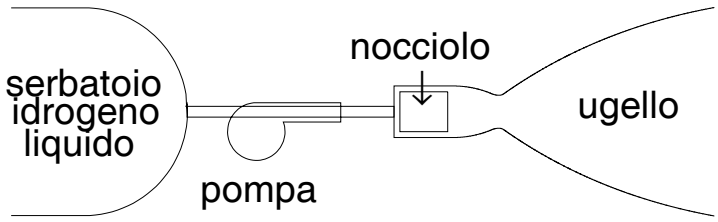

Figure 10.1: Schema di principio di un motore nucleare termico.

dobbiamo inoltre prevedere cadute di temperatura tra il centro della pastiglia e la sua periferia, nonché attraverso la camicia della barretta ed all'interfaccia tra barretta e gas operativo, possiamo ragionevolmente pensare che la massima temperatura del gas raggiungibile sia dell'ordine dei 2500 K. Come gas operativo conviene ovviamente utilizzare un gas a basso peso molecolare, quindi idrogeno. Alla temperatura $T_c = 2500$ K il rapporto dei calori specifici per l'H_2 vale $\gamma \simeq 1.3$ (anche se a rigore bisognerebbe tener conto del fatto che nell'espansione nell'ugello esso aumenta al diminuire di T). Supponendo di operare nel vuoto, con un rapporto di espansione $\epsilon = 100$, si trova allora una velocità efficace di uscita (teorica) $c = 8636$ m/s; tenendo conto delle inevitabili perdite, possiamo assumere $c \simeq 8500$ m/s, che quindi indica un notevole miglioramento rispetto ai valori ottenibili dai migliori endoreattori chimici, che come abbiamo visto sono dell'ordine dei 4500 m/s per endoreattori a propellente liquido utilizzanti la combinazione criogenica LOX–LH. Si noti che il vantaggio rispetto ai propulsori chimici è dovuto al fatto che il fluido espulso ha un peso molecolare particolarmente basso (poiché si tratta di idrogeno, mentre nei prodotti di combustione degli endoreattori chimici sono presenti specie di ben maggiore peso atomico, come H_2O, etc.); per contro la temperatura T_c è in genere inferiore rispetto agli endoreattori chimici, essendo limitata da vincoli metallurgici.

Per quanto riguarda le possibili applicazioni dei propulsori nucleari, devono innanzitutto essere sottolineate le esigenze legate a fattori di sicurezza. Durante l'operazione di un reattore nucleare, è inevitabile che qualcuna delle migliaia di barrette che compongono il nocciolo si fratturi lievemente; pur non ostacolando le piena operatività del reattore, questo causa il passaggio di una certa quantità di materiale radioattivo nel fluido refrigerante. Poiché nelle applicazioni propulsive il fluido refrigerante viene scaricato all'esterno attraverso l'ugello, questa circostanza sconsiglia vivamente l'uso dei propulsori nucleari per missioni nell'ambito dell'atmosfera terrestre. Anche il rischio di fallimento del lancio, con conseguente ricaduta del reattore a terra, esclude applicazioni per stadi inferiori di vettori. D'altronde il rapporto spinta/peso relativamente basso di questi propulsori li rende poco

convenienti per missioni in cui si richiede un'alta spinta. Il loro impiego invece risulterà conveniente per missioni interplanetarie, o per trasferimenti da orbita terrestre bassa ad orbita alta (per esempio geostazionaria). Infatti in questi casi si possono adottare livelli di spinta bassi (limitando così il peso dell'impianto propulsivo) mentre si può trarre pieno vantaggio della possibilità di raggiungere velocità efficaci di uscita ben superiori a quelle ottenibili con propulsori chimici. Occorre comunque tener presente che l'utilizzo di LH come fluido operativo comporta serbatoi estremamente voluminosi, quindi pesanti. Va considerato a questo proposito che, a parità di impulso totale fornito dal motore, la massa di propellente è inferiore a quella richiesta da un endoreattore chimico (per via della più alta velocità efficace di uscita); tuttavia il propellente in questo caso è *tutto* LH, a bassa densità (non semplicemente una frazione $1/(1+r)$ della massa totale dei propellenti, dove r abbismo visto che vale tipicamente 5 o 6 per combinazioni LH/LOX). Si noti che il reattore nucleare prima dell'accensione, se alimentato ad uranio, ha un livello di radioattività praticamente trascurabile, per cui non si presentano rischi in caso di ricadute accidentali a terra (le scorie nucleari che si producono durante l'operazione del reattore sono invece estremamente pericolose).

Ulteriori problemi legati all'impiego di propulsori nucleari sono legati alla prolungata esposizione dei materiali del nocciolo ad un'alta temperatura, alla necessità di prevedere un raffreddamento continuato del nocciolo anche dopo lo spegnimento (poiché esso continua a produrre calore, anche se a livelli molto più modesti, per decadimento dei nuclei radioattivi), e nel caso di sonde abitate, alla necessità di proteggere l'equipaggio dalle radiazioni provenienti dal nocciolo mediante opportuni schermi. L'idrogeno è molto efficiente per schermare i neutroni, per cui conviene frapporre il serbatoio di idrogeno tra il reattore e la cellula abitata. Per limitare l'esposizione dell'equipaggio alle radiazioni del reattore in trasferimenti interplanetari, può essere conveniente usare due stadi separati per l'inserimento del carico utile nella traiettoria di trasferimento verso il pianeta obiettivo, e per le manovre in prossimità del pianeta obiettivo stesso. In questo caso il primo stadio, divenuto fortemente radioattivo, può essere scaricato subito dopo l'inserimento nell'orbita di trasferimento, in modo da eliminare il conseguente rischio di una prolungata esposizione alle radiazioni durante il lungo viaggio interplanetario. Un ulteriore problema, in particolare per le missioni interplanetarie, è quello di mantenere per un lungo periodo l'idrogeno allo stato liquido. È anche necessario prevedere un radiatore per eliminare il calore trasmesso dal nocciolo alle strutture della nave spaziale. Un vantaggio invece dei propulsori nucleari è il fatto che, non essendoci un fluido ossidante, c'è un minor rischio di esplosioni chimiche.
Come negli endoreattori a propellenti liquidi, il fluido operativo (cioè l'idrogeno), prima di essere inviato nel nocciolo, è utilizzato per raffreddare l'ugello, ed inoltre il *riflettore*, uno schermo posto intorno al nocciolo per far sì che i neutroni che fuoriescono dalle sue pareti esterne non siano tutti dispersi all'esterno, ma siano invece almeno in parte riflessi verso l'interno ed utilizzati per la reazione a catena.

Un reattore della potenza termica di un MW arriva a dare, indicativamente, una spinta intorno ai 2.2 kN. Si noti che i propulsori nucleari sono riaccendibili.

Reattori a nocciolo solido arrivano quindi a dare, nel vuoto, velocità efficaci di uscita circa doppie rispetto a quelle ottenibili dai migliori endoreattori chimici; come abbiamo visto, il fattore limitante è la temperatura massima accettabile nel nocciolo, che per reattori a nocciolo solido è appunto limitata dalla necessità di evitare la fusione del nocciolo stesso. Nell'intento di superare questa limitazione, si è pensato di adottare reattori a nocciolo gassoso [17], in cui il combustibile nucleare si trova nella forma di un plasma di uranio, e l'idrogeno è riscaldato per radiazione. Si noti tuttavia che l'idrogeno, come tutti i gas, assorbe energia per radiazione solo in alcune bande di frequenza; per favorire lo scambio termico allora esso deve essere inseminato con particelle di tungsteno o carbonio (circa l'1%

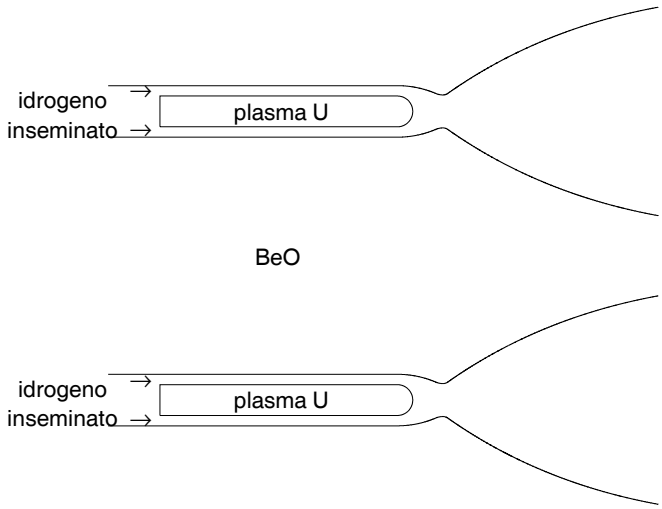

Figure 10.2: Schema di reattore nucleare a nocciolo gassoso.

in massa), che assorbono energia su uno spettro continuo di frequenze, similmente ad un corpo nero, e la cedono poi per convezione al gas in cui sono immersi. In questa maniera si pensa di poter raggiungere temperature dell'idrogeno dell'ordine dei 20000 K; a queste temperature l'idrogeno non è più allo stato molecolare (anzi, è allo stato di plasma) per cui il peso molecolare da considerare nella (3.44) è prossimo a quello dell'idrogeno atomico, con ulteriore notevole vantaggio in termini di prestazioni. Si pensa di potersi avvicinare a velocità efficaci di uscita fino a $c \simeq 60000$ m/s. Una delle disposizioni che si pensa di utilizzare è del tipo *light bulb* (lampadina), in cui il plasma di uranio è contenuto in un bulbo trasparente (le cui pareti sono raffreddate attraverso uno strato limite di gas freddo, appositamente iniettato); attraverso le pareti il plasma riscalda l'idrogeno inseminato che si trova esternamente, vedi fig. 10.2. L'ossido di berillio posto tra i vari bulbi adiacenti serve da moderatore.
La massa critica di materiale fissile che deve essere contenuta del bulbo è dell'ordine dei 23 kg di U^{235}, ma potrebbe essere ridotta a circa 14 kg utilizzando U^{233}. Le densità di potenza ipotizzabili con noccioli gassosi sono dell'ordine dei 10000 – 75000 MW/m^3, quindi molto più elevate che nei noccioli solidi (ove sono dell'ordine delle centinaia di MW/m^3).

Grazie a questo tipo di propulsori si pensa di poter effettuare '*sprint trips*' ai pianeti, con tempi dell'intera missione dell'ordine degli 80 giorni per Marte, 2.8 anni per Giove, e 3.8 anni per Saturno, quindi molto più brevi di quelli conseguibili con il minimo dispendio di energia, vedi cap. 12. Ciò renderebbe la missione fattibile per un equipaggio umano. Si è suggerito anche di usare la propulsione nucleare per evitare di dover ricorrere al frenaggio atmosferico nelle atmosfere planetarie, che rappresenta un certo rischio a causa della limitata conoscenza delle loro caratteristiche.

La propulsione nucleare consentirebbe inoltre di accorciare notevolmente i tempi di trasferimento da orbita terrestre bassa ad orbita alta, rispetto ad un trasferimento mediante propulsori elettrici. Questi ultimi consentono un vantaggio, in termini di carico utile, dell'ordine di un fattore 3 rispetto ai

propulsori chimici, ma richiedono tempi molto lunghi (dell'ordine dei mesi) a causa delle basse spinte. La prolungata esposizione dei pannelli solari nelle fascie di van Allen causa un deterioramento delle loro capacità. L'uso invece di propulsori nucleari a nocciolo solido (quindi utilizzanti una tecnologia già pienamente disponibile) consentirebbe di effettuare il trasferimento in tempi brevi, anche se con un vantaggio minore in termini di carico utile (dell'ordine di un fattore 2 rispetto agli endoreattori chimici), limitando così i danni ai pannelli solari e rendendo il satellite operativo molto prima. Si è pensato di eliminare a fine vita i reattori, il cui nocciolo è divenuto altamente radiattivo, indirizzandoli verso il Sole.

Capitolo 11

Propulsione elettrica

11.1 Classificazione

I propulsori elettrici possono essere classificati in tre categorie:

1. elettrotermici, in cui una corrente elettrica è utilizzata per riscaldare, p. es. attraverso una resistenza, un gas che è fatto poi espandere attraverso un ugello, in modo analogo a quanto avviene per gli endoreattori chimici;

2. elettrostatici o a ioni , in cui la spinta è prodotta attraverso l'accelerazione di ioni in un campo elettrico;

3. elettromagnetici o MPD (magneto–plasma–dinamici), in cui un plasma è accelerato per azione di un campo magnetico su cariche in moto, quest'ultime dovute al passaggio di una corrente elettrica (motivo per cui si utilizza un plasma, cioè un gas portato a temperature tali da divenire elettricamente conduttivo).

I principali componenti di un sistema propulsivo elettrico sono un'unità di potenza (cioè una fonte di energia elettrica), un'unità di condizionamento della potenza (*Power Conditioning Unit* – PCU), che ha il compito di fornire l'energia elettrica nelle condizioni di tensione e frequenza opportune, un sistema di immagazzinamento ed alimentazione del propellente, un *thruster*, cioè l'organo che fornisce la spinta (e che differirà a seconda del tipo di propulsore), ed infine radiatori per disperdere l'energia non convertita ai fini propulsivi.

I propulsori elettrici sono caratterizzati da un rapporto spinta/peso estremamente basso, e da velocità efficaci di uscita alte. Non possono quindi assolutamente essere usati per gli stadi di lanciatori, ma possono invece essere usati su satelliti già in orbita per correggere le perturbazioni orbitali, vedi cap. 12, o per trasferimenti orbitali (tipicamente da orbita terrestre bassa a orbita geostazionaria equatoriale), oppure su sonde interplanetarie. A causa della bassa spinta si hanno però lunghi tempi di trasferimento orbitale con conseguenti penalità economiche (poiché il satellite resta indisponibile per tutto il tempo di trasferimento – molti mesi), e danni ai pannelli solari a causa della lunga permanenza nelle fasce di van Allen.

11.2 Ottimizzazione della velocità efficace di uscita

Nei propulsori chimici, il rapporto spinta/peso è molto alto, mentre la velocità efficace di uscita è relativamente bassa. Ne consegue che la massa del sistema propulsivo sarà in massima parte costituita

dalla massa del propellente, e solo in piccola parte dal motore e strutture relative (in particolare i serbatoi). Quindi non c'è dubbio che per migliorare il rapporto di massa (rapporto tra massa finale e massa iniziale) di un endoreattore chimico bisogna puntare ad alte velocità efficaci di uscita.

La situazione è invece differente per i propulsori elettrici. La spinta è data, se $\dot{m}$ è la portata in massa di propellente, dalla (2.6)

$$F = \dot{m}\, c \tag{11.1}$$

Il rendimento del propulsore, inteso come rapporto tra potenza del getto e potenza elettrica utilizzata, risulta perciò

$$\eta = \frac{P_{jet}}{P_e} = \frac{\frac{1}{2}\,\dot{m}\, c^2}{P_e} = \frac{F\, c}{2\, P_e} \tag{11.2}$$

La potenza elettrica richiesta per conseguire una data spinta ed una data velocità efficace di uscita può perciò essere espressa, una volta assegnato η, come

$$P_e = \frac{F\, c}{2\, \eta} \tag{11.3}$$

Come abbiamo detto, la massa del sistema propulsivo sarà costituita dalla massa di propellente m_p, dalla massa della sorgente di energia m_{ps}, dalla massa del motore, della PCU, e delle strutture relative. Nei propulsori elettrici, la componente preponderante della massa del motore è quella relativa alla fonte di energia, che indichiamo con il suffisso ps (per *power supply*); se introduciamo una sua potenza specifica α

$$\alpha = \frac{P_e}{m_{ps}} \tag{11.4}$$

cioè la potenza elettrica ottenibile per unità di massa della fonte di energia, possiamo allora determinare la massa della fonte di energia richiesta come

$$m_{ps} = \frac{F\, c}{2\, \alpha\, \eta} \tag{11.5}$$

In questa espressione α e η sono più o meno determinate dalla tecnologia disponibile, mentre F e c possono essere variate (entro certi limiti) a piacere; risulta perciò sostanzialmente

$$m_{ps} \propto F\, c \tag{11.6}$$

La spinta F può essere assunta bassa perché il sistema si trova già in orbita; però non si può scendere sotto certi limiti altrimenti i tempi di trasferimento diventano eccessivi. Ciò si traduce in un limite per F oppure, equivalentemente, per il rapporto F/m_0, che ha il significato di un'accelerazione iniziale (dove m_0 è la massa iniziale del sistema – anche se quest'ultima approssimazione è molto larga, in quanto m_0 dipende ovviamente a sua volta dalla massa del sistema propulsivo); quindi possiamo dire che F è assegnato in base a queste considerazioni.

Allora, per ridurre la massa di propellente m_p necessaria per sviluppare la spinta richiesta F per il tempo t_b, data ovviamente da

$$m_p = \dot{m}\, t_b \tag{11.7}$$

si può cercare di innalzare la velocità efficace di uscita c, infatti

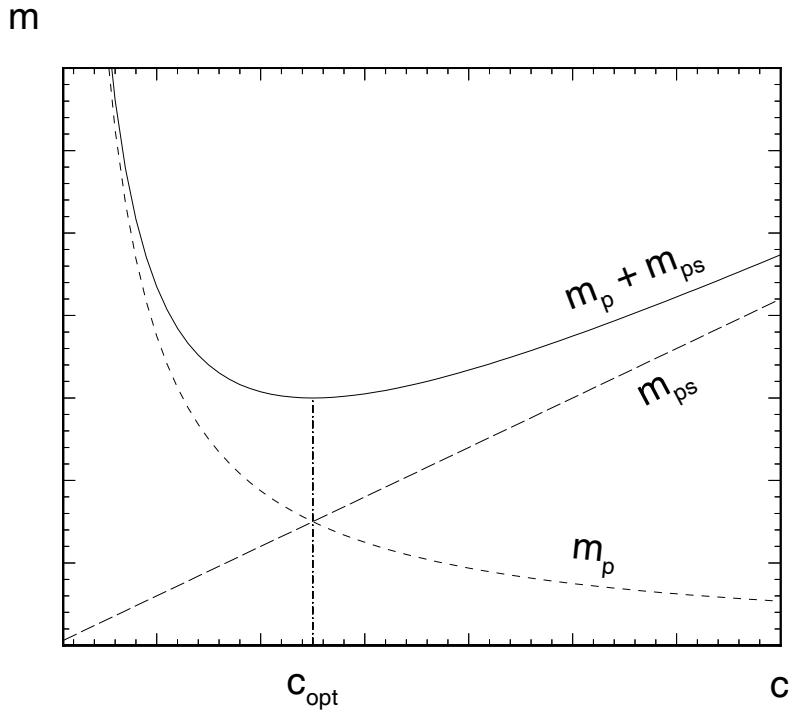

Figure 11.1: Ottimizzazione del valore della velocità efficace di uscita per ottenere la massa minima del sistema propulsivo.

$$\dot{m} = \frac{F}{c} \tag{11.8}$$

Dalla (11.6) tuttavia si vede che, assegnata F, la massa della fonte di energia m_{ps} risulta proporzionale a c; quindi aumentando c, si riduce la massa di propellente ma si aumenta la massa del motore. La situazione è esemplificata dalla fig. 11.1, dalla quale si può anche vedere la velocità efficace di uscita che minimizza la massa iniziale per la missione considerata.
Ovviamente, il valore di c che garantisce la minima massa complessiva del sistema propulsivo dipende dalla missione considerata, cioè dal Δv richiesto. Per missioni che richiedono un alto Δv, in cui quindi la massa del propellente ha un'importanza maggiore rispetto alla massa del motore, converrà cercare di contenere la prima adottando valori di c piuttosto alti; per missioni a basso Δv vale ovviamente l'opposto. Si vede quindi che per i propulsori elettrici l'obiettivo non è semplicemente quello di massimizzare la velocità efficace di uscita, ma di determinare il valore di c che ottimizza globalmente la missione.

I propulsori elettrici possono operare a spinta costante, oppure 'pulsati', cioè mediante brevi impulsi ripetuti nel tempo.

11.3 Propulsori elettrotermici

Si distinguono due tipi di propulsori elettrotermici:

1. Resistogetti, vedi fig. 11.2, in cui la corrente elettrica riscalda una resistenza che va quindi a scaldare il propellente. In questi propulsori la T_c raggiungibile è limitata dalla resistenza

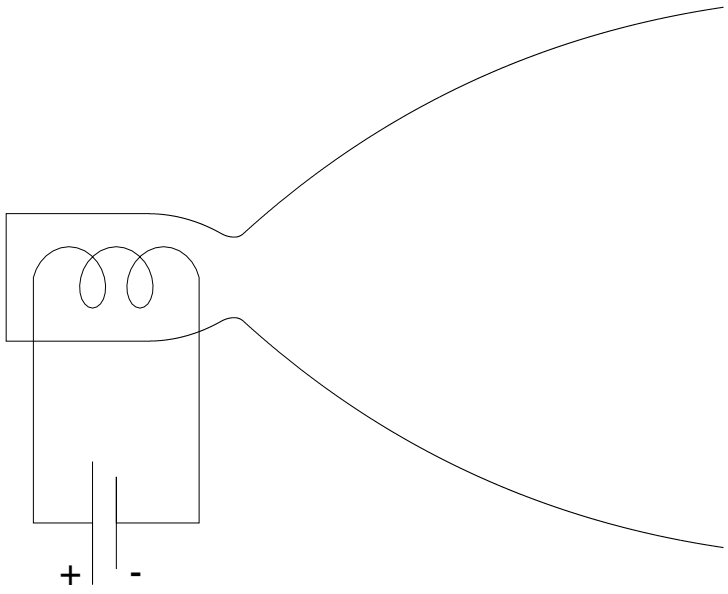

Figure 11.2: Resistogetto.

dei materiali (essa dovrà comunque essere minore della massima temperatura accettabile nella resistenza). La velocità efficace di uscita massima si avrebbe ovviamente, per la (3.44), utilizzando come propellente l'idrogeno (che ha il più basso peso molecolare); questa scelta comporta però anche serbatoi molto voluminosi (a causa della bassissima densità dell'idrogeno liquido, come abbiamo già visto) e quindi pesanti. Questo problema è più sentito che non negli endoreattori chimici a propellenti criogenico, in quanto in essi la massa del propellente è costituita solo in piccola parte da idrogeno liquido (abbiamo visto che in questi endoreattori il rapporto tipico tra portata di ossidante e portata di combustibile è dell'ordine di 6:1, per cui la massa dell'idrogeno liquido è soltanto un settimo della massa totale dei propellenti). Incidentalmente, tale inconveniente si presenta anche per i propulsori nucleari. Si può allora pensare di utilizzare, anziché l'idrogeno liquido, l'idrazina, pur con i problemi che comporta, vedi sez. 6.5.2, perché essendo anche monopropellente, contribuisce alla generazione della spinta; in presenza di un catalizzatore infatti essa si decompone con generazione di calore, preriscaldandosi a circa 1000 K. Inoltre, l'idrazina presenta il vantaggio di essere circa 15 volte più densa dell'idrogeno liquido, richiedendo quindi serbatoi molto più leggeri. Le velocità efficaci di uscita ottenibili arrivano fino a 2000 – 3000 m/s nel vuoto (l'ultimo valore fa riferimento all'idrazina come propellente). I rapporti spinta/peso, dove per peso qui si intende quello del solo *thruster*, senza considerare la fonte di energia e la PCU, sono tipicamente dell'ordine di 0.06, quindi molto più bassi di quelli dei propulsori chimici, ed anche nucleari, e tali da rendere ovviamente impossibile l'impiego nei lanciatori. Il rendimento di conversione dell'energia elettrica in potenza del getto è intorno al 65 – 85%.

2. Arcogetti, in cui il propellente si riscalda passando attraverso un arco elettrico generato tra due elettrodi; in questa maniera si possono raggiungere temperature fino a 20000 K, senza compro-

mettere i materiali. Problemi si pongono tuttavia per la stabilizzazione dell'arco elettrico, per la quale si può ricorrere p. es. ad un moto di *swirl* (rotazione) imposto al fluido propellente che lambisce gli elettrodi, o ad una strizione dell'arco. Si ha inoltre una forte erosione degli elettrodi (si pensi che l'area del catodo sulla quale si concentra la scarica è dell'ordine del millimetro quadrato). Incidentalmente, nel passaggio attraverso l'arco il propellente si ionizza, e la ionizzazione residua all'uscita dell'ugello si traduce in un'energia non recuperata, cioè una perdita. Le velocità efficaci di uscita sono comprese tra i 4000 – 5500 m/s utilizzando idrazina come propellente, e i 12000 – 15000 m/s utilizzando idrogeno liquido (in questi propulsori ovviamente il vantaggio derivante dal preriscaldamento ottenuto con l'idrazina passa in secondo piano, grazie alle temperature assai più elevate raggiungibili, rispetto all'effetto del peso molecolare). I rapporti spinta/peso, se consideriamo nei pesi solo quello del thruster, sono dell'ordine di 0.015; se invece includiamo anche la PCU, sono dell'ordine di 0.004.

11.4 Propulsori elettrostatici

Come abbiamo visto, la massima velocità efficace di uscita ottenibile con i propulsori elettrotermici è limitata da problemi di temperatura; questa limitazione è superata con i propulsori elettrostatici, detti anche a ioni, in cui le molecole del gas operativo (ionizzate) sono direttamente accelerate mediante un campo elettrico. Questi propulsori consentono di ottenere altissime velocità efficaci di uscita, per cui in realtà per essi si pone in generale più il problema di limitare c, per contenere il peso della fonte di energia per quanto detto nella sez. 11.2, che quello di elevarlo. Per questo motivo si cerca di utilizzare ioni pesanti, o addirittura colloidi (cioè aggregati di particelle del diametro di 1 – 5 nm [1], i quali possono essere ionizzati). Se indichiamo con μ la massa dello ione e con q la sua carica, l'eguaglianza tra l'energia potenziale elettrica e l'energia cinetica acquistata dallo ione in moto alla velocità v

$$q\,V \;=\; \frac{1}{2}\,\mu\,v^2 \tag{11.9}$$

dove V è la differenza di potenziale applicata, vedi fig. 11.3, permette di ricavare la velocità efficace di uscita (coincidente appunto con la velocità dello ione espulso dal motore, in quanto come vedremo il termine di spinta di pressione risulta trascurabile a causa della bassa pressione operativa)

$$c \;=\; v \;=\; \sqrt{\frac{2\,q\,V}{\mu}} \tag{11.10}$$

Da questa espressione si vede che per massimizzare la velocità efficace di uscita è opportuno adottare ioni a basso rapporto massa su carica μ/q; una simile scelta porta quindi a basse masse di propellente per una data missione. Abbiamo tuttavia visto nella sez. 11.2 che in realtà il problema è minimizzare la massa *totale* del sistema propulsivo, che include, oltre la massa del propellente, la massa della fonte di energia, del *thruster*, etc. Cerchiamo quindi di ricavare indicazioni sull'effetto del rapporto μ/q sulle altre masse del sistema propulsivo. La corrente elettrica sarà data dal prodotto della carica per il numero di ioni che fluiscono nell'unità di tempo:

$$I \;=\; \frac{\dot{m}}{\mu}\,q \tag{11.11}$$

La portata in massa di propellente può essere perciò espressa come

[1] 1 nm = 10^{-9} m.

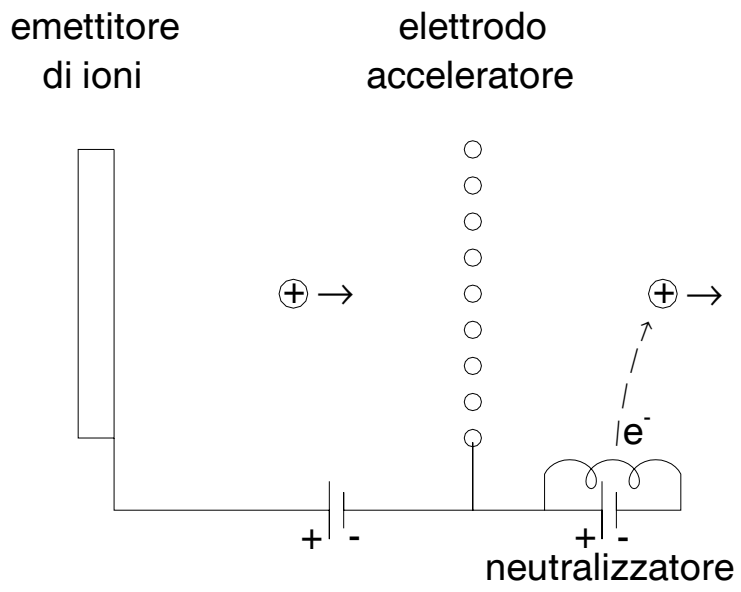

Figure 11.3: Schema di *thruster* elettrostatico.

$$\dot{m} = \frac{\mu I}{q} \tag{11.12}$$

ed infine la spinta risulta

$$F = \dot{m}\, c = I \sqrt{2\, V} \sqrt{\frac{\mu}{q}} \tag{11.13}$$

Da questa espressione risulta evidente che per ottenere alte spinte a parità di corrente elettrica e tensione utilizzate, conviene adottare ioni ad alto rapporto massa/carica. Altri motivi che indirizzano nella stessa direzione sono rappresentati dal fatto che con ioni di alto μ si hanno, a parità di spinta, *thrusters* più piccoli; inoltre, poiché per creare uno ione occorre spendere energia, conviene (a parità di energia utilizzata) spenderla per crearne uno con alto rapporto μ/q.

Deve essere considerato tuttavia che la presenza di ioni entro il *thruster* crea una carica spaziale la quale tende a limitare il valore della corrente I che compare nella (11.13) ad un valore di saturazione; si hanno allora basse spinte per unità di sezione del *thruster*, e quindi anche bassi rapporti spinta/peso. Per limitare la carica spaziale è necessario adottare pressioni di esercizio del it thruster estremamente basse. All'uscita del *thruster* gli ioni sono neutralizzati con un flusso di elettroni, vedi fig. 11.3, per impedire che lo *spacecraft* assuma una carica elettrica (attirando così gli ioni, non neutralizzati, espulsi).

Come propellente, essendo appunto conveniente uno ione pesante, si è pensato in passato al cesio (peso molecolare $W = 133$) perché esso richiede una bassa energia per la ionizzazione; tuttavia esso brucia in aria ed esplode in acqua, per cui i preparativi di lancio risultano più complessi e più costosi. Oggi si adotta invece lo xenon ($W = 131.3$), costoso (è presente nell'aria in proporzione di circa una parte su 11 000 000) ma inerte, per cui non dà problemi operativi.

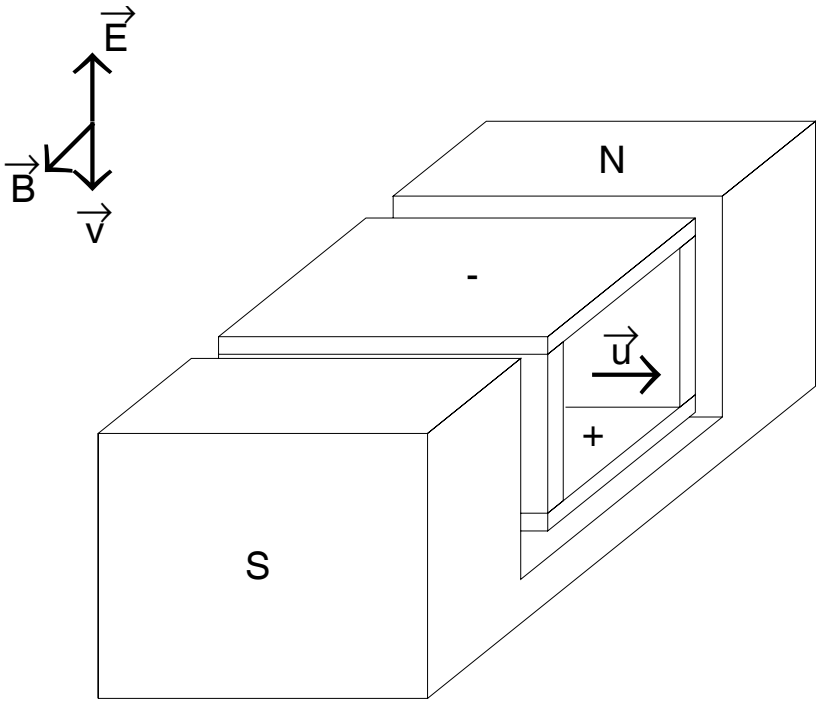

Figure 11.4: Schema di *thruster* elettromagnetico.

Con i propulsori elettrostatici si raggiungono velocità efficaci di uscita dell'ordine dei 25000 m/s, con rendimenti del 50 – 55%.

11.5 Propulsori elettromagnetici

Questi propulsori utilizzano un plasma, cioè un gas reso elettricamente conduttivo riscaldandolo a temperature oltre i 5000 K, come propellente. È quindi possibile far passare una corrente attraverso il plasma e, sotto l'azione di un campo magnetico, vedi fig. 11.4, generare una forza di Lorentz su una particella carica (la cui carica è indicata qui con q) in moto alla velocità $\vec{v}$, che si aggiunge all'azione del campo elettrico:

$$\vec{f} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{11.14}$$

dove $\vec{E}$ indica il campo elettrico e $\vec{B}$ il campo magnetico. Gli elettroni (di carica negativa) sono allora attratti dal campo elettrico verso il basso, ed in questo moto subiscono una forza di Lorentz equiversa alla velocità di massa $\vec{u}$ del gas (poiché la $\vec{v}$ indotta dal campo elettrico è diretta verso il basso, il prodotto $\vec{v} \times \vec{B}$ è diretto in senso contrario alla $\vec{u}$, ma la carica q dell'elettrone è negativa). Gli elettroni trasferiscono successivamente il moto alle molecole del gas attraverso urti.Si noti che l'analogo processo per gli ioni positivi, essendo uguale la carica in valore assoluto, porta ad una forza uguale in modulo a quella agente sugli elettroni, ed essendo la massa dello ione enormemente più grande di quella dell'elettrone, ad accelerazioni, e quindi velocità, piccolissime; l'energia cinetica acquisita dagli ioni sarà perciò trascurabile rispetto a quella degli elettroni.
Per applicazioni pulsate, si utilizza come propellente il teflon (solido), che è facile da maneggiare e non lascia residui, però può creare problemi di contaminazione dello *spacecraft*. Per applicazioni operanti

in regime stazionario si preferiscono invece propellenti allo stato gassoso (tenuti immagazzinati allo stato criogenico), in particolare idrogeno, argon o xenon.

Le velocità efficaci di uscita raggiungibili sono dell'ordine dei 20000 – 35000 m/s, mentre i rapporti spinta/peso (dove per peso intendiamo qui i pesi del *thruster*, della PCU, e dell'impianto di alimentazione) sono molto bassi, dell'ordine di 0.0001. I rendimenti sono intorno al 35 – 45%.

11.6 Sorgenti di energia

Tutti i tipi di propulsori elettrici necessitano di una fonte di energia elettrica; esaminiamo le principali, con l'avvertenza che solo i pannelli solari rappresentano a tutt'oggi una concreta possibilità.

- Pannelli solari. Essi presentano densità di potenza (11.4) dell'ordine $\alpha = 20 - 60$ W/kg, e necessitano di grandi superfici. Infatti, ad una distanza dal Sole pari a quella della Terra, la costante solare S (cioè il flusso di energia solare su una superficie orientata normale ad esso, ed al di fuori dell'atmosfera) è di circa 1350 W/m^2, e poiché i rendimenti dei pannelli sono intorno al 13 – 15 %, ne risulta che da un m^2 di superficie di pannello si ottengono non più di 200 W elettrici. Per esempio per alimentare un propulsore richiedente 10 kW di potenza elettrica, è necessaria una superfice di $10^4/200 = 50$ m^2. Se assumiamo, a titolo indicativo, $c = 20000$ m/s ed un rendimento $\eta = 0.4$, la spinta ottenibile risulta, per la (11.3)

$$F = 2\,\eta\,\frac{P_e}{c} = \frac{2 \cdot 0.4 \cdot 10^4}{20000} = 0.4 \text{ N} \tag{11.15}$$

  contro una massa dei pannelli, per la (11.4), assumendo $\alpha = 50$ W/kg

$$m_{ps} = \frac{P_e}{\alpha} = 200 \text{ kg} \tag{11.16}$$

  Le accelerazioni risultanti saranno allora estremamente basse (certamente inferiori a 0.002 m/s^2), e per un trasferimento, ad esempio, da un'orbita terrestre bassa ad un'orbita alta, lo *spacecraft* seguirà una lunga traiettoria spiraleggiante. Ulteriori inconvenienti dei pannelli solari sono legati al deterioramento che subiscono attraverso le fascie di van Allen (che in genere ne riduce di circa il 20% la potenza), e, per missioni verso pianeti esterni, il fatto che il flusso di energia solare, e quindi anche la potenza prodotta dai pannelli, si riducono in modo inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal Sole. I pannelli inoltre richiedono particolari accorgimenti per far sì che essi siano costantemente orientati verso il Sole. La frazione di energia solare non convertita in energia elettrica deve essere dispersa nello spazio attraverso radiatori, per evitare la crescita incontrollata della temperatura dello *spacecraft*.

- Radioisotopi. Tali generatori danno (almeno nelle unità finora realizzate) solo pochi watt, ed inoltre costituiscono un pericolo a causa della loro radioattività (qualora il satellite ricada nell'atmosfera, e comunque nel caso di uno *spacecraft* abitato).

- Pile a combustibile [23]. Questi generatori sono in linea di principio utilizzabili, ma non hanno finora trovato applicazione (anche perché, a differenza dei pannelli solari e dei generatori a radioisotopi, richiedono combustibile e ossidante immagazzinati a bordo, quindi un'ulteriore massa che deve essere conteggiata come propellente).

- Turbogas. Simili impianti richiedono combustibile ed ossidante immagazzinati a bordo, e sono di notevole complessità.

- Reattori nucleari. Pur richiedendo una massa insignificante di 'combustibile' nucleare, essi sono pesanti e complessi; inoltre, per un'ipotetica missione con equipaggio umano, comportano un'esposizione a radiazioni nucleari che può risultare consistente a causa dei lunghi tempi di spinta.

- Fascio di energia. Questa possibilità prevede che l'energia sia trasferita da Terra allo *spacecraft* mediante un fascio di radiazioni, captato da un'apposita antenna. Essa in teoria è molto attraente perché in questo caso l'energia non deve essere prodotta a bordo, incontra però difficoltà di realizzazione tecnica e comporta rischi (se p. es. un velivolo si trova ad attraversare accidentalmente il fascio di energia).

Capitolo 12

Analisi di missione

12.1 Legge di Tsiolkowsky

In questa sezione calcoliamo l'incremento di velocità conferito al carico utile da un sistema propulsivo (monostadio) caratterizzato da una velocità efficace c, nell'ipotesi che la spinta sia l'unica forza agente sul razzo (trascuriamo quindi forze gravitazionali, aerodinamiche, etc.). Sia m la massa del razzo all'istante generico, e v la sua velocità (in modulo). Consideriamo quanto avviene nel tempuscolo dt, supponendo che non vi siano altre forze agenti sul razzo oltre alla spinta del motore: la massa $-dm$ è espulsa dal razzo (poiché la massa del razzo diminuisce, dm è negativo) ad una velocità c rispetto ad esso, e la velocità del razzo cresce da v a $v + dv$. La quantità di moto del sistema costituito dal razzo e dalla massa di gas espulsi nel tempo dt non varia, poiché abbiamo supposto che le forze *esterne* siano nulle (la spinta è una forza interna al sistema). Possiamo allora esprimere la quantità di moto del sistema al tempo t come

$$-m\,v \tag{12.1}$$

(notare che assumiamo l'asse x orientato in verso opposto a quello del moto del razzo, vedi fig. 12.1), e quella al tempo $t + dt$ come

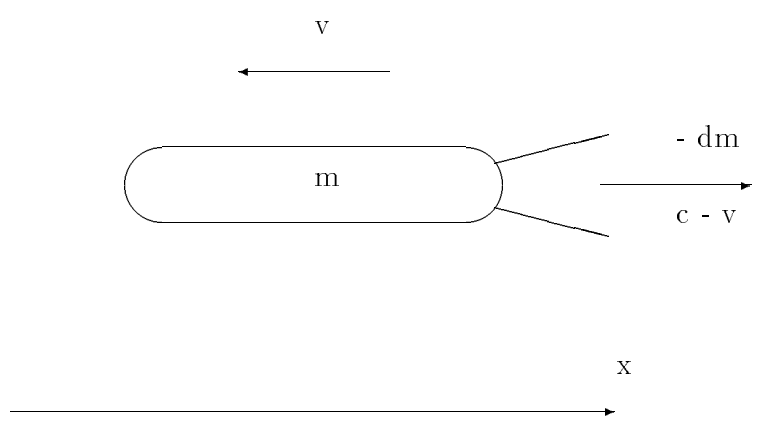

Figure 12.1. Derivazione della legge di Tsiolkowsky.

$$- (m + dm)(v + dv) + (-dm)(c - v) \tag{12.2}$$

dove il secondo termine rappresenta la quantità di moto della massa di gas espulsi. Eguagliando queste due espressioni e trascurando gli infinitesimi di ordine superiore si ha

$$dv = -c\frac{dm}{m} \tag{12.3}$$

ed integrando tra l'istante iniziale (massa iniziale del razzo uguale a M_0) e quello finale (massa finale M_f), si ottiene infine la relazione, ricavata da Tsiolkowsky:

$$\Delta v = c \log \frac{M_0}{M_f} \tag{12.4}$$

La legge di Tsiolkowsky fornisce l'incremento di velocità ideale (cioè in assenza di forze esterne, come il peso e la resistenza aerodinamica) di un razzo:

$$\Delta v = c \log \frac{M_0}{M_f} \tag{12.5}$$

In questa espressione c è la velocità efficace d'uscita espressa in m/s, M_0 è la massa iniziale del razzo, e M_f la sua massa finale (al termine della fase propulsa). Chiaramente la massa di propellenti consumata è data da

$$M_p = M_0 - M_f \tag{12.6}$$

dove M_f comprende la massa del carico utile M_u e la massa M_s delle strutture del razzo (principalmente serbatoi dei propellenti, poi camera di combustione, ugello, etc.):

$$M_f = M_u + M_s \tag{12.7}$$

La (12.5) può essere invertita per ottenere, assegnato Δv, il rapporto tra la massa finale ed iniziale del razzo:

$$\frac{M_f}{M_0} = \exp\left(-\frac{\Delta v}{c}\right) \tag{12.8}$$

Noti quindi il Δv richiesto e la velocità efficace d'uscita c fornita dal sistema propulsivo, la (12.8) permette di ricavare quale percentuale della massa iniziale del sistema deve essere costituita da propellente, ovvero quanta massa (percentualmente) rimane disponibile per il carico utile (una volta sottratta da M_f la massa delle strutture). A causa della dipendenza esponenziale del rapporto M_f/M_0 dall'incremento di velocità richiesto, il carico utile risulta *estremamente* sensibile al valore del Δv; occorre quindi valutare accuratamente l'incremento di velocità richiesto dalla missione assegnata e, ove possibile, minimizzarlo.

Poiché il Δv dipende dalla particolare missione considerata, nel seguito cercheremo di valutare il Δv richiesto da alcune missioni tipiche. A questo scopo è necessario premettere alcuni richiami sul moto di un corpo in un campo gravitazionale.

12.2 Moto di un corpo in un campo gravitazionale e parametri orbitali.

Nel descrivere il moto di un corpo in un campo gravitazionale, adotteremo le seguenti ipotesi semplificative:

1. il corpo è soggetto alla sola azione delle forze gravitazionali. Forze di altro tipo (per es. aerodinamiche) sono considerate di entità trascurabile rispetto a queste. Questa condizione richiede ovviamente che il moto considerato si svolga in regioni dello spazio ove l'atmosfera è estremamente rarefatta; per esempio nel caso della Terra dovremo trovarci ad almeno 180-200 km di altezza rispetto alla superficie.

2. si assume che il campo gravitazionale generato da un corpo celeste sia equivalente al campo di forze centrale generato da una massa, uguale a quella del corpo celeste, concentrata in un punto materiale posto al centro del corpo celeste stesso. Questa assunzione non comporta errore se il corpo celeste è perfettamente sferico e se ogni guscio sferico (cioè il volume compreso tra due sfere concentriche a distanza dr) ha densità uniforme. Se queste condizioni non sono soddisfatte, si introduce un certo errore che comunque sarà piccolo nel caso in cui si valuti l'effetto gravitazionale su un corpo posto a grande distanza (rispetto alle dimensioni del corpo celeste stesso) dalla supeficie del corpo celeste considerato.

3. si assume che il campo di forze sia dovuto alla presenza di due soli corpi, ed in più supponiamo che uno di essi abbia massa trascurabile rispetto all'altro. Chiaramente un satellite artificiale in orbita terrestre è soggetto all'azione gravitazionale della Terra, del Sole, della Luna e di tutti gli altri corpi celesti del sistema solare. Tuttavia, poiché l'attrazione gravitazionale di un corpo celeste decresce con il quadrato della distanza, esisterà un intorno della Terra in cui l'azione gravitazionale di questa è decisamente preponderante rispetta a quella di altri corpi, molto più lontani dal satellite. Esiste cioè per ogni corpo celeste una *sfera d'influenza* entro la quale il moto di un satellite artificiale può essere considerato in prima approssimazione come influenzato solo dal corpo celeste stesso, mentre l'effetto di altri corpi più lontani è sentito solo come una perturbazione. Per la Terra, il raggio di questa sfera di influenza è di poco inferiore ad un milione di chilometri.

   La seconda parte di questa ipotesi è evidentemente giustificata quando studiamo il moto di un satellite artificiale intorno ad un pianeta, o di una sonda in moto nel campo gravitazionale solare. Tuttavia essa è anche applicabile, per esempio, al moto della Terra rispetto al Sole (la massa della Terra è circa 1/332000 quella del Sole), o al moto della Luna rispetto alla Terra (la massa della Luna è circa 1/81 quella della Terra).

Sulla base di queste ipotesi, è possibile dimostrare che il moto del corpo di massa trascurabile (secondo l'accezione del punto 3) si svolge lungo una conica, quindi un'ellisse (con il cerchio come caso particolare), una parabola o un'iperbole. Le differenti orbite possono essere definite individuando sei parametri. Infatti il moto di un corpo in un campo gravitazionale è descritto dalla legge di Newton $\vec{F} = m\,\vec{a}$, che corrisponde a tre equazioni differenziali (ordinarie) di secondo grado, nelle quali compaiono perciò sei costanti d'integrazione, che definiscono la soluzione particolare e corrispondono ai parametri della conica. Definiremo esplicitamente solo quei parametri di diretto interesse per il calcolo del Δv, mentre accenneremo solamente a quei parametri che definiscono ad esempio l'orientamento dell'orbita nello spazio, o che individuano il tempo di passaggio in un punto notevole.

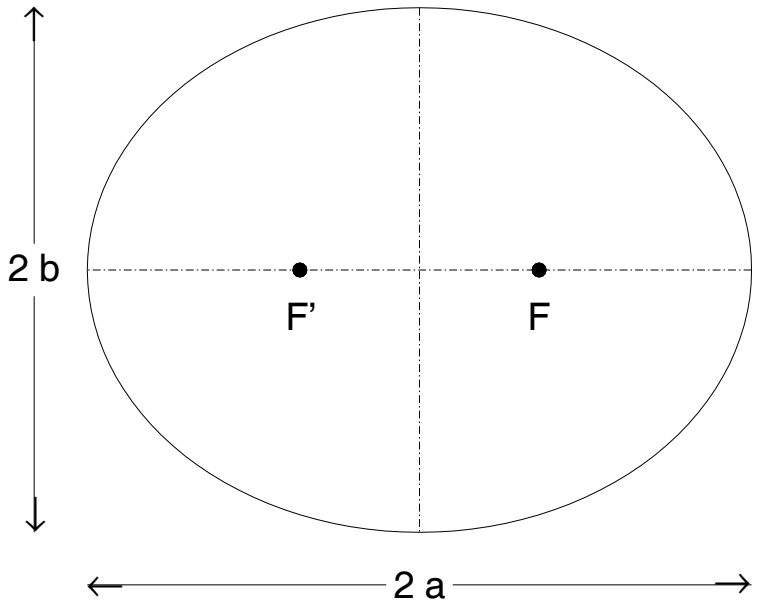

Figure 12.2: Parametri per orbita ellittica.

Definiamo innanzitutto i parametri che definiscono la geometria dell'orbita. Per un'ellisse, vedi fig. 12.2, è immediato individuare un semiasse maggiore a ed un semiasse minore b. Anziché assegnare la coppia (a, b), si preferisce generalmente assegnare la coppia di parametri (a, e), dove e è l'eccentricità. Essa è definita come rapporto r/d, dove r è la distanza di un punto generico della conica dal fuoco, e d è la distanza del punto dalla direttrice della conica stessa (tale rapporto è costante per una data conica).
Per un'ellisse risulta

$$b = a\sqrt{1 - e^2} \tag{12.9}$$

L'uso dell'eccentricità come parametro consente di descrivere, oltre alle ellissi (per le quali $e < 1$; caso particolare il cerchio con $e = 0$), anche le parabole ($e = 1$) e le iperboli ($e > 1$). Per le parabole e le iperboli si preferisce usare, anziché il parametro a (che in particolare diventa infinito per le parabole, e negativo per le iperboli), il semi–lato retto p, vedi figg. 12.3 e 12.4.
Il punto dell'orbita più vicino al centro d'attrazione si chiama *periabside* o *pericentro* (perigeo nel caso della Terra, perielio nel caso del Sole, etc.); quello più lontano *apoabside* o *apocentro* (apogeo, afelio, etc.). La linea che passa per gli absidi ed il centro di attrazione viene designata come *linea degli absidi*.
Un terzo parametro, molto importante per la determinazione del Δv, è l'inclinazione i del piano orbitale rispetto ad un piano di riferimento. Nel caso di orbite terrestri l'inclinazione è misurata rispetto al piano equatoriale. Per orbite equatoriali $i = 0°$, per orbite polari $i = 90°$. Per orbite di inclinazione diversa da queste due situazioni limite, distinguiamo il caso in cui la proiezione della componente della velocità del satellite sul piano equatoriale è concorde con il senso di rotazione della Terra (orbite *dirette*, per le quali si assume $0° < i < 90°$) da quello in cui tale la proiezione è discorde (orbite *retrograde*, $90° < i < 180°$). I punti in cui l'orbita interseca il piano di riferimento sono

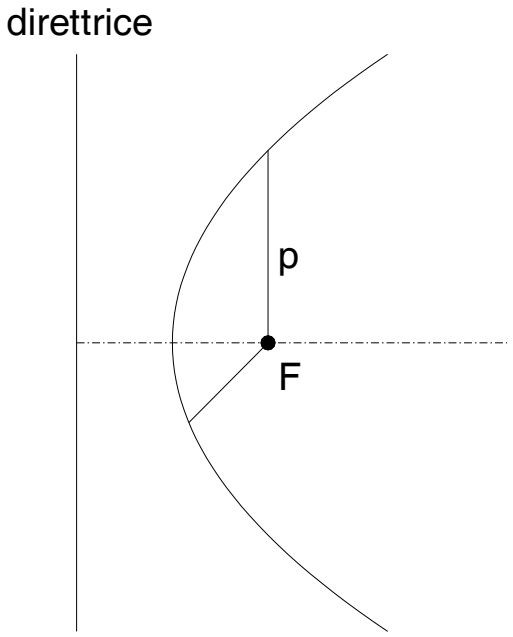

Figure 12.3: Parametri per orbita parabolica.

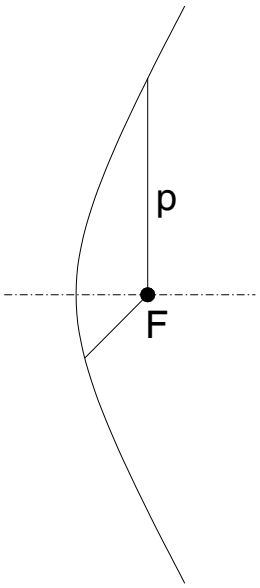

Figure 12.4: Parametri per orbita iperbolica.

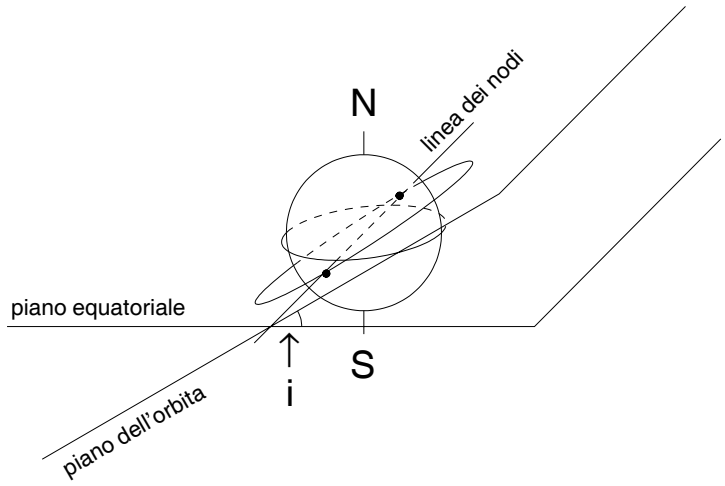

Figure 12.5: Definizione dell'inclinazione del piano orbitale.

detti *nodi*; in corrispondenza al nodo ascendente il satellite passa dall'emisfero sud a quello nord, e l'opposto si verifica al nodo discendente. La retta che congiunge questi due punti è la *linea dei nodi*. Per orbite solari, il piano di riferimento è il piano dell'orbita terrestre, l'*eclittica*.
Oltre a questi parametri a (o p), e, i, esistono altri tre parametri che definiscono l'orientazione della linea degli absidi, l'orientazione della linea dei nodi, ed il tempo di passaggio al periabside; essi rivestono (almeno nell'ambito di questa trattazione) una minore importanza nei riguardi della determinazione del Δv, per cui non saranno considerati in dettaglio.

12.3 Velocità di orbitazione circolare.

Calcoliamo innanzitutto la velocità di orbitazione della più semplice orbita terrestre: l'orbita circolare di raggio r, o equivalentemente di altezza h rispetto alla superficie terrestre. Se per semplicità supponiamo la Terra sferica, sarà evidentemente $r = h + R_T$, dove R_T è il raggio terrestre (possiamo per esempio considerare il raggio equatoriale $R_T = 6378$ km). Sul satellite di massa m agiranno la forza di attrazione gravitazionale (G è la costante di attrazione universale, $6.67 \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2})

$$G\,\frac{m\,M_T}{r^2} \tag{12.10}$$

e la forza centrifuga mv^2/r, entrambe dirette radialmente ma in verso opposto. Chiaramente esse devono uguagliarsi affinché il satellite possa orbitare su una traiettoria circolare (o, riferendosi ad un sistema con origine nel centro della Terra ed assi diretti secondo le stelle fisse, possiamo dire che la forza di attrazione della Terra deve fornire l'accelerazione centripeta necessaria a mantenere il satellite in moto circolare uniforme rispetto ad essa). Quindi la velocità di orbitazione sarà ricavabile dalla relazione

$$m\,\frac{v^2}{r} \;=\; G\,\frac{m\,M_T}{r^2} \tag{12.11}$$

Possiamo inoltre definire la costante (di *potenziale della sorgente*)

$$\mu_T \;=\; G\,M_T \;=\; 3.986\cdot 10^{14}\,\mathrm{m^3\,s^{-2}} \tag{12.12}$$

essendo la massa della Terra di poco inferiore ai $6\cdot 10^{24}$ kg. Allora la velocità di orbitazione circolare sarà

$$v_c \;=\; \sqrt{\frac{\mu_T}{r}} \tag{12.13}$$

Il valore minimo (anche se puramente ideale) che r può assumere è uguale ad R_T ($h = 0$). La corrispondente velocità di orbitazione circolare sarà

$$v_c \;=\; \sqrt{\frac{\mu_T}{R_T}} \;\simeq\; 7900\,\mathrm{m\,s^{-1}} \tag{12.14}$$

Chiaramente un'orbita di questo genere non può essere conseguita per l'effetto della resistenza atmosferica (e degli ostacoli al suolo!), tuttavia essa è utile come riferimento per quantificare la velocità in orbite terrestri basse. Se invece più realisticamente prendiamo $h = 200$ km ($r = 6578$ km) risulta

$$v_c \;\simeq\; 7800\,\mathrm{m\,s^{-1}} \tag{12.15}$$

12.4 Orbite ellittiche.

L'energia meccanica totale (per un unità di massa) di un corpo che si muove su un'orbita generica è la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale da esso possedute. Possiamo dedurre l'espressione dell'energia potenziale imponendo, secondo la sua definizione, che la sua derivata rispetto ad r fornisca la forza di attrazione gravitazionale (sempre per unità di massa) esercitata sul corpo; si ottiene quindi

$$U \;=\; -\frac{\mu_T}{r} \;+\; \mathrm{cost} \tag{12.16}$$

La costante di integrazione viene posta per convenzione uguale a zero; allora l'energia meccanica totale sarà in generale definita come

$$E \;=\; \frac{v^2}{2} \;-\; \frac{\mu_T}{r} \tag{12.17}$$

dove v è la velocità in un punto generico della traiettoria, sito ad una distanza r dal centro di attrazione.
In particolare, per le orbite circolari r è costante, come pure la velocità di orbitazione $\sqrt{\mu_T/r}$. Quindi per tali orbite E vale

$$E \;=\; \frac{\mu_T}{2\,r} \;-\; \frac{\mu_T}{r} \;=\; -\frac{\mu_T}{2\,r} \tag{12.18}$$

Chiaramente tale energia è costante lungo la traiettoria se non intervengono forze esterne ad alterarla. È possibile dimostrare che per orbite ellittiche di semiasse maggiore a si ha analogamente

$$E = -\frac{\mu_T}{2\,a} \tag{12.19}$$

Se indichiamo con r_p ed r_a i raggi di perigeo e di apogeo (cioè le distanze di questi punti dal centro di attrazione), questa relazione ci consente di determinare immediatamente le velocità al perigeo ed all'apogeo imponendo le eguaglianze

$$E = \frac{v_p^2}{2} - \frac{\mu_T}{r_p} = -\frac{\mu_T}{2\,a} \tag{12.20}$$

$$E = \frac{v_a^2}{2} - \frac{\mu_T}{r_a} = -\frac{\mu_T}{2\,a} \tag{12.21}$$

dove evidentemente il semiasse maggiore è legato ai raggi di perigeo e d'apogeo dalla relazione

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} \tag{12.22}$$

Un'analogia tra orbite circolari ed ellittiche esiste anche per il periodo orbitale T (tempo impiegato a descrivere l'orbita). Per le orbite circolari si ha

$$T = \frac{2\,\pi\,r}{v_c} = \frac{2\,\pi\,r^{3/2}}{\sqrt{\mu_T}} \tag{12.23}$$

e similmente per orbite ellittiche si ottiene

$$T = \frac{2\,\pi\,a^{3/2}}{\sqrt{\mu_T}} \tag{12.24}$$

Questi risultati, qui ottenuti con un poco di intuizione, sono riassunti nell'enunciato delle tre leggi di Keplero (formulate originariamente per il moto dei pianeti intorno al Sole, ma comunque valide per corpi che descrivono orbite ellittiche):

1. Le orbite dei pianeti sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei fuochi.

2. Il raggio vettore (cioè la congiungente il Sole con il pianeta) spazza aree uguali, vedi fig. 12.6, in tempi uguali, cioè la velocità areolare è costante. Questo risultato deriva dal fatto che in assenza di forze esterne il momento angolare $\vec{r} \times \vec{v}$ si conserva, ed è facile vedere che

$$|\,\vec{r} \times \vec{v}\,| = 2\,\frac{dA}{dt} \tag{12.25}$$

   dove dA/dt è appunto la velocità areolare.

3. I quadrati dei periodi di rivoluzione dei pianeti sono proporzionali al cubo dei semiassi maggiori. Questo risultato consegue immediatamente dalla (12.24).

Le (12.23,12.24) ci permettono di calcolare i valori del periodo orbitale per alcune orbite di interesse. Se consideriamo un'orbita circolare di altezza $h = 200$ km, quindi di raggio $r = R_T + h = 6578$ km, si trova che

$$T = 5310\ \mathrm{s} \tag{12.26}$$

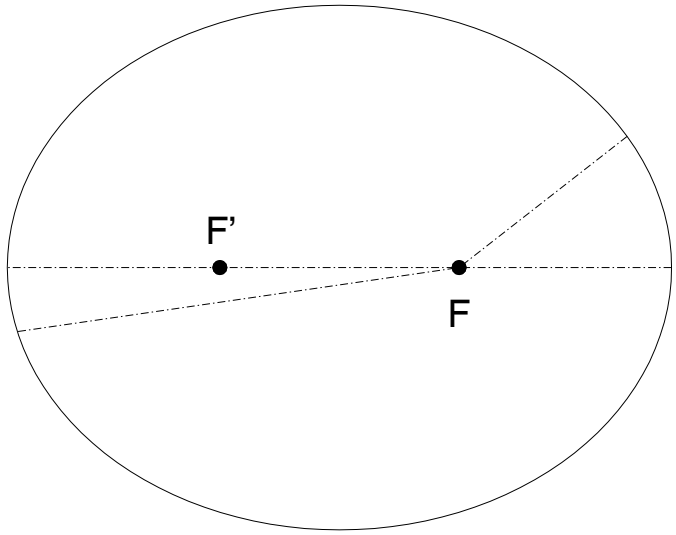

Figure 12.6: Seconda legge di Keplero.

quindi circa un'ora e mezza.
La (12.23) ci permette anche di determinare il raggio di un'orbita di periodo assegnato; consideriamo in particolare un'orbita di periodo uguale al periodo di rotazione della Terra, cioè un giorno *siderale*, la cui durata differisce lievemente da quella del giorno *solare*, vedi fig. 12.7. (Nota: l'arco percorso in un giorno non è in scala in figura).
Il giorno solare è l'intervallo di tempo tra due successive congiunzioni di un dato punto della superficie terreste rispetto al Sole; in questo intervallo la Terra compie un poco di più di una rotazione completa, e precisamente

$$1 + \frac{1}{365.25} \tag{12.27}$$

Infatti in un giorno solare la Terra ha percorso una frazione 1/365.25 della sua orbita attorno al Sole. Quindi la durata di un giorno *siderale*, cioè il periodo effettivo di rotazione della Terra, è

$$\frac{24\,\mathrm{h}}{1 + \frac{1}{365.25}} = 23\,\mathrm{h}\ 56\,\mathrm{m}\ 4\,\mathrm{s} = 86164\,\mathrm{s} \tag{12.28}$$

Per un'orbita di questo tipo risulta

$$r = 42164\,\mathrm{km} \qquad \text{ossia} \qquad h = 35786\,\mathrm{km} \tag{12.29}$$

Quindi per questa orbita il periodo orbitale è esattamente uguale al periodo di rotazione della Terra; se in particolare l'orbita è equatoriale ($i = 0^o$) il satellite risulterà fisso rispetto alla Terra, condizione questa particolarmente vantaggiosa per l'impiego del satellite come relais tra stazioni a terra. Un'orbita di questo tipo viene designata come GEO (Geostationary Equatorial Orbit, orbita equatoriale geostazionaria); se invece il periodo è uguale alla durata di un giorno siderale ma l'inclinazione

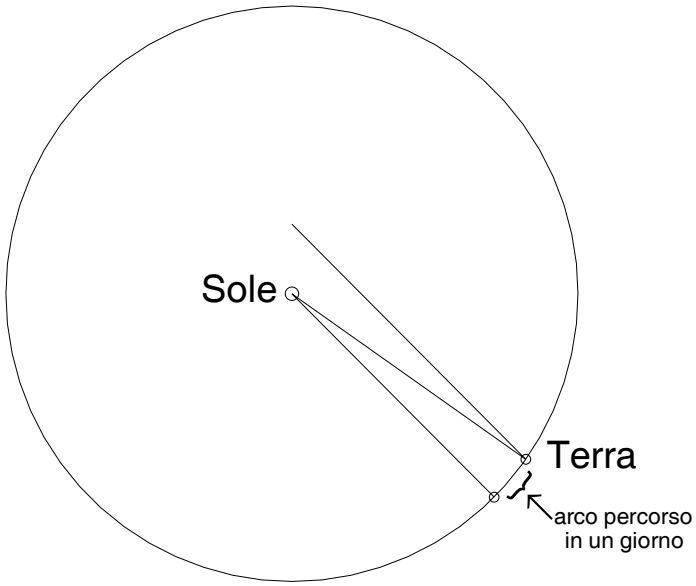

Figure 12.7: Identificazione del giorno siderale.

non è nulla e/o l'orbita non è circolare l'orbita viene designata come geosincrona (GSO, GeoSynchronous Orbit).
Per l'orbita della Luna intorno alla Terra (supponendo di poter assimilare quest'orbita, debolmente ellittica, ad una circonferenza di raggio pari alla distanza media Terra-Luna, $r = 384000$ km) si ha

$$T = 27.4 \text{ d} \tag{12.30}$$

Si noti che questo valore si riferisce al mese *siderale*; la durata del mese *sinodico* è di circa 1/12 più lunga poiché la Terra, e la Luna con essa, avanza sulla sua orbita intorno al Sole di circa 1/12 di circonferenza in un mese lunare.

12.5 Perdite propulsive.

Torniamo ora al problema della quantificazione del Δv da inserire nella (12.8) per calcolare il rapporto tra massa finale ed iniziale del razzo. L'equazione di Tsiolkowsky è ricavata assumendo che l'unica forza agente sul razzo sia la spinta del motore stesso. Sono quindi trascurate le forze di gravità e la resistenza aerodinamica; inoltre si assume implicitamente che la direzione della spinta sia sempre allineata con la direzione della velocità del razzo. Poiché queste ipotesi sono in genere solo parzialmente verificate, l'incremento di velocità ottenibile da un dato rapporto M_0/M_f è in realtà inferiore a quello dato dalla (12.8). Alternativamente, si può continuare ad usare la (12.8) introducendo però una maggiorazione all'incremento di velocità teorico (determinato come differenza tra la velocità finale desiderata v_f e la velocità iniziale v_0):

$$\Delta v = v_f - v_0 + \Delta v_{perdite} \tag{12.31}$$

Le principali perdite sono classificabili nelle seguenti tre categorie:

1. Perdite aerodinamiche. Esse sono dovute alla resistenza aerodinamica del razzo. Per contenerle è opportuno limitare la lunghezza dell'arco di traiettoria del razzo attraversante gli strati più densi dell'atmosfera, ed adottare una traiettoria ad incidenza aerodinamica nulla. Si ricorre quindi ad un lancio verticale, in modo da attraversare per il cammino più breve gli strati più densi dell'atmosfera; all'aumentare della quota, la traiettoria viene progressivamente modificata per raggiungere la direzione desiderata della velocità al momento dell'iniezione in orbita. Per un'orbita circolare, tale direzione è evidentemente circonferenziale. Per quanto riguarda l'incidenza aerodinamica, una traiettoria ad incidenza nulla è anche opportuna per contenere i carichi sulla struttura del razzo; infatti una traiettoria ad incidenza non nulla comporterebbe, oltre ad una maggiore resistenza aerodinamica, anche notevolissimi carici laterali che la struttura allungata del razzo avrebbe difficoltà a sopportare (a meno ovviamente di non irrigidire e quindi appesantire notevolmente la struttura stessa). Per il vettore Ariane, le perdite aerodinamiche per l'acquisizione di un'orbita terrestre bassa sono dell'ordine dei 120 m/s [24].

2. Perdite gravitazionali. Tali perdite traggono origine dal fatto che durante la fase di ascesa del razzo una parte della spinta viene utilizzata, anziché per accrescere la sua velocità, per controbilanciare l'attrazione gravitazionale terrestre. Come caso limite consideriamo un razzo al momento del decollo (verticale). Se la spinta del motore fosse esattamente uguale al peso del razzo, questo non riuscirebbe a staccarsi dal suolo; avremmo quindi un incremento di velocità nullo pur a prezzo di un consumo di propellenti. Questa constatazione indica innanzitutto che la spinta F deve essere maggiore del peso al decollo $M_0\, g$ del razzo; in pratica si utilizzano valori della spinta pari ad *almeno* 1.2 volte il peso al decollo. Ciò consente di utilizzare una parte della spinta per impartire un'accelerazione al razzo; la frazione della spinta utilizzata efficacemente va crescendo con lo svuotarsi dei serbatoi (la spinta resta generalmente costante, mentre il peso del razzo diminuisce, per cui il rapporto spinta/peso aumenta). Come è immediato constatare, le perdite gravitazionali crescono con la quota dell'orbita da raggiungere. Per un'orbita circolare di 200 km di altezza, le perdite gravitazionali dell'Ariane sono di circa 830 m/s.

3. Perdite per disallineamento [1]. Queste perdite sono strettamente legate al fatto che la Terra ruota (cioè non è un sistema di riferimento assoluto). Ciò implica che la velocità *assoluta* del razzo è data da

$$\vec{v} \;=\; \vec{v}_r \;+\; \vec{v}_t \tag{12.32}$$

dove $\vec{v}_r$ è la velocità relativa del razzo rispetto ad un sistema di riferimento solidale con la Terra, e $\vec{v}_t = \vec{\omega}_T \times \vec{r}$ è la velocità di trascinamento (essendo $\vec{\omega}_T$ la velocità angolare di rotazione della Terra, ed $\vec{r}$ il raggio vettore con origine nel centro della Terra). Consideriamo allora la traiettoria del razzo nella sua fase di salita, in un riferimento con origine nel centro della Terra ed assi diretti secondo le stelle fisse (che possiamo considerare assoluto se trascuriamo, in questo contesto, l'effetto del moto di rivoluzione della Terra attorno al Sole).

Si noti che al momento del decollo la velocità *assoluta* del razzo risulta tangente alla superficie della Terra, anche se nel moto relativo alla Terra (intesa come sistema rotante) il lancio è verticale; infatti in questo istante la $\vec{v}_r$ è ancora nulla. In un istante generico le velocità assoluta $\vec{v}$ e relativa $\vec{v}_r$ formano un angolo ϵ. Il requisito di una traiettoria ad incidenza nulla (per limitare

[1] Utilizziamo qui questa dizione (non standard) per evitare confusione con altre fonti di perdite.

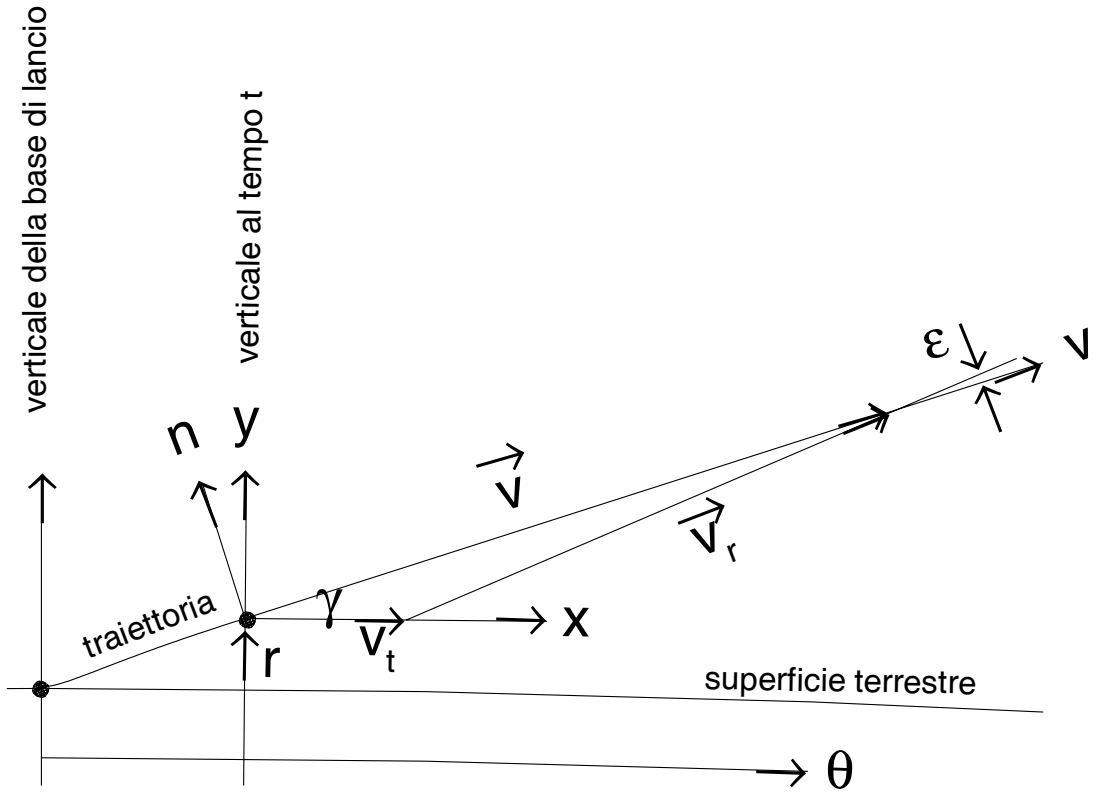

Figure 12.8: Disallineamento della spinta rispetto alla velocità assoluta.

le perdite aerodinamiche ed i carichi strutturali) implica che l'asse del razzo sia diretto secondo la direzione della velocità *relativa all'atmosfera*. Poiché possiamo assumere, almeno in prima approssimazione, che l'atmosfera ruoti solidalmente con la Terra, ciò equivale ad orientare l'asse del razzo secondo la direzione della velocità relativa $\vec{v}_r$. Se inoltre consideriamo che la spinta viene esercitata in una direzione sostanzialmente coincidente con l'asse del razzo, vediamo che tra la direzione della spinta e quella della velocità *assoluta* del razzo sussiste un angolo ϵ. Questo implica che solo la componente $F \cos\epsilon$ va ad incrementare la velocità assoluta del razzo. Poiché l'angolo ϵ è prossimo a 90° nella fase iniziale di ascesa (essendo la velocità del razzo relativa alla Terra verticale, e la sua velocità assoluta sostanzialmente circonferenziale, come osservato all'inizio di questo capoverso) questo disallineamento implica perdite piuttosto rilevanti in tale fase; all'aumentare della velocità del razzo, e all'orientarsi della sua velocità secondo la direzione circonferenziale, tale angolo andrà chiudendosi e le perdite corrispondenti diminuiranno. Per il vettore Ariane le perdite per disallineamento ammontano a circa 800 m/s.

Una dimostrazione più rigorosa può essere condotta considerando le equazioni del moto del razzo in un sistema di riferimento assoluto (v, n) con asse v diretto secondo la direzione istantanea della velocità assoluta nell'istante in cui il razzo occupa il punto P, vedi fig. 12.8; l'asse n è ortogonale a questa direzione, con origine in P. Per ricavare le equazioni del moto del razzo in questo sistema effettuiamo alcuni passaggi intermedi, scrivendole dapprima in un riferimento assoluto (x, y) con origine nel punto P ed assi diretti secondo la direzione dell'orizzontale e della verticale locali; esprimeremo poi le componenti della accelerazione in quest'ultimo sistema per il tramite di un sistema di riferimento con coordinate polari (r, θ), con origine nel centro della Terra. Chiamiamo inoltre γ (angolo di volo) l'angolo formato tra la l'orizzontale locale e la velocità assoluta. Per poter scrivere la relazione $\vec{F} = M\,\vec{a}$ dobbiamo innanzitutto legare le componenti dell'accelerazione sugli assi v ed n a quelle su x ed y, attraverso l'angolo di volo:

$$a_v = a_x \cos\gamma + a_y \sin\gamma \qquad\qquad a_n = -a_x \sin\gamma + a_y \cos\gamma \tag{12.33}$$

Per ricavare le componenti dell'accelerazione assoluta $\vec{a}$, osserviamo che

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t + \vec{a}_c \tag{12.34}$$

dove $\vec{a}_r$ è l'accelerazione relativa, $\vec{a}_t$ è l'accelerazione di trascinamento, e $\vec{a}_c = 2\,\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ è l'accelerazione complementare o di Coriolis [2]. L'accelerazione relativa nel sistema (r, θ) dà luogo a componenti $r\,\ddot{\theta}$ e $\ddot{r}$ sugli assi x ed y, rispettivamente. L'accelerazione di trascinamento non è altro che l'accelerazione centripeta $-r\,\dot{\theta}^2$, diretta secondo l'asse y. L'accelerazione di Coriolis risulta essere $2\dot{\theta}\dot{r}$, diretta secondo l'asse x. Quindi

$$a_x = r\,\ddot{\theta} + 2\,\dot{\theta}\,\dot{r} \qquad\qquad a_y = \ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2 \tag{12.35}$$

Possiamo legare $\dot{r}$, $\dot{\theta}$, $\ddot{r}$, $\ddot{\theta}$ a v e γ ed alle loro derivate:

$$\dot{r} = v \sin\gamma \qquad\qquad \ddot{r} = \dot{v} \sin\gamma + v\,\dot{\gamma} \cos\gamma \tag{12.36}$$

$$r\,\dot{\theta} = v \cos\gamma \qquad\qquad \dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta} = \dot{v} \cos\gamma - v\,\dot{\gamma} \sin\gamma \tag{12.37}$$

[2] Attenzione a non confondere ω, velocità angolare del razzo nel suo moto riferito ad un sistema polare $(= \dot{\theta})$, con ω_T, velocità angolare di rotazione della Terra.

Possiamo quindi esprimere a_x ed a_y come

$$a_x = \frac{\dot{r}}{r} r \dot{\theta} + \dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta} = \frac{v^2}{r} \sin\gamma \cos\gamma + \dot{v} \cos\gamma - v \dot{\gamma} \sin\gamma \tag{12.38}$$

$$a_y = \ddot{r} - \frac{1}{r} (r \dot{\theta})^2 = \dot{v} \sin\gamma + v \dot{\gamma} \cos\gamma - \frac{v^2}{r} \cos^2\gamma \tag{12.39}$$

Sostituendo quindi nelle espressioni per a_v e a_n

$$a_v = \frac{v^2}{r} \sin\gamma \cos^2\gamma + \dot{v} \cos^2\gamma - v \dot{\gamma} \sin\gamma \cos\gamma + \dot{v} \sin^2\gamma + v \dot{\gamma} \sin\gamma \cos\gamma - \frac{v^2}{r} \sin\gamma \cos^2\gamma = \\ = \dot{v} \tag{12.40}$$

$$a_n = -\frac{v^2}{r} \sin^2\gamma \cos\gamma - \dot{v} \sin\gamma \cos\gamma + v \dot{\gamma} \sin^2\gamma + \dot{v} \sin\gamma \cos\gamma + v \dot{\gamma} \cos^2\gamma - \frac{v^2}{r} \cos^3\gamma = \\ = v \dot{\gamma} - \frac{v^2}{r} \cos\gamma \tag{12.41}$$

Quindi, eguagliando le forze agenti sul razzo (spinta F, resistenza aerodinamica D e forza peso $M\,g$) al prodotto massa per accelerazione, nelle due componenti v ed n, le equazioni del moto possono essere scritte come

$$M \dot{v} = (F - D) \cos\epsilon - M g \sin\gamma \tag{12.42}$$

$$M v \dot{\gamma} = (F - D) \sin\epsilon - M g \cos\gamma + M \frac{v^2}{r} \cos\gamma \tag{12.43}$$

Risulta evidente quindi che solo la componente $F \cos\epsilon$ della spinta va ad aumentare la velocità assoluta del razzo, mentre la componente $F \sin\epsilon$ ha come effetto di far deviare la traiettoria del razzo (cambia cioè l'angolo di volo γ).

Si noti che il sistema di equazioni del moto scritto come sopra presenta una singolarità nell'istante del decollo (infatti ϵ è indefinito in questo istante, essendo la velocità relativa nulla).

Possiamo quindi complessivamente valutare le perdite propulsive, per il caso di un vettore Ariane che debba raggiungere un'orbita circolare di 200 km di altezza, in circa 1750 m/s. Chiaramente le perdite aumentano con l'altezza dell'orbita da raggiungere, principalmente per effetto dell'incremento delle perdite gravitazionali; riportiamo nella tabella seguente alcuni dati indicativi per orbite circolari di altezza h.

Tabella I

h (km)	$\Delta v_{perdite}$ (m/s)
200	1750
400	2250
600	2900
800	3800

È importante osservare che, nonostante la velocità di orbitazione circolare (12.13) diminuisca con il raggio r dell'orbita (o equivalentemente con la sua quota h), il Δv complessivo necessario per conseguire un'orbita circolare (tenendo appunto conto delle perdite propulsive), dato dalla (12.31), cresce con r (o con h).

Occorre comunque anche considerare la velocità iniziale v_0 del razzo al momento del lancio. Se per esempio partiamo da una base equatoriale per conseguire un'orbita giacente nello stesso piano equatoriale, ed effettuiamo il lancio verso est (cioè nel senso di rotazione della Terra), la velocità iniziale (assoluta) del razzo sarà appunto pari alla velocità di trascinamento, cioè alla velocità di rotazione

$$v_{rot,eq} \;=\; \omega_T \, R_T \tag{12.44}$$

che possiamo anche scrivere come

$$v_{rot,eq} \;=\; \frac{\text{circonferenza terrestre equatoriale}}{\text{giorno siderale}} \tag{12.45}$$

Considerando quindi la circonferenza della Terra all'equatore, risulta

$$v_{rot,eq} \;=\; \frac{40077 \text{ km}}{86164 \text{ s}} \;\simeq\; 460 \text{ m/s} \tag{12.46}$$

Quindi per un lancio nelle condizioni indicate il Δv propulsivo richiesto sarà dato da

$$\Delta v \;=\; v_c \;-\; v_{rot,eq} \;+\; \Delta v_{perdite} \;\cong\; 7800 \;-\; 460 \;+\; 1750 \;\simeq\; 9100 \text{ m/s} \tag{12.47}$$

Possiamo quindi assumere circa 9000 m/s come un valore di riferimento per il conseguimento di orbite terrestri basse.

Se la base di lancio non è equatoriale, sorgono 2 problemi:

1. Poiché il piano orbitale deve appartenere al fascio di piani che passa per il punto di lancio ed il centro della Terra, sussiste una limitazione sui valori dell'inclinazione delle orbite che si possono conseguire da una base di lancio posta ad una latitudine ϕ (indifferentemente Nord o Sud):

$$\phi \;\leq\; i \;\leq\; 180^{\circ} \;-\; \phi \tag{12.48}$$

   Come situazione limite possiamo considerare il caso di una base di lancio posta ai poli; è evidente che da essa potranno essere ottenute solo orbite con inclinazione $i = 90^{\circ}$ (orbita polare).

   Quindi la latitudine della base di lancio vincola l'inclinazione delle orbite raggiungibili; è chiaro che conviene scegliere il sito di lancio quanto più possibile vicino all'equatore. Riportiamo di seguito la latitudine di alcune delle principali basi di lancio:

Tabella II

base	latitudine ϕ
Cape Canaveral	28°.5
Vandenberg	34°.6
Kourou	5°.2
San Marco	2°.2

La limitazione (12.48) non è il solo vincolo posto dalla base di lancio sull'inclinazione dell'orbita; un altro vincolo è costituito dall'azimuth di lancio, che può essere limitato per motivi di sicurezza. Per esempio nel caso della base di Vandenberg, sita in California, un lancio verso est non può essere effettuato perché in questo caso il razzo si troverebbe a sorvolare regioni abitate, con conseguenti rischi in caso di incidente. Tale base viene quindi utilizzata solo per lanci in orbite ad alta inclinazione. Notiamo a questo riguardo che le basi di Cape Canaveral, Kourou e San Marco (Malindi) sono invece situate in modo tale da poter effettuare lanci verso est senza rischi (ad est di queste basi c'è l'oceano). La limitazione (12.48) è comunque rigorosamente valida solo se la durata della fase di ascesa del razzo è trascurabile in confronto al periodo orbitale, condizione peraltro ben verificata (la durata della fase di ascesa è di 5 - 15 minuti, mentre i periodi orbitali vanno da circa un'ora e mezza in su).

2. Non è possibile sfruttare tutta la $v_{rot,eq}$ ($\simeq$ 460 m/s), ma solo una parte. Infatti se la base di lancio è posta alla latitudine ϕ, la sua distanza dall'asse della Terra sarà $R_T \cos\phi$, quindi la massima velocità iniziale (per lanci verso est) sarà $v_{rot} = \omega_T R_T \cos\phi = v_{rot,eq} \cos\phi$. La componente che si riesce effettivamente a sfruttare dipende comunque dall'azimuth di lancio δ; è chiaro per esempio che per lanci verso nord ($\delta = 0°$) non c'è alcun recupero.

   L'inclinazione dell'orbita è legata alla latitudine ed all'azimuth di lancio dalla relazione (derivata da formule di trigonometria sferica)

$$\cos i \;=\; \sin\delta \, \cos\phi \tag{12.49}$$

   Ne consegue che, qualunque sia la latitudine della base di lancio, la componente della velocità di rotazione della terra che può essere recuperata ai fini del lancio è

$$v_{rot,eq} \, \cos\phi \, \sin\delta \;=\; v_{rot,eq} \, \cos i \tag{12.50}$$

   Si può in particolare notare che per orbite retrograde ($i > 90°$) la velocità iniziale è negativa, occorre cioè fornire un Δv addizionale per annullare la componente della velocità di rotazione della Terra sul piano dell'orbita. Si può quindi dire che le orbite a bassa inclinazione richiedono un minore Δv (sono cioè più economiche), quelle polari sono più costose, mentre quelle retrograde sono le più costose.

12.6 Ascesa diretta e trasferimento alla Hohmann.

Per inserire un satellite in un'orbita terrestre è necessaria la seguente sequenza di operazioni:

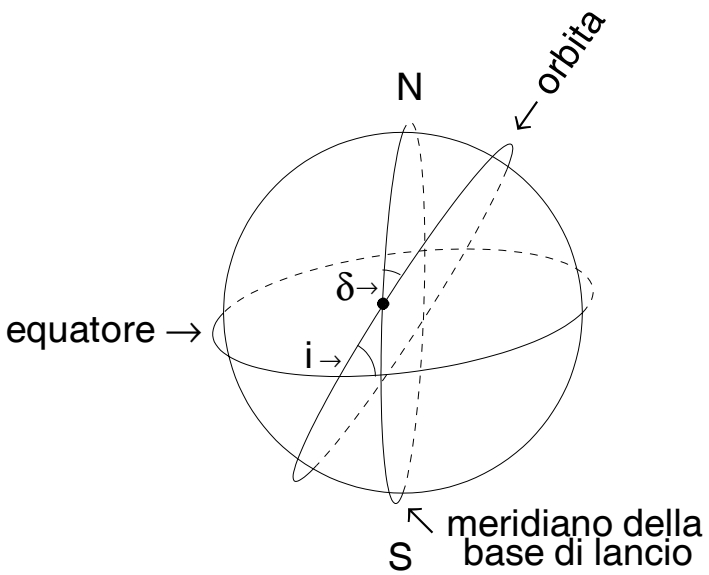

Figure 12.9: Orbita raggiungibile da una base di lancio non equatoriale.

1. una fase di lancio verticale;
2. una o più fasi propulse successive, intervallate da
3. una o più fasi di *coast*, cioè di volo a motore spento;
4. iniezione in orbita.

Le fasi di coast si rendono necessarie a causa della brevità delle fasi propulse; per esempio per un lanciatore a propellenti solidi la durata complessiva delle fasi propulse è tipicamente dell'ordine di 3 minuti circa. Quindi senza fasi di coast si possono solo raggiungere orbite estremamente basse, perché il satellite non ha tempo di salire in quota. Durante le fasi di coast invece l'energia cinetica accumulata durante le fasi propulse viene trasformata in energia potenziale, cioè utilizzata per salire in quota.
Una manovra condotta secondo questa sequenza viene detta di *ascesa diretta*. Si può constatare che essa è conveniente solo per orbite basse, fino a poche centinaia di chilometri di altezza; basta per esempio verificare con quale rapidità crescono le perdite gravitazionali all'aumentare dell'altezza dell'orbita (vedi tabella I). Per orbite a quote superiori si ricorre ad una differente manovra, detta di *trasferimento alla Hohmann*. Essa consiste dapprima nell'acquisizione, tramite ascesa diretta, di un'orbita circolare di parcheggio bassa, di raggio r_1 e velocità di orbitazione v_1. Applicando poi un ulteriore impulso propulsivo si acquisisce un'orbita di trasferimento ellittica, con raggio di perigeo $r_p = r_1$ e raggio di apogeo $r_a = r_2$, dove r_2 è il raggio dell'orbita alta di destinazione. Una volta giunti in prossimità dell'apogeo di questa orbita ellittica, l'orbita viene circolarizzata applicando un altro impulso propulsivo fino a raggiungere la corrispondente velocità di orbitazione circolare v_2.
Calcoliamo i due Δv da applicare per effettuare la manovra di trasferimento alla Hohmann tra due orbite circolari di raggio r_1 e r_2; il primo viene indicato come Δv di perigeo (Δv_p) ed il secondo come

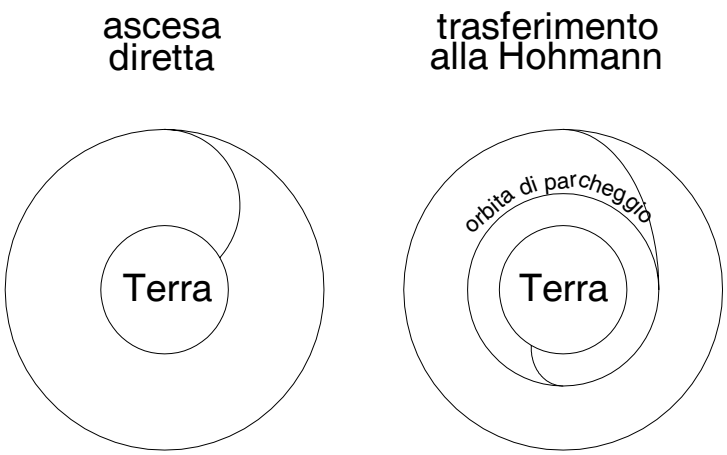

Figure 12.10: Manovre di ascesa diretta e di trasferimento alla Hohmann, per conseguire un'orbita alta.

Δv di apogeo (Δv_a). Chiaramente la designazione di perigeo ed apogeo fa riferimento all'orbita ellittica di trasferimento. Ricaviamo innanzitutto le velocità di perigeo ed apogeo dell'orbita ellittica di trasferimento, imponendo la costanza dell'energia meccanica totale dell'orbita:

$$v_p = \sqrt{\frac{2\,\mu_T}{r_p} - \frac{\mu_T}{a}} \tag{12.51}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{2\,\mu_T}{r_a} - \frac{\mu_T}{a}} \tag{12.52}$$

dove il semiasse a dell'orbita di trasferimento è chiaramente uguale a $(r_1 + r_2)/2$. Allora il Δv di perigeo sarà l'impulso di velocità necessario ad incrementare la velocità dal valore di orbitazione circolare sull'orbita bassa v_1 fino al valore v_p:

$$\Delta v_p = v_p - v_1 \tag{12.53}$$

A questo punto il carico utile è inserito sulla traiettoria ellittica di trasferimento. Giunto all'apogeo della stessa, la sua velocità sarà v_a, ed occorrerà fornire un secondo impulso per elevare la velocità fino al valore v_2 di orbitazione circolare nell'orbita alta:

$$\Delta v_a = v_2 - v_a \tag{12.54}$$

Consideriamo come esempio il lancio di un satellite in orbita geostazionaria, mediante una manovra alla Hohmann con orbita di parcheggio di altezza $h = 200$ km. Abbiamo

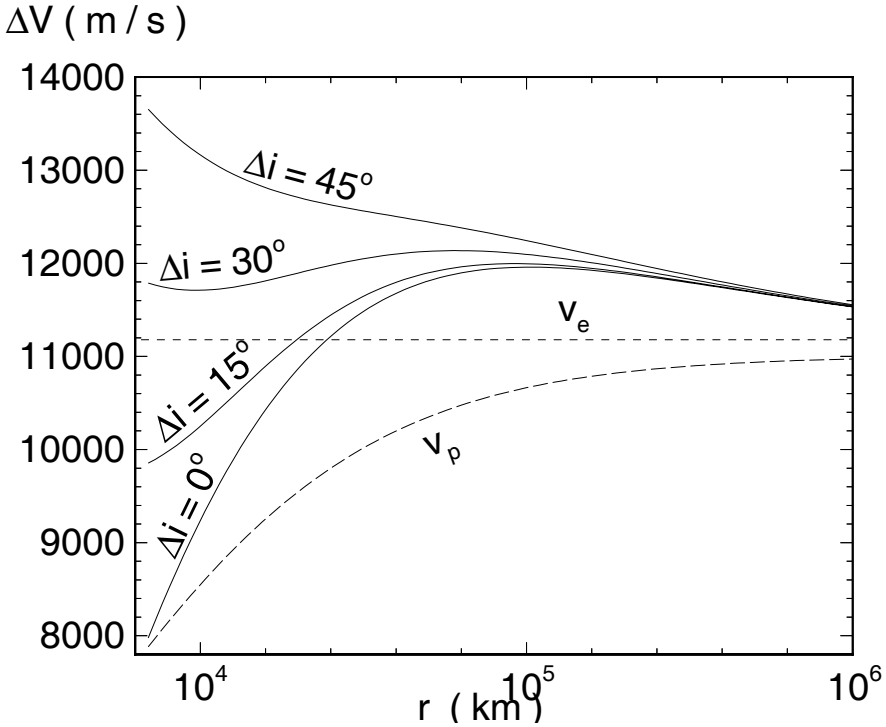

Figure 12.11: ΔV per trasferimenti alla Hohmann.

$$v_1 = 7784 \text{ m/s} \qquad v_p = 10239 \text{ m/s} \tag{12.55}$$

$$v_a = 1597 \text{ m/s} \qquad v_2 = 3075 \text{ m/s} \tag{12.56}$$

quindi

$$\Delta v_p = 2455 \text{ m/s} \tag{12.57}$$

$$\Delta v_a = 1477 \text{ m/s} \tag{12.58}$$

La manovra di trasferimento richiede quindi un Δv complessivo di 3932 m/s, che va sommato ai 7784 m/s dell'orbita di parcheggio (11716 m/s totali); per ottenere il Δv richiesto dovremo considerare anche l'entità delle perdite durante la fase di ascesa verso l'orbita di parcheggio, e la velocità iniziale (che abbiamo visto essere complessivamente quantificabili, per un lancio equatoriale verso est, in circa 1300 m/s). Si arriva quindi ad un valore complessivo per inserzione in GEO pari a

$$\Delta v \simeq 13000 \text{ m/s} \tag{12.59}$$

Questo valore è evidentemente un riferimento importante per i lanciatori orbitali. Nella fig. 12.63 sono riportati i valori dei Δv necessari per l'inserzione in orbita ellittica di trasferimento, e per la manovra completa (inclusa cioè la successiva circolarizzazione) in funzione del raggio r dell'orbita finale, supponendo che l'orbita di parcheggio abbia altezza h =200 km (nota: in questo figura *non* è considerata l'entità delle perdite propulsive). La figura mostra anche la velocità al perigeo dell'orbita ellittica di trasferimento e, per confronto, la velocità di fuga definita nella sez. 12.9.

Si può notare come il Δv richiesto per l'inserimento nella traiettoria ellittica di trasferimento abbia andamento monotono crescente, tendente ad un asintoto; il Δv complessivo presenta invece un massimo per un raggio dell'orbita finale di circa 96000 km (dipende comunque dal raggio dell'orbita di parcheggio).
Si può dimostrare che la manovra di trasferimento alla Hohmann è (entro certe condizioni) la più economica per il trasferimento tra due orbite concentriche. Essa presenta tuttavia anche qualche svantaggio dal punto di vista operativo. Sono infatti richieste due fasi propulse aggiuntive, per cui si deve ricorrere o a due stadi addizionali, oppure a motori riaccendibili. Quest'ultima soluzione esclude tuttavia l'impiego di motori a propellente solido, ed impone ai motori a propellente liquido un opportuno livello di affidabilità, anche rispetto alla riaccendibilità. Inoltre al momento della accensione del motore di apogeo (destinato a conseguire la circolarizzazione) il satellite può non essere visibile dalla base di lancio (vedi fig. 12.10); sarà quindi necessario utilizzare più stazioni di tracking, con conseguenti maggiori costi operativi. Infine, la manovra alla Hohmann comporta i più lunghi tempi di trasferimento; questa in realtà non è una grave limitazione per trasferimenti in orbita terrestre, ma la situazione è diversa, come vedremo, per trasferimenti interplanetari.

12.7 Manovra di correzione dell'inclinazione orbitale.

Abbiamo visto che l'inclinazione i delle orbite raggiungibili da un dato sito di lancio è limitata dalla sua latitudine ϕ. Se quindi vogliamo effettuare, per esempio, un lancio in orbita equatoriale da una base posta ad una latitudine $\phi \neq 0^o$ (cioè non equatoriale), occorrerà inserire dapprima il carico utile in un'orbita raggiungibile dalla base data, e quindi di inclinazione i non nulla, e successivamente effettuare una manovra di correzione dell'inclinazione. Poiché l'orbita iniziale (inclinata) e l'orbita finale (equatoriale) hanno in comune solo i nodi, tale manovra andrà evidentemente effettuata in prossimità dei nodi stessi. Consideriamo per esempio il caso di un'orbita circolare di 200 km di altezza ($v_c = 7784$ m/s) e di inclinazione $i = 28^o.5$ Questa è una tipica orbita raggiungibile dalla base di Cape Canaveral, che ha appunto latitudine pari a $28^o.5$ (non è quindi possibile raggiungere orbite con inclinazione inferiore a tale valore). Il Δv necessario per il cambio d'inclinazione è (vedi fig. 12.12)

$$\Delta v \;=\; 2 \sin \frac{\Delta i}{2}\, v_c \tag{12.60}$$

da cui, nel caso in questione, risulta $\Delta v = 3832$ m/s. Come si vede si tratta di una frazione molto rilevante della v_c stessa; peraltro nella manovra descritta il modulo della velocità del satellite non cambia. Queste manovre sono quindi estremamemte costose, e questo sottolinea ulteriormente il vantaggio di avere una base di lancio quanto più possibile vicina all'equatore.
Per un trasferimento da orbita terrestre bassa, inclinata, ad orbita equatoriale geostazionaria si possono effettuare le manovre di trasferimento alla Hohmann e di cambio d'inclinazione contemporaneamente, vedi fig. 12.13. A questo scopo è sufficiente avere l'accortezza di far coincidere la linea degli absidi e la linea dei nodi dell'orbita ellittica di trasferimento; ciò richiede evidentemente che tutte le manovre siano effettuate in corrispondenza ai nodi.
Poiché abbiamo visto che il Δv per il cambio d'inclinazione è proporzionale alla v_c, ed essendo la velocità minore in corrispondenza all'apogeo, conviene evidentemente effettuare la manovra di correzione dell'inclinazione all'apogeo, cioè associare le manovre di apogeo e di correzione dell'inclinazione. Il relativo Δv da applicare risulta essere

$$\Delta v_a \;=\; \sqrt{v_a^2 \;+\; v_2^2 \;-\; 2\, v_a\, v_2\, \cos \Delta i} \tag{12.61}$$

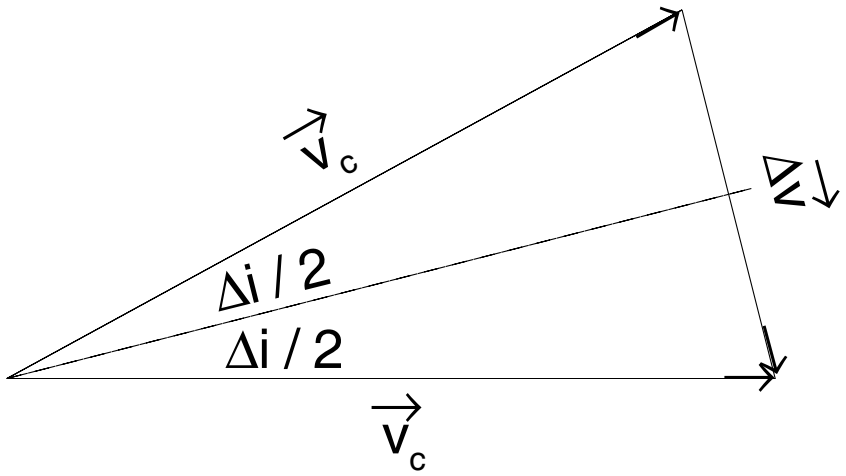

Figure 12.12: ΔV per manovra di correzione dell'inclinazione orbitale.

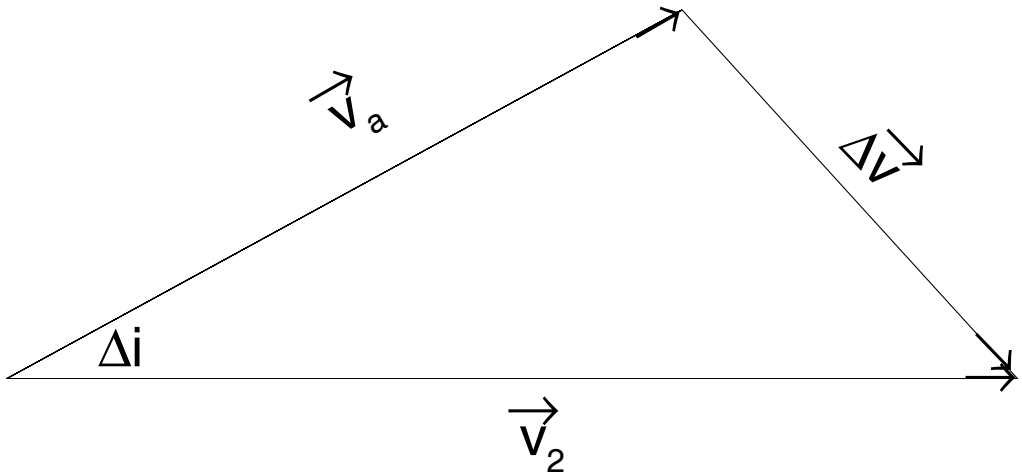

Figure 12.13: ΔV per manovra simultanea di correzione dell'inclinazione orbitale e circolarizzazione.

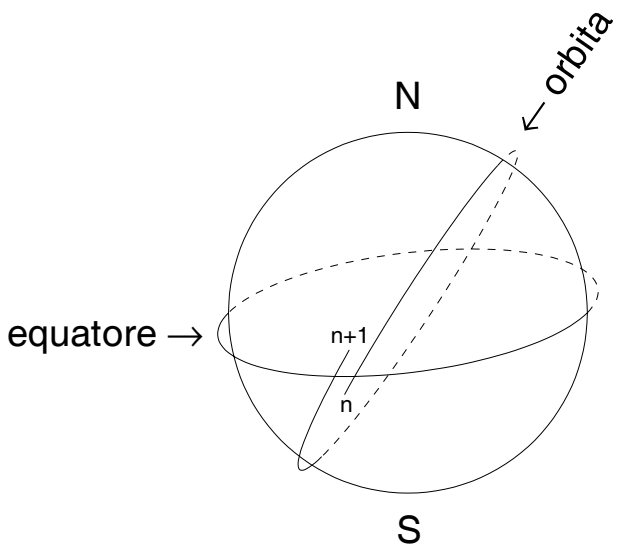

Figure 12.14: Precessione nodale.

Nel caso sopra considerato di un'orbita di parcheggio con $h = 200$ km ed $i = 28^o.5$, occorrerà applicare all'apogeo un Δv di 1837 m/s, contro i 1477 m/s del caso di orbite coplanari, con un incremento quindi di 360 m/s. Il Δv complessivo per inserire un carico utile in GEO con un lancio da Cape Canaveral si avvicina quindi a 13500 m/s.

In realtà si può constatare che far avvenire una piccola parte della correzione di inclinazione al perigeo, e correggere poi la parte rimanente all'apogeo, può produrre un lieve decremento del Δv richiesto. Nel caso considerato, applicando un $\Delta i_p = 2^o.2$ al perigeo ed un $\Delta i_a = 26^o.3$ all'apogeo, il Δv diminuisce di circa 25 m/s.

12.8 Perturbazioni orbitali e loro correzione.

Una volta inserito il carico utile in un data orbita, esso non resterà indefinitamente su di essa ma i parametri orbitali con il tempo si modificano per effetto di vari tipi di perturbazioni. Analizzeremo qui di seguito le principali tra queste.

1. Perturbazioni dovute alla non uniformità del potenziale gravitazionale terrestre. Esse sono dovute al fatto che la Terra non è sferica, per effetto principalmente dello schiacciamento ai poli, e che la sua densità non è uniforme su ciascuno dei differenti gusci sferici che la compongono. Ciò porta a due effetti, la precessione della linea dei nodi e la precessione della linea degli absidi.

   Per quanto riguarda la precessione nodale, essa consiste nella variazione dell'orientamento della linea dei nodi con il susseguirsi delle orbitazioni (nella fig. 12.14 è riportata – esagerata – la variazione che avviene in un'orbita). Tale effetto può arrivare a circa $0^o.58$ per orbita. Esso può essere sfruttato (scegliendo opportunamente l'inclinazione dell'orbita, in modo che il

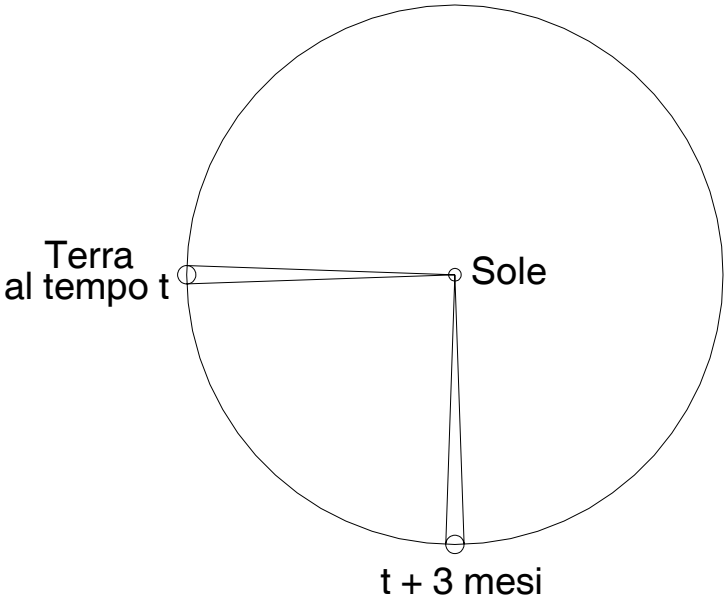

Figure 12.15: Direzioni di illuminazione della Terra a distanza di 3 mesi.

piano orbitale ruoti di 90° in 3 mesi) per mantenere un satellite sempre illuminato dal Sole, vedi fig. 12.15, con il duplice vantaggio di una continuità di potenza (per satelliti alimentati mediante celle solari) e di una assenza degli shock termici dovuti al passaggio tra zone di luce e di ombra. Tali orbite sono dette eliosincrone (SSO – *Sun Synchronous Orbit*), ed hanno inclinazione attorno ai 95°, quindi retrograde.

La precessione absidale fa sì che la posizione del perigeo si sposti ad ogni orbita, vedi fig. 12.16; lo spostamento può arrivare a circa 1°.16 per orbita. Per orbite d'inclinazione opportuna ($i = 63°.5$) esso praticamente si annulla.

2. Perturbazioni atmosferiche. Esse sono dovute alla resistenza aerodinamica dovuta all'atmosfera, pur rarefatta. Essa causa un abbassamento dell'apogeo dell'orbita (di qualche metro per orbita verso i 600 km di altezza, qualche decina di metri verso i 400 km, e qualche centinaio verso i 200 km). Esse causano, prima o poi, il rientro del satellite. Sono praticamente trascurabili oltre i 600 km di altezza.

3. Perturbazioni dovute alla attrazione della Luna e del Sole. Esse tendono principalmente a far variare l'inclinazione del piano orbitale, come si può intuire con relativa facilità per un'orbita equatoriale. Per effetto dell'inclinazione del piano equatoriale terrestre rispetto all'eclittica (23°.45), il Sole genera una variazione dell'inclinazione. Un effetto simile è causato dalla Luna, la cui orbita è anch'essa inclinata (5°.15). L'effetto congiunto di Luna e Sole è di circa 0°.75 - 0°.95 per anno per orbite geostazionarie.

Per correggere queste perturbazioni, e mantenere quindi il satellite sull'orbita desiderata, è necessario apportare periodicamente piccole correzioni all'orbita del satellite. Per esempio, per mantenere un

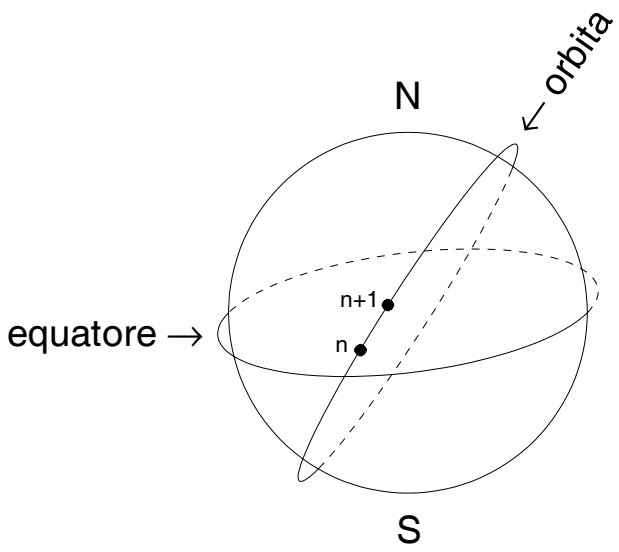

Figure 12.16: Precessione absidale.

satellite in orbita GEO occorrerà fornire circa 50 m/s per anno per correggere gli effetti che portano ad una variazione dell'inclinazione (cosiddetta correzione nord-sud). Tale Δv, ancorché piccolo, non va tuttavia sottovalutato perché va fornito per tutta la vita del satellite (ad esempio 10 anni, quindi complessivamente $\Delta v = 500$ m/s). Inoltre, il sistema propulsivo destinato a queste correzioni si troverà ad operare in condizioni sfavorevoli; dovrà infatti fornire piccole spinte per brevi periodi di tempo (con difficoltà di raggiungimento delle condizioni stazionarie), utilizzare propellenti immagazzinabili per un periodo molto lungo, come pure dovrà garantire un'elevata affidabilità rispetto al gran numero di accensioni. Tutti questi fattori portano ad un valore dell'impulso specifico basso in confronto a quello dei motori principali.

12.9 Missioni di fuga.

Abbiamo finora considerato solo missioni in orbita terrestre; in questo paragrafo esaminiamo invece i requisiti propulsivi per missioni di fuga, in cui cioè si impartisce al carico utile un Δv tale da consentirgli di sfuggire al campo gravitazionale terrestre. Il requisito minimo in termini di Δv si può facilmente derivare considerando ancora l'espressione dell'energia meccanica totale (per unità di massa)

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu_T}{r} \tag{12.62}$$

Sfuggire alla gravità terrestre vuol dire portare il carico utile ad una distanza infinita dalla Terra; all'infinito avremo che il secondo termine a secondo membro sarà ridotto a zero, mentre il primo termine sarà positivo o al più nullo. Chiaramente la condizione di una distanza infinita è puramente

ideale; inoltre dobbiamo tener conto, se consideriamo grandi distanze dalla Terra, della presenza di altri corpi celesti, come il Sole. Poiché l'energia meccanica totale si conserva nell'orbita, possiamo ricavare la velocità che occorre impartire al carico utile, per un lancio dalla superficie terrestre, semplicemente eguagliando l'energia meccanica al termine della fase propulsa con quella all'infinito:

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu_T}{R_T} = \frac{v_\infty^2}{2} \tag{12.63}$$

dove abbiamo supposto che la distanza percorsa durante la fase propulsa sia piccola in confronto al raggio della Terra (quindi $r \simeq R_T$ al termine di questa fase). La *minima* velocità che dobbiamo impartire al carico utile per sfuggire alla gravità terreste, corrispondente al caso limite in cui la v_∞ è nulla, è

$$v_e = \sqrt{2\,\frac{\mu_T}{R_T}} = 11180 \text{ m/s} \tag{12.64}$$

ed è chiamata *velocità di fuga* (l'indice e sta per escape, fuga); come si vede essa sta in un rapporto $\sqrt{2} : 1$ con la velocità di orbitazione circolare v_c. Quindi se impartiamo al carico utile questa velocità esso sfuggirà all'attrazione terrestre (ma non a quella del Sole, quindi in realtà non si porterà ad una distanza infinita dalla Terra). Se invece la velocità di lancio è superiore a v_e, all'infinito il carico utile possiederà ancora una velocità residua, denominata *velocità in eccesso*;

$$v_\infty = \sqrt{v^2 - \frac{2\,\mu_T}{R_T}} = \sqrt{v^2 - v_e^2} \tag{12.65}$$

Abbiamo visto in precedenza che la sfera d'influenza della Terra si estende fino a poco meno di un milione di chilometri dalla Terra stessa. È interessante confrontare, in corrispondenza a diversi valori della velocità di lancio, la velocità residua del carico utile alla distanza di un milione di chilometri dalla Terra con la velocità in eccesso (cioè la velocità limite a distanza infinita dalla Terra):

Tabella III

$v_{r=R_T}$	$v_{r=10^6\,\mathrm{km}}$	v_∞
11500	2838	2694
12000	4450	4360
13000	6694	6634

(tutte le velocità sono espresse in m/s). Si può vedere che alla distanza corrispondente all'uscita dalla sfera di influenza della Terra la velocità residua del carico utile è ormai praticamente ridotta al valore della v_∞. Una seconda constatazione è che la v_∞ aumenta di molto per pur piccoli incrementi della velocità di lancio rispetto alla v_e.

Naturalmente nel caso di missioni di fuga la traiettoria non è più chiusa, quindi non è più un'ellisse ma un'iperbole. Il caso limite in cui la velocità di lancio è esattamente uguale a v_e corrisponde ad una traiettoria parabolica.

Nelle considerazioni precedenti non abbiamo considerato l'entità delle perdite propulsive, che in generale non saranno sostanzialmente differenti da quelle quantificate per lanci in orbita terrestre. Tenendo anche conto del recupero della velocità di rotazione della Terra, possiamo dire che il Δv

che dobbiamo considerare nella (12.8) per raggiungere la velocità di fuga è dell'ordine dei 12500 m/s (per lancio verso est da una base equatoriale).
È interessante notare che il lancio di un satellite in orbita terrestre alta (in particolare geostazionaria) richiede un Δv maggiore di quello minimo richiesto per una missione di fuga (vedi fig. 12.11). Il raggiungimento di tali orbite alte richiede come abbiamo visto prima il conseguimento di un'orbita ellittica di trasferimento, e poi una successiva manovra di circolarizzazione. Si può notare dalla figura citata che la prima operazione richiede una velocità di lancio che tende asintoticamente a v_e all'aumentare del raggio dell'orbita obiettivo (infatti l'orbita parabolica può essere considerata come caso limite di un'orbita ellittica estremamente allungata); è la successiva operazione di circolarizzazione che può portare, per orbite alte, ad un requisito propulsivo superiore a quello per missioni di fuga.

12.10 Trasferimenti interplanetari.

Consideriamo in questo paragrafo un trasferimento tra due pianeti del sistema solare. Per semplicità supponiamo le orbite dei pianeti circolari e coplanari, ipotesi peraltro abbastanza ben verificate, essendo per esempio l'inclinazione dell'orbita di Marte inferiore a 2°, con $e = 0.093$; fanno eccezione Mercurio e Plutone, con eccentricità pari a 0.2 e 0.25, ed inclinazioni di circa 7° e 17°, rispettivamente (l'eccentricità dell'orbita terrestre è pari a 0.017). Possiamo dividere idealmente la traiettoria di trasferimento tra la Terra ed il pianeta obiettivo in 3 parti:

1. In prossimità della Terra, la traiettoria è approssimabile ad una iperbole. Questa approssimazione è chiaramente giustificata nell'ambito della sfera di influenza della Terra. Quando la nave spaziale giunge in prossimità del confine della zona di influenza della Terra, la sua velocità *rispetto alla Terra* [3], per quanto visto alla fine del paragrafo precedente, può con ottima approssimazione essere presa uguale alla velocità in eccesso, che indichiamo in questo caso con $v_{\infty,T}$.

2. Lasciata la sfera di influenza della Terra, il corpo celeste che esercita l'azione preponderante sulla nave spaziale è senz'altro il Sole. La nave spaziale descriverà quindi un'orbita intorno al Sole.

3. Giunta in prossimità del pianeta obiettivo, la nave spaziale viene catturata dal campo gravitazionale di questo. Possiamo ancora supporre che questa transizione (che evidentemente in realtà presenta una certa gradualità) avvenga quando la nave spaziale entra nella sfera di influenza del pianeta obiettivo. In questo istante la velocità della nave spaziale *rispetto al pianeta* è $v_{\infty,P}$; possiamo identificarla con la velocità in eccesso della traiettoria iperbolica con la quale la nave spaziale si avvicina al pianeta (la traiettoria è chiaramente iperbolica perché la nave spaziale proviene da una regione esterna alla sfera di influenza del pianeta obiettivo).

Si noti che i raggi delle sfere di influenza dei pianeti sono piccoli in confronto alle distanze interplanetarie.
La parte del trasferimento in cui l'influenza della Terra e del pianeta obiettivo sono trascurabili si riduce quindi, nell'ambito delle approssimazioni adottate, ad un trasferimento tra due orbite solari

[3] Intendiamo qui con velocità rispetto alla Terra la velocità relativa ad un sistema di riferimento con origine nel centro della Terra ed assi diretti secondo le stelle fisse. Analoghe definizioni si applicano per la velocità rispetto al pianeta obiettivo e la velocità rispetto al Sole.

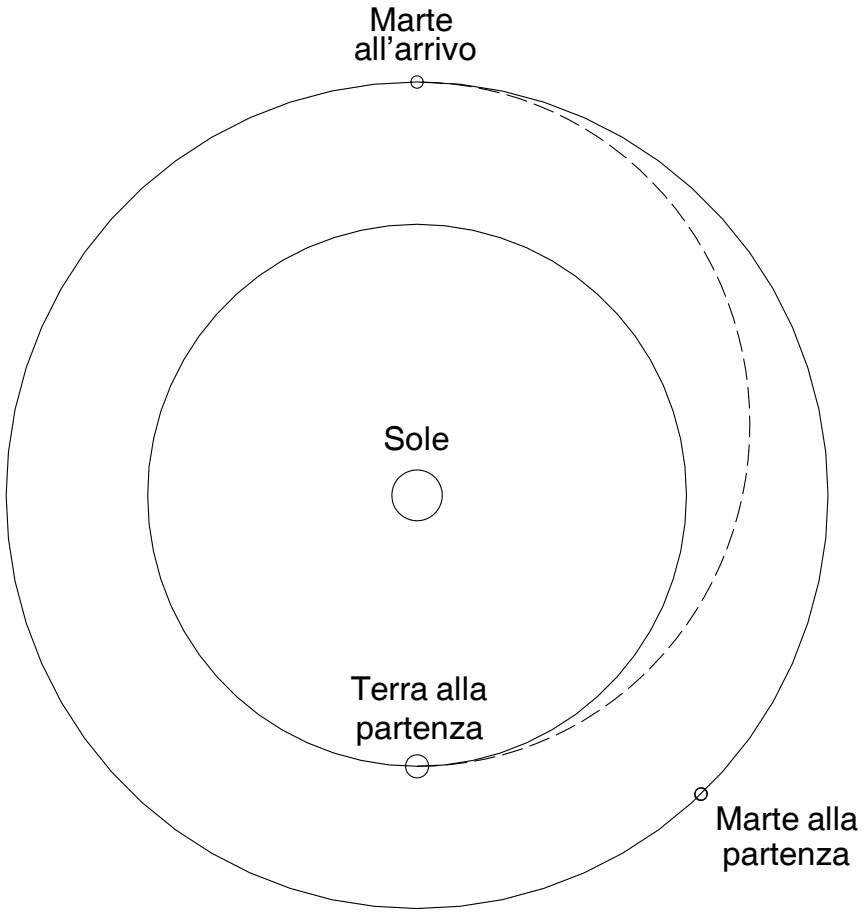

Figure 12.17: Trasferimento Terra–Marte con traiettoria ellittica tangente.

circolari coplanari, ed abbiamo visto che in generale la manovra più conveniente per trasferimenti di questo tipo è la manovra alla Hohmann, che prevede una traiettoria ellittica di trasferimento. Possiamo assumere, per quanto detto, che quest'arco di ellisse inizi nel punto dove la nave spaziale esce dalla sfera d'influenza della Terra e termini dove essa entra nella sfera d'influenza del pianeta obiettivo. La velocità *rispetto al Sole* della nave spaziale, nel punto iniziale della traiettoria[4], sarà data dalla composizione (vettoriale!) della velocità $v_{\infty,T}$ rispetto alla Terra e della velocità v_T di orbitazione della Terra intorno al Sole:

$$\vec{v}_p = \vec{v}_{\infty,T} + \vec{v}_T \tag{12.66}$$

Analogamente, la velocità della nave spaziale rispetto al pianeta obiettivo nel punto terminale dell'arco dell'ellisse di trasferimento [5] si otterrà dalla composizione vettoriale della velocità della nave spaziale rispetto al Sole v_a e della velocità orbitale del pianeta v_P:

$$\vec{v}_{\infty,P} = \vec{v}_a - \vec{v}_P \tag{12.67}$$

Riportiamo qui un esempio di calcolo dei requisiti propulsivi per un trasferimento Terra-Marte (pedice M). I dati necessari a questo scopo sono i raggi delle orbite intorno al Sole (che indichiamo con a per non confonderle con le distanze r dal centro dei pianeti stessi) di questi due pianeti

$$a_T \simeq 150 \cdot 10^6 \text{ km} \tag{12.68}$$

$$a_M \simeq 228 \cdot 10^6 \text{ km} \tag{12.69}$$

i raggi dei pianeti (prendiamo i valori equatoriali)

$$R_T = 6378 \text{ km} \tag{12.70}$$

$$R_M = 3402 \text{ km} \tag{12.71}$$

nonché le costanti di potenziale di sorgente della Terra, di Marte e del Sole

$$\mu_T = 3.986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \tag{12.72}$$

$$\mu_M = 4.28 \cdot 10^{13} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \tag{12.73}$$

$$\mu_S = 1.32 \cdot 10^{20} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \tag{12.74}$$

Le velocità circolari di orbitazione di Terra e Marte intorno al Sole risultano quindi:

$$v_T = \sqrt{\frac{\mu_S}{a_T}} = 29665 \text{ m/s} \tag{12.75}$$

$$v_M = \sqrt{\frac{\mu_S}{a_M}} = 24061 \text{ m/s} \tag{12.76}$$

Il semiasse maggiore dell'orbita ellittica di trasferimento è

[4] Cioè al perielio dell'orbita di trasferimento, se il pianeta obiettivo è *esterno*, ovverosia se la sua orbita è esterna a quella della Terra. Nel caso dei pianeti interni (Mercurio, Venere) sarà invece l'afelio.

[5] Cioè all'afelio dell'orbita di trasferimento, se il pianeta obiettivo è esterno; nel caso dei pianeti interni sarà invece il perielio.

$$a = \frac{a_T + a_M}{2} = 189 \cdot 10^6 \text{ km} \tag{12.77}$$

Possiamo quindi calcolare le velocità al perielio ed all'afelio dell'orbita di trasferimento mediante formule analoghe alle (12.51,12.52):

$$v_p = \sqrt{\frac{2\,\mu_S}{a_T} - \frac{\mu_S}{a}} = 32582 \text{ m/s} \tag{12.78}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{2\,\mu_S}{a_M} - \frac{\mu_S}{a}} = 21436 \text{ m/s} \tag{12.79}$$

Quindi la nave spaziale deve possedere una velocità v_p rispetto al Sole per poter essere inserita nell'orbita di trasferimento desiderata; bisogna ora determinare la velocità di lancio dalla Terra necessaria a conseguire questa velocità al punto di iniezione nella traiettoria ellittica di trasferimento. A tal fine occorre innanzitutto determinare la $v_{\infty,T}$ dalla (12.66), dove v_p e v_T sono ora determinate. Poiché queste due velocità sono allineate ed equiverse, anche la $v_{\infty,T}$ dovrà esserlo (e questo richiede un'opportuna orientazione della traiettoria iperbolica di fuga) e si ha semplicemente

$$v_{\infty,T} = v_p - v_T = 2917 \text{ m/s} \tag{12.80}$$

Imponendo la conservazione dell'energia meccanica totale (12.65) si determina la velocità di lancio che occorre dare (escluse ovviamente le perdite propulsive)

$$\Delta v_T = \sqrt{v_{\infty,T}^2 + v_{e,T}^2} = 11554 \text{ m/s} \tag{12.81}$$

dove $v_{e,T}$ indica la velocità di fuga dalla Terra, precedentemente determinata.
Giunta in prossimità dell'afelio, la nave spaziale ha una velocità v_a, tangente in direzione all'orbita di Marte, quindi parallela ed equiversa alla velocità di orbitazione del pianeta stesso. Quindi la velocità in eccesso, rispetto a Marte, è

$$v_{\infty,M} = v_M - v_a = 2628 \text{ m/s} \tag{12.82}$$

Notare che questa velocità, pur essendo parallela alle altre due, ha verso opposto perché $v_a < v_M$ nella (12.67) (quindi in realtà è il pianeta a 'raggiungere' la sonda, avendo quest'ultima una velocità più bassa).

Se la missione prevede solo un sorvolo (ovviamente da una certa distanza) della superficie di Marte (missione di *flyby*), oppure un impatto sulla superficie, non è necessario applicare un ulteriore Δv in prossimità di Marte. Se invece si vuole inserire il carico utile in un'orbita attorno a Marte, o si vuole effettuare un atterraggio morbido sulla superficie, occorre fornire un Δv_M ulteriore.
Per il caso di un'orbita intorno a Marte, supponiamo che la traiettoria iperbolica porti ad un periabside ad una distanza $r_{p,M}$ dal centro del pianeta, vedi fig. 12.18. Possiamo determinare la velocità al periabside imponendo la conservazione dell'energia meccanica totale:

$$v_{p,M} = \sqrt{v_{\infty,M}^2 + 2\,\frac{\mu_M}{r_{p,M}}} \tag{12.83}$$

Se per esempio scegliamo $r_{p,M} = 1.1\,R_M$ avremo $v_{p,M} = 5456$ m/s. La velocità di orbitazione circolare $v_{c,M}$ corrispondente a questo valore del raggio è di 3382 m/s, quindi per ridurre la velocità da $v_{p,M}$ a $v_{c,M}$ occorre applicare un Δv_M

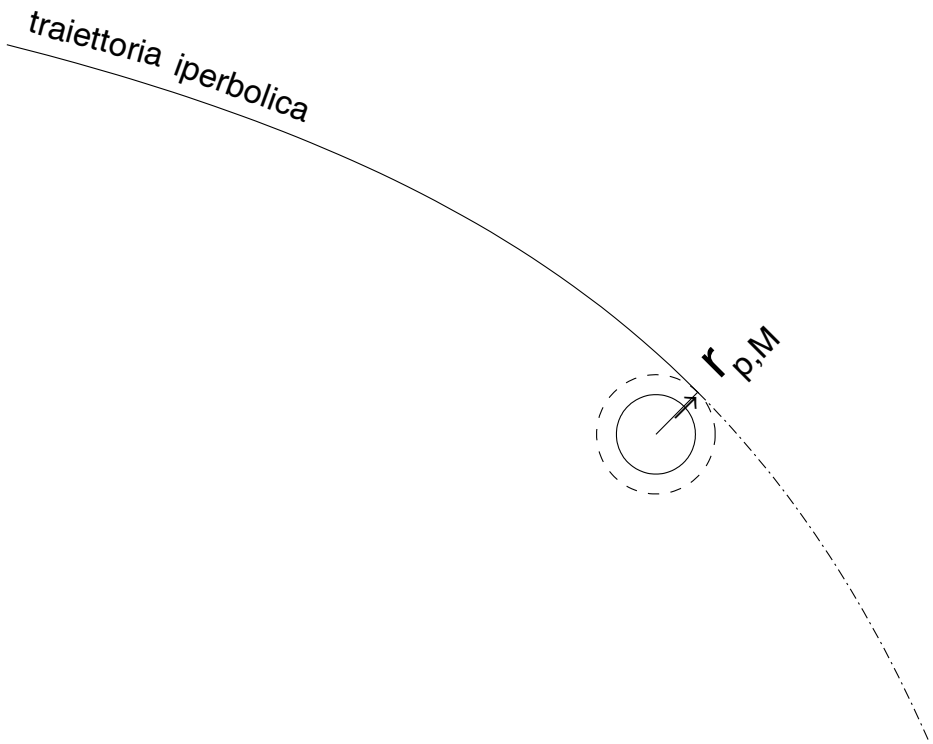

Figure 12.18: Inserzione in orbita attorno al pianeta.

$$\Delta v_M = 2074 \text{ m/s} \tag{12.84}$$

Nel caso di atteraggio morbido sulla superficie di Marte, occorre calcolare la velocità che la nave spaziale avrebbe in corrispondenza a $r = R_M$ (cioè all'impatto) se non venisse effettuata alcuna manovra di decelerazione; come al solito essa si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica totale (12.65)

$$v_{r=R_M} = \sqrt{v_{\infty,M}^2 + v_{e,M}^2} \tag{12.85}$$

Ovviamente per un atterraggio morbido occorre ridurre la velocità della nave spaziale relativa al pianeta a zero, quindi applicare un Δv_M uguale in modulo alla velocità sopra riportata [6]. Risulta

$$\Delta v_M = 5662 \text{ m/s} \tag{12.86}$$

Il Δv della missione nel suo complesso si ottiene sommando i contributi in prossimità della Terra e di Marte

$$\Delta v = \Delta v_T + \Delta v_M \tag{12.87}$$

Quindi per il caso di una missione di flyby o di impatto abbiamo semplicemente

$$\Delta v = 11554 \text{ m/s} \tag{12.88}$$

Per il conseguimento di un'orbita circolare con $r = 1.1\, R_M$ si ha

$$\Delta v = 13628 \text{ m/s} \tag{12.89}$$

e per un atterraggio morbido

$$\Delta v = 17216 \text{ m/s} \tag{12.90}$$

A questo Δv occorre naturalmente aggiungere le perdite propulsive per poter calcolare il rapporto di massa. Per le perdite in prossimità della Terra vale quanto detto in precedenza. Occorre inoltre tener presente che durante il trasferimento sarà necessario effettuare a più riprese manovre di correzione della traiettoria. Infatti a causa delle enormi distanze da coprire, è impensabile poter effettuare l'iniezione nella traiettoria ellittica di trasferimento alla Hohmann con un'accuratezza tale da garantire il raggiungimento di Marte, e ancor meno della traiettoria desiderata di avvicinamento a Marte; ciò anche per effetto delle perturbazioni dell'orbita di trasferimento dovute, tra l'altro, anche al "vento solare". Tali correzioni possono complessivamente comportare un Δv aggiuntivo di circa 500 m/s o poco meno.

È opportuno esporre alcune considerazioni specifiche. Marte possiede un'atmosfera alquanto rarefatta rispetto a quella terrestre, al livello del suolo; tuttavia, a causa della debole gravità, la sua densità decresce con la quota più lentamente di quanto avviene sulla Terra. Quindi al disopra di una certa quota (circa 30 km) l'atmosfera marziana è addirittura più densa di quella terrestre. Allora l'orbita ipotizzata, con $r = 1.1\, R_M$, ossia $h = 340$ km, può non essere opportuna in quanto soggetta a perturbazioni aerodinamiche piuttosto notevoli che comporterebbero una vita del satellite relativamente breve. È inoltre opportuno osservare che le caratteristiche dell'orbita marziana dipendono dall'uso a cui essa è destinata. Per un satellite scientifico destinato ad orbitare permanentemente

[6] Non consideriamo per semplicità gli effetti legati alla velocità di rotazione di Marte (circa 242 m/s all'equatore).

attorno a Marte, può essere più interessante un'orbita di alta eccentricità, che permette una più completa esplorazione dello spazio intorno a Marte. Inoltre, il Δv_M necessario per inserire il carico utile in un'orbita ellittica è minore rispetto al caso di orbite circolari (poiché la velocità al periabside di un'orbita ellittica è maggiore di quella di un'orbita circolare di raggio pari al raggio di periabside). Per contro, un satellite su un'orbita di questo tipo spende solo una frazione molto piccola del periodo orbitale in prossimità del periabside (dove la velocità è massima) e quindi le osservazioni ravvicinate della superficie del pianeta risultano essere molto brevi. Questo può comunque non essere un inconveniente tenuto conto della lunga vita del satellite. Se consideriamo invece un'ipotetico satellite abitato (quindi con durata della missione necessariamente limitata) destinato all'osservazione della superficie del pianeta, per esempio per la ricerca di adatti punti di atterraggio, un'orbita circolare piuttosto bassa è senz'altro preferibile.
Nel caso di missioni di atterraggio morbido, l'atmosfera può essere utilizzata per effettuare un frenaggio atmosferico; l'atmosfera marziana è particolarmente adatta a questo scopo, appunto perché la sua densità varia piuttosto dolcemente con la quota. Il frenaggio atmosferico consentirebbe di risparmiare la quasi totalità dei 5662 m/s sopra calcolati per il rallentamento della nave spaziale, ed è quindi un'opzione estremamente interessante.
Queste considerazioni sottolineano come il Δv richiesto sia strettamente legato alla particolare missione d'interesse.
Grazie alla (12.24), possiamo anche calcolare il tempo necessario per il trasferimento alla Hohmann dalla Terra a Marte, che non è altro che il semiperiodo dell'orbita ellittica:

$$T = 260 \text{ d} \tag{12.91}$$

valore accettabile per sonde, ma quasi proibitivo per navi spaziali abitate se si considera anche il tempo di soggiorno, e quello necessario per il ritorno ed il problema delle finestre di lancio (vedi oltre). Il tempo cresce rapidamente per trasferimenti agli altri pianeti esterni; per Giove $T = 2.75$ a e per Saturno $T = 6$ a. Questi tempi estremamente lunghi sono associati al fatto, citato, che il trasferimento alla Hohmann oltre ad essere il più economico è anche il più lungo.
Per ridurre i tempi di trasferimento si può utilizzare un'ellisse di trasferimento secante, anziché tangente, all'orbita del pianeta obiettivo. In questo caso il trasferimento è apprezzabilmente più breve grazie alla minore lunghezza dell'arco di ellisse da percorrere, ed alla maggiore velocità. I requisiti propulsivi aumentano però rapidamente.
Si può osservare come nel trasferimento alla Hohmann la posizione del pianeta di partenza all'inizio del trasferimento e la posizione del pianeta obiettivo all'arrivo formino un angolo di 180° rispetto al Sole. Questo vuol dire che occorre scegliere la data di lancio in modo tale che la congiungente Sole-Terra e la Sole-pianeta obiettivo formino un angolo (vedi fig. 12.17)

$$\psi_1 = \pi - \omega_P T \tag{12.92}$$

dove ω_P è la velocità angolare del pianeta nel suo moto attorno al Sole e T è il tempo di trasferimento. È ovvio che tale condizione sarà soddisfatta solo in istanti particolari, che si ripetono ad intervalli regolari. L'intervallo di tempo al termine del quale i due pianeti si ritrovano nella stessa posizione relativa si chiama *periodo sinodico* ed è di durata inferiore ad un anno per i pianeti interni, di circa due anni per Marte, e diminuisce al crescere della distanza del pianeta del Sole tendendo a poco più di un anno per i pianeti più esterni.
Queste considerazioni indicano come il lancio verso un pianeta non può essere effettuato indifferentemente in qualunque momento, ma solo in date particolari notevolmente distanziate tra loro; esistono cioè specifiche *finestre di lancio* per ciascuna missione. Anche per la missione di ritorno da

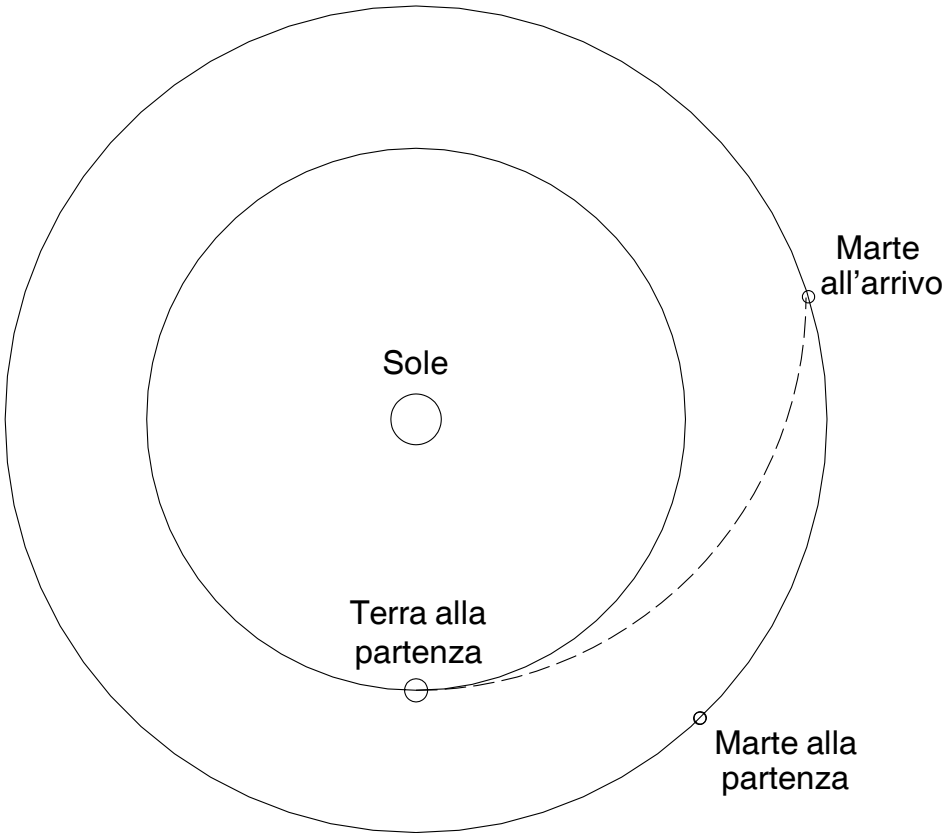

Figure 12.19: Trasferimento Terra–Marte con traiettoria ellittica secante.

un pianeta valgono considerazioni analoghe, per cui occorrerà iniziare la manovra di ritorno quando la congiungente Sole–pianeta e la congiungente Sole–Terra formano un angolo

$$\psi_2 \;=\; \pi \;-\; \omega_T\, T \tag{12.93}$$

ed esisteranno appropriate finestre di lancio (abbiamo qui indicato con ω_T la velocità angolare della Terra nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole). Tutto ciò condiziona ulteriormente la durata di una missione di andata e ritorno ad un pianeta.
Ricordiamo che nella trattazione sopra esposta abbiamo trascurato gli effetti legati alla eccentricità ed all'inclinazione delle orbite dei pianeti; ovviamente essi devono essere presi in considerazione in eventuali calcoli operativi.
Il trasferimento Terra–Luna può essere considerato come un caso particolare del trasferimento sopra indicato; tuttavia la nave spaziale non esce dalla sfera d'influenza della Terra (com'è ovvio, poiché la Luna stessa orbita intorno alla Terra). È perciò sufficiente immettere la nave spaziale in una traiettoria altamente ellittica (con raggio di apogeo circa pari alla distanza Terra-Luna); giunta in prossimità della Luna, essa sarà catturata dal campo gravitazionale di questa. Si noti la mancanza della fase intermedia tipica dei trasferimenti interplanetari. Il Δv per raggiungere la Luna (flyby o impatto) è di pochissimo inferiore a quello per missioni di fuga.
Oltre alle missioni sopra considerate di fuga dalla gravità terrestre, si può considerare anche una missione di fuga dal sistema solare. In questo caso occorrerà fornire al carico utile una velocità (relativa al Sole) pari ad almeno $\sqrt{2\,\mu_S/r}$, dove r è la distanza dal Sole. Se partiamo dalla Terra (quindi $r = a_T$) si trova che la velocità di fuga dal sistema solare è 41952 m/s. Questa è la velocità relativa al Sole; se effettuiamo opportunamente l'inserimento in traiettoria di fuga possiamo sfruttare tutta la velocità di orbitazione della Terra intorno al Sole, per cui rimane da fornire al carico utile una velocità in eccesso

$$v_{\infty,T} \;=\; \sqrt{2\,\frac{\mu_S}{a_T}} \;-\; \sqrt{\frac{\mu_S}{a_T}} \;=\; 41952 \;-\; 29665 \;=\; 12287 \;\; \mathrm{m/s} \tag{12.94}$$

Imponendo come al solito la conservazione dell'energia meccanica totale, si può vedere che ciò corrisponde a fornire al carico utile una velocità di lancio pari a

$$v_{r=R_T} \;=\; \sqrt{v_{\infty,T}^2 \;+\; v_{e,T}^2} \;=\; 16613 \;\; \mathrm{m/s} \tag{12.95}$$

alla quale, al solito, bisognerà aggiungere le perdite propulsive per quantificare il rapporto di massa.

Capitolo 13

Stadiazione

13.1 Definizioni

La stadiazione consiste nel suddividere un lanciatore in più stadi, che operano in sequenza. Essa permette di liberarsi, nel momento in cui gli stadi esauriti sono staccati, di masse ormai superflue, consentendo perciò, come vedremo, di migliorare il rapporto di carico utile. Tale inprescindibile vantaggio è tuttavia ottenuto a prezzo di un aumento del costo e della complessità del sistema (perché molte parti devono essere moltiplicate), e di conseguenza anche di una diminuzione dell'affidabilità.

La stadiazione può avvenire *in tandem* oppure *in parallelo*. Nella stadiazione in tandem, ogni stadio ha un suo apparato propulsivo completo, che è quindi perduto al momento del distacco insieme ai relativi serbatoi, eventualmente impianti di alimentazione (per endoreattori a propellenti liquidi), strutture, etc.; i motori dei vari stadi sono quindi accesi in sequenza. Nella stadiazione in parallelo, l'impianto motore è unico, mentre i serbatoi sono suddivisi in più unità, che sono distaccate una volta svuotate (il concetto è quindi applicabile ai soli endoreattori a propellente liquido). Molti lanciatori adottano tuttavia un'architettura mista, utilizzando motori ausiliari (*boosters*) al decollo, che sono successivamente distaccati indipendentemente dal primo stadio. Un vantaggio generale della stadiazione in tandem rispetto a quella in parallelo, per lanciatori operanti nell'atmosfera, deriva dal fatto che, utilizzando ogni stadio un motore diverso, è possibile adottare per ciascuno un ugello con rapporto di espansione più adatto alla pressione tipica relativa al campo di quota in cui esso si trova ad operare. Tale possibilità è invece esclusa per la stadiazione in parallelo, in quanto l'apparato motore è unico, ed il rapporto di espansione dell'ugello sarà necessariamente scelto in base ad un compromesso tra la necessità di contenere la sovraespansione a basse quote e quella di contenere la sottoespansione ad alte quote; questo è uno svantaggio quantitavamente notevole, a causa della sensibilità del carico utile al valore della velocità efficace di uscita, secondo l'equazione di Tsiolkowsky. Inoltre la stadiazione in parallelo presenta lo svantaggio che, poiché i serbatoi che vengono man mano distaccati sono attaccati al corpo centrale del razzo, il lanciatore presenta un'area frontale più ampia, per cui offre una maggiore resistenza aerodinamica. Nella stadiazione in parallelo la spinta è costante (a meno di non utilizzare motori a spinta modulabile) ed è ovviamente fissata dalla necessità di assicurare il decollo. Quindi nella fase finale della spinta, quando la maggior parte dei propellenti sono stati consumati (ed i serbatoi svuotati sono stati ormai abbandonati) per cui la massa si è alquanto ridotta, si raggiungono accelerazioni molto elevate che possono compromettere il carico utile, o risultare insopportabili per un eventuale equipaggio umano; queste maggiori accelerazioni tuttavia consentono minori perdite gravitazionali.

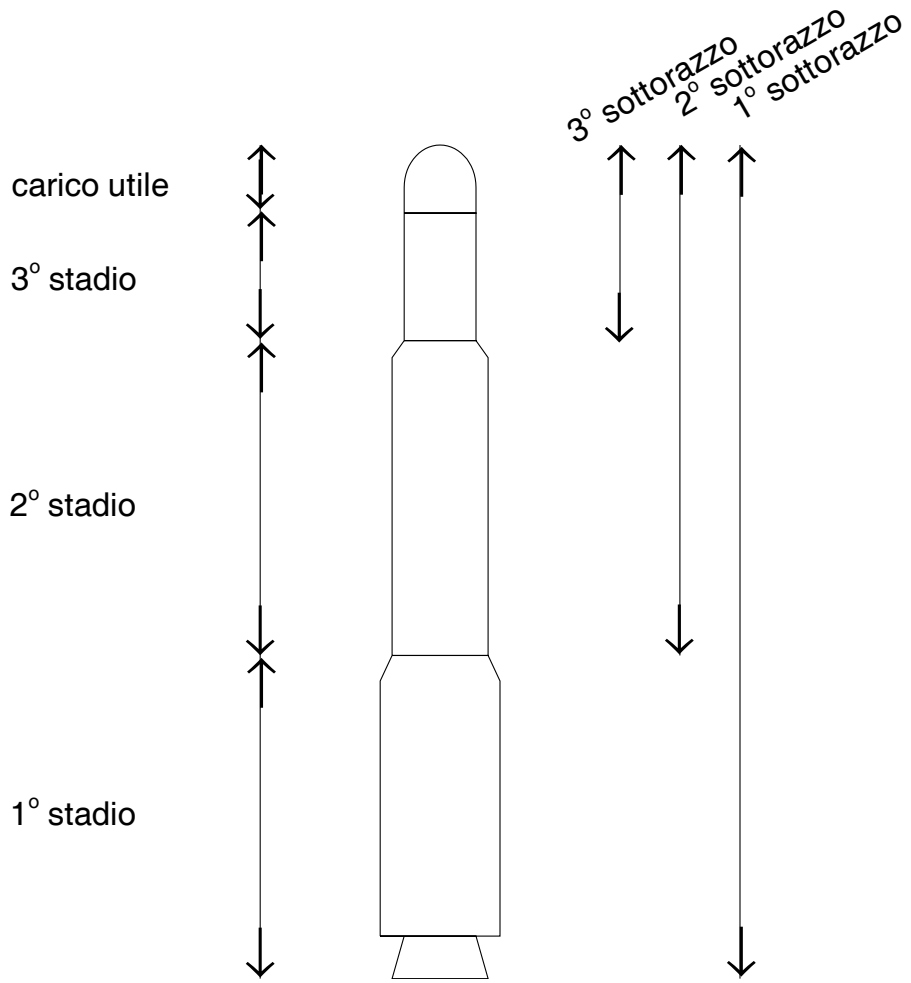

Figure 13.1: Definizione dei sottorazzi per un lanciatore tristadio in tandem.

13.2 Analisi della stadiazione in tandem

Cominceremo la trattazione considerando la stadiazione in tandem, perché come vedremo le formule ricavate per tale caso possono essere utilizzate per tutti i tipi di stadiazione, con un'opportuna definizione dei sottorazzi che compongono il lanciatore.
Consideriamo a titolo di esempio un lanciatore tristadio in tandem, vedi fig. 13.1. Definiamo come primo sottorazzo l'insieme dei tre stadi più il carico utile, cioè il lanciatore completo; definiamo poi come secondo sottorazzo l'insieme del secondo e del terzo stadio più il carico utile (quindi equivalente al primo sottorazzo meno il primo stadio); definiamo poi come terzo sottorazzo l'insieme del terzo stadio più il carico utile (eguale al secondo sottorazzo meno il secondo stadio); possiamo anche definire il carico utile come quarto sottorazzo. Tali definizioni possono ovviamente essere estese ad un lanciatore con un numero arbitrario di stadi.

Definiamo allora come *rapporto di massa* del sottorazzo i il rapporto

$$MR_i = \frac{m_{fi}}{m_{0i}} \tag{13.1}$$

essendo m_{0i} ed m_{fi} le masse iniziali e finali del sottorazzo, e come *rapporto di carico utile* (indicando con m_{ui} il carico utile del sottorazzo i, evidentemente costituito dal sottorazzo $i+1$ – per l'ultimo sottorazzo esso coincide con il carico utile effettivo)

$$\lambda_i = \frac{m_{ui}}{m_{0i}} \tag{13.2}$$

Ovviamente la differenza tra m_{fi} e m_{ui} è la massa delle strutture dello stadio i, indicato come m_{si}. Cerchiamo ora una relazione tra $\mathcal{MR}_i$ e λ_i. Chiamata m_{pi} la massa di propellenti dello stadio i, risulta ovviamente

$$m_{0i} = m_{ui} + m_{pi} + m_{si} \tag{13.3}$$

$$m_{fi} = m_{0i} - m_{pi} \tag{13.4}$$

La (13.4) consente di scrivere

$$\mathcal{MR}_i = \frac{m_{fi}}{m_{0i}} = \frac{m_{0i} - m_{pi}}{m_{0i}} = 1 - \frac{m_{pi}}{m_{0i}} \tag{13.5}$$

$$\frac{m_{pi}}{m_{0i}} = 1 - \mathcal{MR}_i \tag{13.6}$$

Per la (2.13), possiamo supporre che la massa delle strutture sia proporzionale alla massa del propellente più la massa delle strutture stesse, secondo un coefficiente strutturale il cui valore dipende dal tipo di propulsore utilizzato e dalla taglia dello stadio:

$$m_{si} = \kappa_{si}\,(m_{pi} + m_{si}) \tag{13.7}$$

Ne segue

$$m_{si} = \frac{\kappa_{si}}{1 - \kappa_{si}}\, m_{pi} \tag{13.8}$$

$$m_{si} + m_{pi} = \frac{1}{1 - \kappa_{si}}\, m_{pi} \tag{13.9}$$

ed infine

$$\lambda_i = \frac{m_{ui}}{m_{0i}} = \frac{m_{0i} - (m_{pi} + m_{si})}{m_{0i}} = 1 - \frac{1}{1 - \kappa_{si}}\,\frac{m_{pi}}{m_{0i}} = 1 - \frac{1 - \mathcal{MR}_i}{1 - \kappa_{si}} \tag{13.10}$$

per le (13.3, 13.6, 13.9); la (13.10) esprime quindi il rapporto di carico utile in funzione del rapporto di massa. Viceversa, il rapporto di massa può essere espresso in funzione del rapporto di carico utile come

$$\mathcal{MR}_i = \lambda_i\,(1 - \kappa_{si}) + \kappa_{si} \tag{13.11}$$

L'incremento di velocità ideale ottenibile quindi dall'i–esimo sottorazzo risulta perciò

$$\Delta v_i = -\,c_i \log[\lambda_i\,(1 - \kappa_{si}) + \kappa_{si}] \tag{13.12}$$

e per un lanciatore completo, composto da N stadi, valendo la

$$\Delta v = \sum_{i=1}^{N} \Delta v_i \tag{13.13}$$

risulta

$$\Delta v \;=\; -\sum_{i=1}^{N} c_i \,\log[\lambda_i\,(1\,-\,\kappa_{si}) + \kappa_{si}] \tag{13.14}$$

Per il rapporto complessivo tra carico utile e massa iniziale del lanciatore vale la

$$\lambda \;=\; \prod_{i=1}^{N} \lambda_i \tag{13.15}$$

Un importantissimo obiettivo, nel definire la stadiazione di un lanciatore, è quello di assicurare il massimo del rapporto di carico utile complessivo λ. Il seguente esempio dà utili indicazioni in proposito.

13.2.1 Esempio

Consideriamo un lanciatore a due stadi, con $\lambda = \lambda_1\,\lambda_2$ fissato; determiniamo le condizioni che massimizzano il Δv. Questo problema è ovviamente equivalente a quello di massimizzare λ, fissato Δv. Per la (13.14) risulta

$$\Delta v \;=\; -\,c_1\,\log[\lambda_1\,(1\,-\,\kappa_{s1}) + \kappa_{s1}] \;-\; c_2\,\log[\lambda_2\,(1\,-\,\kappa_{s2}) + \kappa_{s2}] \tag{13.16}$$

La ripartizione del Δv tra i due stadi è governata da λ_1 e λ_2, i quali però per le ipotesi del nostro problema non sono indipendenti, essendo λ fissato, per cui per la (13.15) risulta

$$\lambda_2 \;=\; \frac{\lambda}{\lambda_1} \tag{13.17}$$

per cui la (13.16) si può riscrivere in funzione dell'unico parametro effettivo di progetto ai fini della stadiazione, λ_1:

$$\Delta v \;=\; -\,c_1\,\log[\lambda_1\,(1\,-\,\kappa_{s1}) + \kappa_{s1}] \;-\; c_2\,\log[\frac{\lambda}{\lambda_1}\,(1\,-\,\kappa_{s2}) + \kappa_{s2}] \tag{13.18}$$

Per trovare il criterio di ripartizione ottimo, deriviamo quindi questa espressione rispetto a λ_1

$$\frac{d\Delta v}{d\lambda_1} \;=\; -\,\frac{c_1\,(1\,-\,\kappa_{s1})}{\lambda_1\,(1\,-\,\kappa_{s1}) + \kappa_{s1}} \;+\; \frac{c_2\,\frac{\lambda}{\lambda_1^2}\,(1\,-\,\kappa_{s2})}{\frac{\lambda}{\lambda_1}\,(1\,-\,\kappa_{s2}) + \kappa_{s2}} \tag{13.19}$$

ed eguagliamo a zero questa derivata; otteniamo infine un'equazione quadratica in λ_1

$$c_1\,(1\,-\,\kappa_{s1})\,\frac{\kappa_{s2}}{\lambda}\,\lambda_1^2 \;+\; (c_1 - c_2)\,(1\,-\,\kappa_{s1})\,(1\,-\,\kappa_{s2})\,\lambda_1 \;-\; c_2\,(1\,-\,\kappa_{s2})\,\kappa_{s1} \;=\; 0 \tag{13.20}$$

Se consideriamo il caso particolare $c_1 = c_2$, $\kappa_{s1} = \kappa_{s2}$, si trova la soluzione $\lambda_1 = \sqrt{\lambda}$, dalla quale discende $\lambda_1 = \lambda_2$, $MR_1 = MR_2$, ed infine $\Delta v_1 = \Delta v_2$. Si trova cioè che, sotto le ipotesi citate, la condizioni di ottimo per la stadiazione consiste in un'equiripartizione del Δv tra i vari stadi.

Nel caso in cui invece le velocità efficaci di uscita ed i coefficienti strutturali siano differenti per i vari stadi, la ripartizione ottimale si discosta dall'equiripartizione; se tuttavia i vari c_i sono vicini tra loro, come pure i κ_{si}, possiamo applicare ancora la condizione di equiripartizione, scritta in generale per un lanciatore a N stadi:

$$\Delta v_i = \frac{\Delta v}{N} \tag{13.21}$$

commettendo un errore ancora accettabile. Consideriamo per esempio un lanciatore inteso ad inviare un carico utile in orbita terrestre bassa (quindi $\Delta v \simeq 9000$ m/s), costituito da N stadi tutti utilizzanti gli stessi propellenti, che assumiamo possano essere solidi, liquidi *storable* o liquidi criogenici, con le seguenti caratteristiche:

- propellenti solidi: primo stadio $c_1 = 2500$ m/s, stadi superiori $c_i = 2800$ m/s; $\kappa_s = 0.07$ per tutti gli stadi
- propellenti liquidi *storable*: primo stadio $c_1 = 2700$ m/s, stadi superiori $c_i = 3000$ m/s; $\kappa_s = 0.05$ per tutti gli stadi
- propellenti liquidi criogenici: primo stadio $c_1 = 4000$ m/s, stadi superiori $c_i = 4500$ m/s; $\kappa_s = 0.08$ per tutti gli stadi

Abbiamo introdotto una differenziazione tra la velocità efficace di uscita del primo stadio e quella degli stadi superiori, in quanto il primo deve lavorare con rapporto d'espansione minore. Per il rapporto di carico utile complessivo λ si hanno allora i risultati riportati in fig. 13.2 (espressi in percentuale; incidentalmente, questi risultano essere piuttosto ottimistici perchè in realtà includono anche masse non 'utili' come gli scudi di protezione termica e le strutture di supporto del satellite).

Si noti come tutte le combinazioni di propellenti considerate risultino insufficienti a svolgere la missione assegnata con un solo stadio. All'aumentare del numero degli stadi, il carico utile cresce dapprima notevolmente, poi l'incremento diventa marginale. Considerando l'incremento di costo del lanciatore dovuto alla ripartizione in un gran numero di stadi (perché appunto molte parti devono essere moltiplicate), si preferisce in genere contenere il numero degli stadi da 2 a 4, con i valori più alti adottati per i propellenti a basse prestazioni (cioè solidi). Tali carichi utili sono estremamente sensibili al coefficiente strutturale, specie per i propellenti a bassa c; se per esempio i valori specificati sopra di κ_s sono aumentati dell'1% (un modesto incremento), i rapporti di carico utile si riducono come indicato dalla fig. 13.3. Questa sottolinea l'assoluta necessità di contenere al minimo la massa delle strutture.

Se invece consideriamo una missione di fuga, $\Delta v \simeq 13000$ m/s, i carichi utili risultanti (adottando i valori originari di κ_s) sono indicati in fig. 13.4; i valori del rapporto di carico utile per $\Delta v = 9000$ m/s sono anche riportati a titolo di riferimento. Dal confronto con le figure precedenti si nota come il carico utile diminuisce fortemente, specie per i propulsori a bassa c, e come convenga spostarsi verso architetture ad un numero maggiore di stadi. Si nota inoltre come il vantaggio derivante dall'impiego di propellenti ad alte prestazioni diventa assolutamente determinante per missioni ad alto Δv. La fig. 13.5 riporta poi, in modo simile alla fig. 13.3, l'effetto di un aumento dell'1% dei coefficienti strutturali. Si può notare che alti Δv sottolineano ulteriormente l'importanza di ridurre al minimo le masse strutturali.

Nelle 'famiglie' di lanciatori commerciali, il criterio di ottimizzazione della ripartizione del Δv non è sempre strettamente osservato, in quanto spesso da un lanciatore base, concepito per una determinata missione, sono con il passare del tempo derivate una serie di versioni attraverso modifiche minori (p. es. aggiunta di *boosters* o di stadi superiori) allo scopo di ampliare il campo di missioni effettuabili. Per come appunto sono sviluppate queste versioni, in genere esse non presenteranno una ripartizione ottima, perché il soddisfacimento di tale condizione per ogni possibile missione imporrebbe una riprogettazione completa del lanciatore, con conseguenti ingiustificati costi di sviluppo rispetto alle modifiche minori citate sopra.

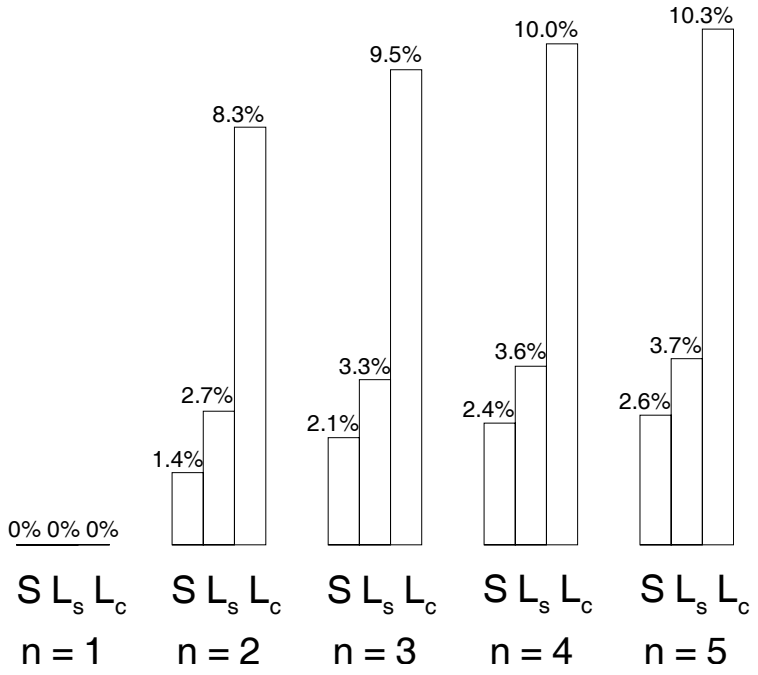

Figure 13.2: Rapporti di carico utile per $\Delta v = 9000$ m/s, per lanciatori a propellente solido (S), liquido storable (L_s), liquido criogenico (L_c), in funzione del numero di stadi n.

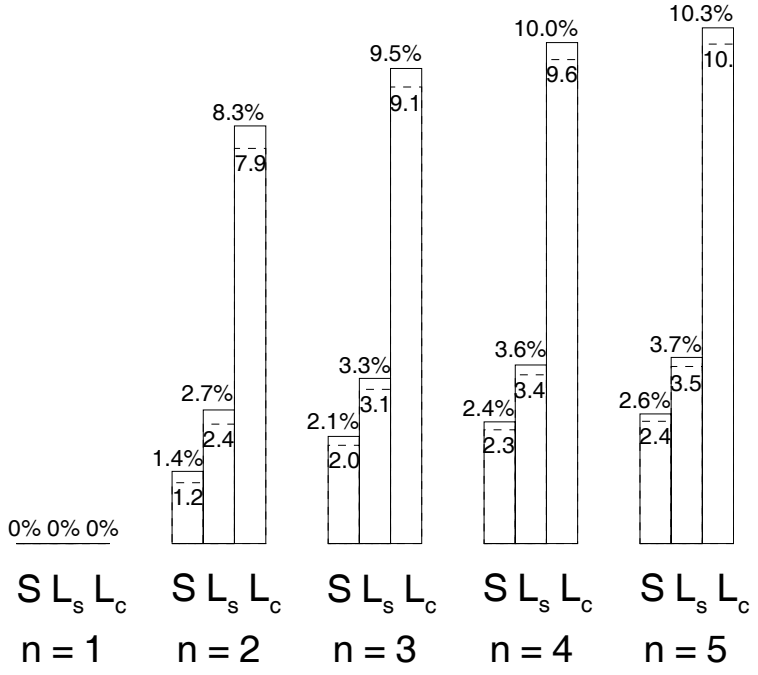

Figure 13.3: Rapporti di carico utile per $\Delta v = 9000$ m/s, per lanciatori a propellente solido (S), liquido storable (L_s), liquido criogenico (L_c), in funzione del numero di stadi n. — — — coefficienti strutturali incrementali dell'1% rispetto alla figura sopra.

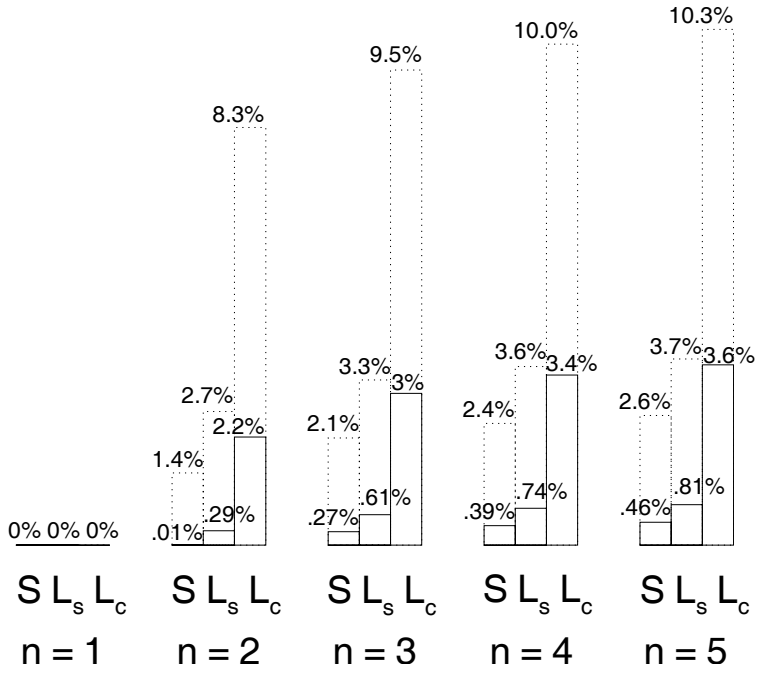

Figure 13.4: Rapporti di carico utile per Δv = 13000 m/s, per lanciatori a propellente solido (S), liquido storable (L_s), liquido criogenico (L_c), in funzione del numero di stadi n.

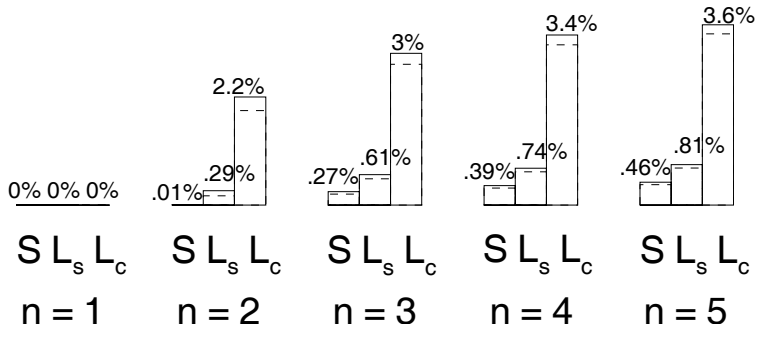

Figure 13.5: Rapporti di carico utile per Δv = 13000 m/s, per lanciatori a propellente solido (S), liquido storable (L_s), liquido criogenico (L_c), in funzione del numero di stadi n. — — — coefficienti strutturali incrementali dell'1% rispetto alla figura sopra.

13.3 Altri tipi di stadiazione

Gli altri tipi di stadiazione, in parallelo o misti, possono essere ricondotti ad una stadiazione in tandem definendo opportunamente i sottorazzi. Se per esempio consideriamo uno stadio inferiore a propellente liquido, che nella prima fase di volo è assistito da un numero k di *boosters* a propellente solido, possiamo ricondurlo ad un lanciatore a due stadi in tandem se definiamo come primo sottorazzo il lanciatore completo, e come secondo sottorazzo lo stadio inferiore, senza i *boosters* a propellente solido, con i serbatoi riempiti fino al livello corrispondente all'istante di separazione dei *boosters*, più il carico utile. Tutte le formule riportate sopra possono allora essere utilizzate, anche se bisogna avere l'accortezza di definire in modo appropriato le c_i ed i κ_{si} dei vari sottorazzi. Nell'esempio citato, la velocità efficace di uscita del primo sottorazzo, c_1, va definita come

$$c_1 = \frac{F_1 + k\,F_0}{\dot{m}_1 + k\,\dot{m}_0} \tag{13.22}$$

avendo indicato con F_1 la spinta dello stadio a propellente liquido e $\dot{m}_1$ la relativa portata in massa dei propellenti; F_0 e $\dot{m}_0$ indicano i rispettivi valori per un singolo booster a propellente solido. Per quanto riguarda il coefficiente strutturale del primo sottorazzo, esso andrà definito come

$$\kappa_{s,1} = \frac{m_{s,1} + k\,m_{s,0}}{m_{s,1} + m'_{p,1} + k\,m_{s,0} + k\,m_{p,0}} \tag{13.23}$$

essendo $m_{s,1}$ la massa delle strutture dello stadio a propellente liquido, e $m'_{p,1}$ la massa di propellente liquido consumata fino allo spegnimento dei boosters a propellente solido. Inoltre, $m_{s,0}$ indica la massa delle strutture di un singolo booster solido, e $m_{p,0}$ la relativa massa di propellente solido bruciato.

Per il secondo sottorazzo, possiamo definire la velocità efficace di uscita semplicemente come

$$c_2 = \frac{F_1}{\dot{m}_1} \tag{13.24}$$

ma occorre invece prestare attenzione alla definizione del coefficiente strutturale del sottorazzo:

$$\kappa_{s,2} = \frac{m_{s,1}}{m_{s,1} + m''_{p,1}} \tag{13.25}$$

dove con $m''_{p,1}$ abbiamo indicato la massa di propellente rimasta nei serbatoi al momento dello spegnimento dei boosters solidi (ovviamente $m'_{p,1} + m''_{p,1}$ risulterà uguale alla massa totale dei propellenti liquidi $m_{p,1}$).

Capitolo 14

Principali lanciatori e motori disponibili

In questo capitolo forniamo alcuni dati sui principali lanciatori e motori attualmente disponibili [26], o comunque in fase di avanzato sviluppo. Un criterio di classificazione dei lanciatori distingue tra lanciatori ELV (*Expendable Launch Vehicles*, o semplicemente *expendable*), che vengono completamente persi nel lancio (e che rappresentano la parte di gran lunga maggiore degli attuali lanciatori), e lanciatori *riutilizzabili*, RLV (*Re–usable Launch Vehicles*). Quest'ultima categoria comprende al momento attuale solo lo *Space Shuttle*, anche se in realtà la riutilizzabilità si riferisce solo ad una parte limitata dell'intero lanciatore (per cui il vantaggio in termini economici è, almeno in questo caso, molto dubbio).

Non consideriamo invece in questa breve panoramica i veicoli, tra l'altro di ancora lontana realizzazione, che utilizzano un primo stadio propulso da motori *air–breathing*, cioè respiranti (*esoreattori*), come autoreattori a combustione subsonica o supersonica, ed un secondo stadio (eventualmente integrato con il primo) con propulsione a razzo per l'immissione in orbita. Tra questi citiamo il progetto tedesco Sänger, l'inglese HOTOL, il giapponese HOPE, nonché lo statunitense Hyper–X (in realtà un modello in scala, senza equipaggio, di un futuro lanciatore più grande). Si noti che in questi veicoli il primo stadio sarà completamente riutilizzabile.

14.1 Lanciatori pesanti

Riportiamo qui le caratteristiche principali dei più importanti lanciatori 'pesanti' (intesi cioè a portare in orbita elevati carichi utili, dell'ordine delle migliaia di chilogrammi).

14.1.1 Ariane 4

L'Ariane 4, prodotto da un consorzio europeo a maggioranza francese, è disponibile in varie versioni, che differiscono per il numero di *boosters* esterni (0, 2 oppure 4), e per il tipo di propellente da questi utilizzato, solido o liquido. Le varie versioni sono identificate dal numero di boosters e da una o due lettere che identificano il propellente utilizzato dai *boosters* esterni (P solido, L liquido); così ad esempio la versione Ariane 44LP è dotata di quattro *boosters*, dei quali due a propellente solido e due a propellente liquido, mentre la versione 44L è dotata di quattro *boosters* a propellente liquido. Questa gamma di versioni consente di inviare in una GTO (*Geostationary Transfer Orbit*, cioè un orbita di trasferimento ellittica con apogeo alla quota geostazionaria, ed in questo caso particolare con inclinazione di 7°) carichi utili compresi tra i 1900 ed i 4200 kg (il valore superiore si riferisce alla versione 44L); è comunque anche possibile effettuare lanci doppi (cioè lanciare due satelliti con

un solo vettore). Per la versione Ariane 44LP, la massa iniziale è di circa 418500 kg. Riportiamo qui in dettaglio la struttura della versione Ariane 44L.

- 1° stadio. Esso è azionato da quattro motori Viking V che sviluppano ciascuno una spinta di circa 675 kN al livello del suolo, e di 750 kN nel vuoto, per un tempo di combustione di 206 s, più quattro *boosters* a propellente liquido Viking VI (di pari spinta, ma con tempo di combustione limitato a 143 s). La pressione in camera è di 5.85 MPa, ed il rapporto di espansione dell'ugello 10.48. Incidentalmente, le versioni che adottano invece *boosters* a propellente solido (della Fiat Avio) utilizzano fino a quattro motori che forniscono ciascuno una spinta di 650 kN (al livello del suolo, con velocità efficace di uscita di 2415 m/s) per un tempo però alquanto più ridotto, 42 s. I motori Viking sono alimentati con una combinazione *storable* idrazina–tetrossido d'azoto (ipergolica) che consente una velocità efficace di uscita di 2430 m/s al livello del suolo, e di 2730 m/s nel vuoto. I motori operano in modo indipendente l'uno dall'altro (cioè ciascuno ha i suoi serbatoi ed il suo impianto di alimentazione). L'alimentazione avviene mediante turbopompe con generatore di gas; i serbatoi sono pressurizzati a 0.5 MPa per evitare problemi di cavitazione.

- 2° stadio. Esso è azionato da un motore Viking IV che sviluppa, nel vuoto, una spinta di 798 kN con una velocità efficace di uscita di 2900 m/s. Le prestazioni sono più elevate rispetto ai motori del primo stadio perché è possibile utilizzare un ugello con rapporto di espansione più alto, pari a 30.8. L'ugello è fornito di *gimbal* (snodo) per consentire di orientare la direzione della spinta (cosa non richiesta per il primo stadio, in quanto, essendo presenti più motori, la direzione di spinta può essere alterata diminuendo, p. es., la spinta di un singolo motore).

- 3° stadio. Esso è azionato da un motore HM7B a propellenti criogenici LH–LOX, e fornisce una spinta di 63 kN (nel vuoto, ovviamente) con una velocità efficace di uscita di ben 4360 m/s. La pressione in camera è di 3.5 MPa, ed il rapporto di espansione dell'ugello 62.5. Anche questo motore è fornito di *gimbal*. Per dare un'idea dei problemi tecnologici associati con questo tipo di motore ad alte prestazioni, si pensi che la turbopompa di alimentazione del combustibile ruota a 60000 giri al minuto, ed è raffreddata con l'idrogeno stesso.

Il *fairing* (carenatura) che protegge il carico utile ha una massa di 750 – 810 kg (dipende dal carico utile); esso viene rilasciato a 110 km di altezza, durante l'operazione del secondo stadio, quando ormai le forze aerodinamiche sono divenute trascurabili.

14.1.2 Ariane 5

Le successive versioni dell'Ariane, da Ariane 1 ad Ariane 4, si sono basate essenzialmente su motori a propellenti liquidi *storable* per gli stadi inferiori. L'Ariane 5 rappresenta invece un disegno completamente nuovo, in cui il primo stadio adotta propellenti liquidi criogenici LH–LOX. Questo vettore può portare, nella versione attuale, fino a 6800 kg di carico utile in GTO, oppure 16000 kg in LEO. Esso comprende un primo stadio assistito da due *boosters* a propellente solido, ed un secondo stadio.

- *Boosters*. Denominati P230, sono prodotti dalla Fiat Avio. Hanno un diametro di circa 3 m per un'altezza di 27 m; ciascuno ha una massa di 267000 kg (di cui 237000 di propellente, quindi $\kappa_s \simeq 11.2\%$) e sviluppa 5872 kN (al livello del suolo; 6165 kN nel vuoto), con una velocità efficace di uscita di 2680 m/s. Essi bruciano per 123 s ad una pressione di 6 MPa, e spingono il vettore fino a 56 km di quota; il numero di Mach al momento della separazione è pari a 6.5.

Il grano è formato da tre segmenti. L'ugello è orientabile fino a 6°.6, permettendo così un controllo della direzione di spinta.

- 1° stadio. Il primo stadio vero e proprio è azionato da un motore Vulcain a propellente criogenico LH–LOX, prodotto da un consorzio di cui la SEP è il *prime contractor*. Esso sviluppa 860 kN al livello del suolo, e 1120 kN nel vuoto (il rapporto geometrico di espansione dell'ugello è 45); la velocità efficace di uscita è di 4215 m/s. La massa del motore m_{eng} è di circa 1650 kg, per cui il rapporto spinta/peso (al livello del suolo) vale

$$\frac{F}{W} = \frac{F}{g_0\, m_{eng}} = \frac{860 \cdot 10^3}{9.80665 \cdot 1650} \simeq 53 \tag{14.1}$$

La pressione in camera è di 10.8 MPa, la temperatura 3500 K, ed il rapporto ossidante/ combustibile vale 5.3. L'altezza del motore è 3 m ed il diametro dell'ugello 1.76 m. L'iniezione avviene attraverso 516 elementi; tanto le pareti della camera che quelle dell'ugello (composte da un fascio di 456 tubi) sono raffreddate mediante idrogeno liquido.

- 2° stadio. Al momento attuale è previsto un motore a propellenti propellenti liquidi *storable*, che sviluppa una spinta di circa 27 kN.

- È tuttavia in fase di sviluppo un nuovo stadio superiore, il Vinci, a propellenti criogenici, con una spinta di 180 kN, che permetterà di elevare il carico utile in GTO fino a 12000 kg. Se ne prevede l'entrata in servizio nel 2006.

14.1.3 STS (Space Shuttle)

Lo statunitense *Space Transportation System* (STS) è più noto come *Space Shuttle*. La navetta è propulsa da tre motori SSME (*Space Shuttle Main Engine*) a propellenti criogenici LH–LOX, i quali nella fase iniziali del volo sono assistiti da due *boosters* a propellente solido (SRM, *Solid Rocket Motor*).

- *Boosters*. I SRM, della Thiokol, sviluppano ciascuno una spinta di 12000 kN, con una velocità efficace di uscita, nel vuoto, di 2860 m/s. Il tempo di combustione è di circa 60 s. Dopo il distacco, i SRM ricadono nell'oceano, dove vengono recuperati per un successivo riutilizzo (fino a venti volte).

- Motori principali. Ciascun SSME (prodotto dalla Rocketdyne) sviluppa una spinta nominale di 1670 kN al livello del suolo, e di 2090 kN nel vuoto, dove la velocità efficace di uscita raggiunge i 4450 m/s. Tale spinta può tuttavia essere modulata nel campo 65 – 109 %. La pressione all'uscita della turbopompa dell'idrogeno è di 48.5 MPa, quella all'uscita delle turbopompe dell'ossigeno di 55.6 MPa, mentre la pressione in camera di combustione è di 22.5 MPa; si noti quindi l'ampia caduta di pressione che, tra l'altro, serve a prevenire le instabilità di combustione. Incidentalmente, la potenza delle pompe di alta pressione è di 57.7 MW per quella dell'idrogeno e 22 MW per quella dell'ossigeno. Il rapporto ossidante/combustibile è pari a 6.0. Poiché tali motori devono operare dal livello del suolo fino all'inserimento in orbita, è necessario accettare un rapporto di espansione dell'ugello piuttosto alto, pari a 77.5, anche a costo di una certa perdita per sovraespansione al decollo, al fine di non penalizzare eccessivamente le prestazioni ad alta quota. I SSME hanno una vita operativa di circa 55 voli. La massa del motore è di

3170 kg, quindi il rapporto spinta/peso (se valutato rispetto alla spinta massima nel vuoto) vale

$$\frac{F}{W} = \frac{F}{g_0\, m_{eng}} = \frac{1.09 \cdot 2090 \cdot 10^3}{9.80665 \cdot 3170} \simeq 73 \tag{14.2}$$

mentre al livello del suolo risulta circa 58.5. Il motore è alto 4.27 m ed ha un diametro massimo di 2.44 m.

La massa dello *Space Shuttle* al decollo è di circa 2 000 000 kg, ed il carico utile che può essere inserito su un'orbita terrestre bassa di inclinazione 28°.5 (pari alla latitudine della base di lancio di Cape Canaveral) è di circa 30000 kg. I motori a propellente liquido criogenico sono dapprima alimentati mediante il grosso serbatoio esterno, che poi viene sganciato; nella fase finale del volo sono quindi utilizzati serbatoi interni alla navetta.

Una versione avanzata, indicata come *Shuttle II*, utilizzante *boosters* a propellenti ibridi con prestazioni del 15% superiori a quelle dei SRM, è stata proposta [25].

14.1.4 NLS

Lo NLS (*National Launch System*) è un nuovo lanciatore pesante in fase di sviluppo negli Stati Uniti, che si propone di ridurre i costi di lancio rispetto allo *Space Shuttle* abbandonando l'idea della navetta ma utilizzando tecnologie già ampiamente provate, contenendo quindi al minimo i costi di sviluppo. Sebbene lo configurazione definitiva dello NLS sia ancora in fase di definizione, in una delle versioni proposte lo NLS è infatti sostanzialmente derivato da elementi dello *Space Shuttle*, con il serbatoio principale che alimenta quattro motori derivati dagli SSME, più due *boosters* a propellente solido, derivati dai SRM:

1. Boosters. Denominati ASRM (*Advanced Solid Rocket Motor*), costituiscono un'evoluzione dei SRM, e sono sviluppati congiuntamente da Lockheed (*prime contractor*), Gen Corp, Aerojet, RUST, più Thiokol, Babcock and Wilcox, Ladish Corp. Il loro uso è previsto anche su prossime versioni dello *Space Shuttle* stesso. Sviluppano una spinta di 15600 kN, con un incremento quindi del 30% rispetto ai SRM, grazie ad un maggiore diametro (3.81 m, per una lunghezza di 38.4 m); la loro massa è di 590000 kg. Il motore è composto di 3 segmenti anziché 4 come nei SRM, per ridurre il numero dei giunti e così anche le possibilità di malfunzionamento.

2. Motori principali. Designati come STME (*Space Transportation Main Engine*), essi sono stati sviluppati sul concetto di ridurre i costi semplificando al massimo il motore SSME, anche a prezzo di una lieve riduzione delle prestazioni. Così il numero dei componenti principali scende da 5807 nello SSME a 3047 nello STME, ed il numero delle saldature principali da 1518 a 56; la velocità efficace di uscita è però ridotta a 4200 m/s (nel vuoto, anche perché il rapporto di espansione dell'ugello è limitato a 45) e 3575 m/s (al livello del mare). La spinta nominale è di 2890 kN (nel vuoto); la pressione in camera è ridotta a 15.5 MPa, il che consente tra l'altro di adottare turbopompe meno 'spinte' (quella dell'ossigeno ruota a 7913 giri al minuto contro i 27900 dello SSME, quella dell'idrogeno a 23000 contro 34900) e quindi più economiche. Il motore è anche significativamente più pesante dello SSME (4130 kg), per cui il rapporto spinta/peso nel vuoto è circa 71.

14.1.5 Motori F–1 e F–1A

Cinque motori F–1 azionavano il primo stadio del lanciatore Saturno V (il secondo ed il terzo stadio erano invece propulsi da motori J–2 a propellente liquido criogenico LOX–LH, sviluppanti ciascuno una spinta di 1020 kN), che ha inviato le capsule Apollo in missione lunare, e che era in grado di immettere 95000 kg in orbita terrestre bassa. Recentemente ne è stata proposta una nuova versione, F–1A, per azionare un lanciatore pesante.

1. F–1. Esso adotta ossigeno liquido come ossidante e RP–1 come combustibile, in rapporto 2.27:1, sviluppando una spinta di 6770 kN con una velocità efficace di uscita di 2600 m/s. Il motore opera a 6.77 MPa, ed adotta un rapporto di espansione dell'ugello pari a 16. La massa del motore è di 8445 kg, per cui il rapporto spinta/peso è circa 82.

2. F–1A. La nuova versione sviluppa al livello del mare una spinta di 8000 kN e nel vuoto di 8990 kN, con rispettive velocità efficaci di uscita di 2645 e 2970 m/s. La pressione in camera di combustione è stata portata a 8 MPa, mentre la massa è di circa 8620 kg; si notino quindi gli ottimi rapporti spinta/peso, intorno a 95 e 106, rispettivamente a livello del mare e nel vuoto.

È stato suggerito di usare i motori F–1 A come *boosters* (al posto degli ASRM) del NLS; una configurazione con 2 motori F–1A consentirebbe un carico utile di 68000 kg, una con 6 motori un carico di 166000 kg, ed infine una con 8 motori un carico di 226800 kg.

14.1.6 Titan

Il lanciatore statunitense Titan della Lockheed, derivato da un vettore militare intercontinentale, è stato utilizzato sin dagli anni '60 per la missione Gemini. Sono attualmente in produzione due versioni, chiamate Titan II e Titan IVB.

I veicoli Titan II sono missili balistici intercontinentali decommissionati, che sono stati riadattati a vettori spaziali. Il lanciatore è alto fino a 42.9 m (dipende dal *fairing* adottato per il carico utile), ed ha una massa iniziale di 155000 kg. Il carico utile in orbita terrestre bassa è di 1900 kg (quindi a rigore andrebbe considerato tra i lanciatori intermedi, anche se qui per comodità di esposizione ne accorpiamo la descrizione con quella della più potente versone Titan IVB). Riportiamo di seguito i principali dati relativi al sistema propulsivo:

- 1° stadio. Adotta due motori LR87–AJ–5 a propellenti liquidi *storable* aerozina 50 (una miscela al 50% di UDMH e idrazina)/tetrossido d'azoto (rapporto di miscela $O/F = 1.9$), i quali forniscono una spinta di 2090 kN nel vuoto, con velocità efficace di uscita di 2903 m/s. I motori, alimentati con ciclo a generatore di gas, operano ad una pressione in camera di 5.72 MPa per 147 s, e l'ugello presenta un rapporto di espansione pari a 12. Lo stadio è caratterizzato da un coefficiente strutturale eccezionalmente basso, pari a 3.35%, essendo la massa dello stadio pari a 122000 kg, di cui 117900 di propellenti. La struttura dello stadio è in alluminio. I serbatoi dei propellenti sono pressurizzati a terra tramite azoto, mentre in volo la pressione richiesta è mantenuta mediante i gas che escono dalla turbina (raffreddati) per il serbatoio del combustibile, e tetrossido d'azoto vaporizzato per l'ossidante.

- 2° stadio. Adotta un motore LR91–AJ–5, che adotta la stessa combinazione di propellenti del precedente (sebbene con $O/F = 1.8$). La spinta nel vuoto è di 440 kN, con velocità efficace di uscita di 3100 m/s, grazie ad un ugello con rapporto di espansione pari a 49. La pressione in camera è ancora di 5.7 MPa, ed il tempo di combustione di 182 s. Le dimensioni dello stadio,

realizzato in alluminio, sono di 12.2 m di lunghezza e 3.05 m di diametro, per una massa di 30000 kg, di cui 27000 kg di propellenti (coefficiente strutturale del 10%).

Un notevole potenziamento del Titan è rappresentato dalla versione Titan IVB, che in particolare grazie a due potenti *boosters* ausiliari arriva ad inviare in orbita terrestre bassa un carico utile di 21680 kg. L'architettura del lanciatore è la seguente:

- Boosters. Sono utilizzati due motori SRMU a propellente solido in grado di produrre ciascuno una spinta massima di 7500 kN nel vuoto, per una velocità efficace d'uscita di 2800 m/s. Il motore opera a 8.69 MPa, con un ugello con rapporto d'espansione pari a 16; la durata della combustione è di 137.8 s. Ogni motore consta di tre segmenti. La massa di ciascun motore (alto 34.3 m, con un diametro di 3.2 m) è di 350000 kg, di cui 313000 kg di propellenti (coefficiente strutturale 10.6 %). Il materiale della cassa del motore è l'acciaio.

- 1° stadio. Adotta due motori LR87–AJ–11 a propellenti liquidi *storable* aerozina 50 (vedi Titan II)/tetrossido d'azoto (rapporto di miscela $O/F = 1.9$), i quali forniscono una spinta di 2410 kN nel vuoto, con velocità efficace di uscita di 2960 m/s. I motori, alimentati con ciclo a generatore di gas, operano ad una pressione in camera di 5.72 MPa per 164 s, e l'ugello presenta un rapporto di espansione pari a 15. La massa dello stadio è pari a 163000 kg, di cui 155000 di propellenti (coefficiente strutturale del 4.9%). La struttura dello stadio è in alluminio.

- 2° stadio. Adotta un motore LR91–AJ–11, con la stessa combinazione di propellenti del precedente (ma $O/F = 1.8$). La spinta nel vuoto è di 440 kN, con velocità efficace di uscita di 3100 m/s, grazie ad un ugello con rapporto di espansione pari a 49. La pressione in camera è di 5.7 MPa, ed il tempo di combustione di 223 s. Le dimensioni dello stadio, realizzato in alluminio, sono di 10 m di lunghezza e 3.05 m di diametro, per una massa di 39500 kg, di cui 35000 kg di propellenti (coefficiente strutturale 11.4%).

- 3° stadio. Sono disponibili due tipi di stadi superiori:

  - IUS. Consta in realtà di due stadi a propellente solido, in quanto è dedicato all'invio di carichi utili in GEO, mediante manovra alla Hohmann. Il primo dei due stadi ha massa complessiva di 10965 kg, dei quali 9710 di propellente (coefficiente strutturale 11.4%), spinta 200 kN nel vuoto, velocità efficace di uscita 2870 m/s, durata della spinta 153 s. L'ultimo stadio ha massa 3900 kg (di cui 2750 di propellente, con coefficiente strutturale di quasi il 30%), spinta 81.2 kN, velocità efficace d'uscita 2950 m/s, durata 104 s.
  - Centaur. Vedi sez. 14.1.10.

14.1.7 Energia

Il lanciatore russo Energia era originariamente inteso, tra l'altro, a servire da *booster* alla navetta spaziale Buran.

- Boosters. Possono essere utilizzati da due ad otto *boosters* ausiliari, ognuno dei quali adotta un motore a propellenti liquidi LOX/cherosene (rapporto di miscela O/F pari a 2.43) NPO Energomash RD–170, il quale con un unico impianto di alimentazione a turbopompe alimenta quattro camere di combustione e quindi quattro ugelli, e sviluppa una spinta di 7268 kN al livello del mare per una velocità efficace di uscita di 3030 m/s. La spinta sale a 7906 kN nel

vuoto, con una corrispondente velocità efficace di uscita di 3305 m/s. Notare la pressione in camera molto elevata, 24.5 MPa; il rapporto di espansione è di 26. Il tempo di combustione nominale è di 145 s. La massa totale delo stadio è di 355000 kg, di cui 320000 kg di propellenti, per cui il coefficiente strutturale dello stadio risulta 9.86%. La struttura, realizzata in alluminio, è alta 40 m ed ha un diametro di 3.9 m.

- 1° stadio. Adotta quattro motori a propellenti liquidi criogenici LOX–LH (rapporto di miscela O/F pari a 6.35) RD–0120, che forniscono ciascuno una spinta di 1451 kN al livello del mare e di 1962 kN nel vuoto. La corrispondente velocità efficace di uscita è di 3470 m/s al livello del suolo, e 4435 m/s nel vuoto. Il motore, alimentato con combustione a stadi, opera alla pressione di 20.6 MPa; il rapporto di espansione dell'ugello vale 85. La durata della combustione è di 480 s. Lo stadio, anch'esso realizzato in alluminio, è alto 60 m ed ha un diametro di 8 m. La massa dello stadio è di 905000 kg, di cui 820000 kg di propellenti (coefficiente strutturale 9.5%).

- 2° stadio. Lo stadio EUS, ancora realizzato in alluminio, adotta un singolo motore RD–0120 identico a quelli utilizzati per il primo stadio. È alto 16.47 m ed ha un diametro di 5.7 m; la massa è di 77000 kg, di cui 70000 kg di propellenti (coefficiente strutturale 9.1%).

- 3° stadio. A seconda della missione desiderata, è anche possibile adottare un terzo stadio, designato come RCS, realizzato in alluminio, azionato da un motore LOX/cherosene 1158 DM (rapporto di miscela O/F pari a 2.6), il quale fornisce una spinta di 19.1 kN nel vuoto, con velocità efficace di uscita di 3450 m/s. La pressione in camera è di 7.75 MPa, ed il rapporto di espansione dell'ugello è di ben 189. Il motore opera per 680 s; la massa dello stadio (alto 5.5 m, con diametro di 3.7 m) è di 17000 kg, di cui 15000 kg di propellenti (coefficiente strutturale 11.8%). A differenza dei precedenti motori, che non sono riaccendibili, lo RCS può essere riacceso fino a 7 volte.

14.1.8 Proton

Quest'altro lanciatore russo può essere configurato a due, tre o quattro stadi. È in grado di inviare, a seconda della versione, dai 19760 ai 21000 kg in LEO, oppure 2200 kg in GEO.

- 1° stadio. Adotta sei motori RD–253 a UDMH/tetrossido d'azoto (rapporto $O/F = 2.69$), ognuno dei quali sviluppa una spinta di 1474 kN al livello del suolo e 1745 kN nel vuoto, con corrispondenti velocità efficaci di uscita di 2620 e 3100 m/s. La pressione in camera è 14.7 MPa; il rapporto di espansione è di 26. Il tempo di combustione nominale è di 145 s. La massa totale è di 450400 kg, di cui 419400 kg di propellenti, per cui il coefficiente strutturale dello stadio risulta del 7%. L'alimentazione è con combustione a stadi; la durata della spinta è di 150 s. La struttura dei motori, realizzati in alluminio, è alta 21.2 m ed ha un diametro di 7.4 m.

- 2° stadio. Adotta quattro motori a propellenti liquidi *storable* (analoghi ai precedenti) RD–0210, ma con spinta ciascuno di 582 kN nel vuoto. La corrispondente velocità efficace di uscita è di 3200 m/s. Il motore, alimentato con combustione a stadi, opera alla pressione di 14.8 MPa. La durata della combustione è di 200 s. Lo stadio, anch'esso realizzato in alluminio, è alto 17.1 m ed ha un diametro di 4.1 m. La massa dello stadio è di 167800 kg, di cui 156100 kg di propellenti (coefficiente strutturale 7%).

- 3° stadio. Lo stadio EUS, ancora realizzato in alluminio, adotta un singolo motore RD–0210 identico a quelli utilizzati per il secondo stadio. È alto 4.1 m ed ha un diametro anch'esso di 4.1 m; la massa è di 52600 kg, di cui 46600 kg di propellenti (coefficiente strutturale 11.4%). La durata della spinta è estesa a 250 s.

- 4° stadio. Questo stadio adotta il motore 11D58M, utilizzato anche dal vettore Energia, al quale perciò rimandiamo.

14.1.9 H–II

Questo lanciatore giapponese è in grado di inviare un carico di 10500 kg in LEO, o 2200 kg in GEO, con una massa iniziale di 260000 kg. La configurazione è la seguente:

- *Boosters*. Il lanciatore adotta due *boosters* ausiliari a propellente solido, ognuno dei quali sviluppa una spinta al livello del suolo di 1560 kN, con velocità efficace di uscita di 2677 m/s. La pressione operativa è di 5.6 MPa, e l'ugello adotta un rapporto di espansione pari a 10. La cassa del motore è in acciaio; ogni motore ha una massa di 70000 kg di cui 59000 kg di propellente (coefficiente strutturale 15.7%), è alto 23 m ed ha un diametro di 1.8 m.

- 1° stadio. Il primo stadio adotta un motore LE–7 a propellenti LH/LOX ($O/F = 6$), di spinta 843 kN al livello del mare e 1080 kN nel vuoto (dove la velocità efficace di uscita raggiunge i 4363 m/s). Il sistema di alimentazione, a stadi, porta la pressione a 14.4 MPa in camera; il rapporto di espansione dell'ugello è di 52. La durata della spinta è di 346 s. Lo stadio, in lega di alluminio, ha una massa di 98000 kg, di cui 86000 di propellenti (coefficiente strutturale 12.2%); è alto 29 m ed ha un diametro di 4 m.

- 2° stadio. Il secondo stadio adotta un motore LE–5A a propellenti LH/LOX ($O/F = 5$), di spinta 122 kN nel vuoto (velocità efficace di uscita pari a 4430 m/s). Pressione di 3.8 MPa in camera; rapporto di espansione dell'ugello pari a 130. La durata della spinta è di 609 s. Lo stadio, in lega di alluminio, ha una massa di 20000 kg, di cui 17000 di propellenti (coefficiente strutturale 15.%); è alto 11 m ed ha un diametro di 4 m.

  Il lanciatore H–II tra l'altro è inteso a portare nello spazio l'aeroplano orbitale giapponese HOPE.

14.1.10 Atlas

Questo lanciatore statunitense utilizza come stadio base un derivato del lanciatore militare Atlas, eventualmente assistito da *boosters* ausiliari a propellente solido, e come stadio superiore il Centaur a propellente liquido criogenico. Sono attualmente disponibili le versioni Atlas IIA, Atlas IIAS, Atlas IIIA, Atlas IIIB, Atlas V 400, ed altre versioni più potenti sono in fase di sviluppo. Tutti gli Atlas adottano una struttura in acciaio inossidabile. L'Atlas IIA, complessivamente alto 47.4 m e caratterizzato da una massa al decollo di 187500 kg, presenta la seguente configurazione:

- 1° stadio. I serbatoi del primo stadio alimentano un complesso di tre motori a propellente liquido (LOX–RP1), globalmente indicato come MA–5A (della Rocketdyne): di questi, due, con spinta di 927 kN ciascuno al livello del suolo (1032.5 kN nel vuoto), e velocità efficace di uscita di 2560 m/s e 2880 m/s rispettivamente (rapporto d'espansione pari a 8), sono indicati come stadio '1/2' e sono distaccati dopo 172 s mentre il motore principale, che sviluppa una

spinta di 266 kN (a livello del suolo) e 380.6 kN (nel vuoto), $c = 2110$ m/s e 3050 m/s (rapporto d'espansione pari a 25), è ancora attivo, avendo un tempo di spinta di 283 s. Quindi in questo caso si ha una stadiazione in cui sono eliminati solo i motori, e non i serbatoi. Il motore è alimentato a generatore di gas, ma la pressione è differente per i due *boosters*, 4.41 MPa, e per il motore principale, 5.07 MPa. La massa totale dello stadio (che è alto 24.9 m ed ha un diametro di 3.05 m) è di 166700 kg, di cui 156400 kg di propellenti (coefficiente strutturale 5.9%).

- 2° stadio. Il secondo stadio, Centaur, è propulso da due motori RL10A–4 della Pratt & Whitney, a propellente liquido criogenico LH/LOX ($O/F = 5.5$) che sviluppano una spinta di 72.6 kN ciascuno nel vuoto (rapporto d'espansione dell'ugello pari a 85), con velocità efficace d'uscita $c = 4400$ m/s; il rapporto spinta/peso vale 53. La pressione in camera è di 3.21 MPa, e la durata della spinta è di 370 s. La massa complessiva dello stadio è di 18980 kg, di cui 16780 kg di propellenti (coefficiente strutturale 11.6%). Alcune versioni adottano il motore RL10A–4–1 con spinta di 99.2 KN e velocità efficace di uscita nel vuoto di 4417 m/s.

La versione Atlas IIAS adotta due

- *boosters* ausiliari a propellente solido CastorIVA della Thiokol, lunghi 13.6 m e del diametro di 1 m. La massa di un singolo motore all'accensione è di 11600 kg, di cui 10100 di propellente (coefficiente strutturale 13%). La spinta di ciascun motore è di 433.7 KN, con una velocità efficace di uscita di 2330 m/s al livello del suolo. La pressione in camera è di 4.76 MPa, ed il rapporto di espansione dell'ugello vale 8.3. La durata della spinta è di 56.2 s.

Si noti che il primo stadio, pur portando un'identica massa di propellente, ha una massa iniziale di 167600 kg, lievemente superiore a quella della versione IIA, a causa delle strutture di supporto dei *boosters* a propellente solido.

A differenza delle versioni precedenti, le versioni Atlas III e V adottano per il primo stadio un motore RD–180, sviluppato congiuntamente dalla Pratt & Whitney e dalla russa NPO Energomash. Riportiamo di seguito i dati significativi dello stadio:

- 1° stadio. Un motore RD–180 a propellenti LOX/RP–1 ($O/F = 2.72$) con due camere di combustione e quindi due ugelli, spinta al livello del suolo di 3827 kN e 4152 kN nel vuoto, con rispettive velocità efficaci di uscita di 3050 e 3310 m/s. La pressione in camera è di ben 25.7 MPa, ed il rapporto di espansione degli ugelli è 36.87. Le versioni IIIA e IIIB adottano uno stadio alto 28.91 m, di diametro 3.05 m, massa iniziale 196100 kg di cui 181900 di propellenti (la massa inerte è di 13725 kg di strutture dello stadio più 465 kg di interstadio); il coefficiente strutturale vale pertanto 7.2%. Le versioni V adottano invece uno stadio alto 32.46 m, del diametro di 3.8 m, con massa iniziale di 305400 kg, di cui 284500 kg di propellenti (coefficiente strutturale 6.8%). Pertanto, mentre nelle versioni III il tempo di combustione è di 190 s, nelle versioni V esso è esteso a 235 – 250 s.

La versione Atlas IIIA adotta per il secondo stadio un singolo motore RL10–A–1, ma con tempo di spinta praticamente raddoppiato, 740 s. La versione Atlas IIIB adotta poi un secondo stadio con un singolo motore RL10–A–2, con massa dei propellenti portata a 20830 kg, per cui la durata della spinta è ulteriormente estesa a 900 s. La massa complessiva dello stadio è di 22960 kg, per cui il coefficiente strutturale è pari a 9.2%.

Le versioni Atlas V adottano anche più potenti

- boosters ausiliari a propellente solido SRB, lunghi 17.7 m e del diametro di 1.55 m. La massa di un singolo motore all'accensione è di 40800 kg. La spinta di ciascun motore è di 1134 kN, con una velocità efficace di uscita nel vuto di 2700 m/s nel vuoto. La durata della spinta è di 94 s. A seconda della versione, possono essere adottati fino a 5 motori ausiiari.

La massa complessiva della versione IIIA al decollo è di 220700 kg, quella della versione IIB di 225400 kg; per la versione V 400 (senza *boosters* ausiliari) è di 333300 kg, mentre per la versione V 551 (cinque SRB) è di 540300 kg. Sono anche previste versioni ancora più potenti con *boosters* ausiliari a propellente liquido, azionate da motori del tipo RD–180.

Il carico utile in un'orbita terrestre di bassa inclinazione a 185 km di altezza è di 7316, 8618, 8640, 10718, 12500 kg per le versioni Atlas IIA, Atlas IIAS, Atlas IIIA, Atlas IIIB, Atlas V 400 rispettivamente. I costi di lancio sono indicativamente compresi tra i 75 e gli 85 M$ per Atlas IIA, tra i 90 ed i 105 M$ per le versione IIAS, IIIA e IIIB, tra i 75 e i 90 M$ per la versione V 400.

14.2 Lanciatori intermedi

Tra i principali rappresentanti di questa categoria, indicativamente destinati ad inserire in orbita terrestre bassa carichi utili dal migliaio a poche migliaia di chilogrammi circa, annoveriamo i seguenti.

14.2.1 Delta II

Questo lanciatore statunitense, derivato da un vettore militare (il missile a portata intermedia Thor), è disponibile in varie versioni, designate mediante un codice a quattro cifre, come 6925 o 7925 (vedi oltre). La massa iniziale della versione 6925 è di 218000 kg, mentre per la versione 7925 è di 230000 kg. La prima versione è in grado di inserire un carico utile di 1450 in orbita di trasferimento geostazionaria (GTO), la seconda 1840 kg; l'altezza del lanciatore è di 38.1 m. Queste versioni presentano tre stadi, più *boosters* ausiliari. Esistono anche le versioni 6920 e 7920, prive dell'ultimo stadio, dedicate ad orbite terrestri basse. Il costo di un lancio si aggira intorno ai 45 – 50 milioni di dollari.

Vediamo l'architettura della versione 6925:

- Boosters. Sono utilizzati nove motori Castor IV–A a propellente solido in grado di produrre ciascuno una spinta massima di 427 kN al livello del suolo, e 478 kN nel vuoto, per corrispondenti velocità efficaci d'uscita di 2327 e 2605 m/s. Il motore opera a 4.77 MPa, con un ugello con rapporto d'espansione pari a 8.29; la durata della combustione è di 56.2 s. La massa di ciascun motore (alto 11.2 m, con un diametro di 1 m) è di 11700 kg, di cui 10100 kg di propellenti (coefficiente strutturale 13.7 %). Il materiale della cassa del motore è l'acciaio.

- 1° stadio. Adotta un motore RS–27 a propellenti liquidi RP–1/LOX (rapporto di miscela O/F = 2.24), i quali forniscono una spinta di 911 kN a livello del suolo e 1020 kN nel vuoto, con velocità efficace di uscita rispettivamente di 2580 e 2890 m/s. Il motore, alimentato con ciclo a generatore di gas, opera ad una pressione in camera di 4.84 MPa per 265 s, e l'ugello presenta un rapporto di espansione pari a 8. La massa dello stadio è pari a 101700 kg, di cui 96100 di propellenti (coefficiente strutturale del 5.5%). La struttura dello stadio è in alluminio.

- 2° stadio. Adotta un motore AJ–10–118K, a propellenti *storable* aerozina 50/tetrossido d'azoto (O/F = 1.8). La spinta nel vuoto è di 42.43 kN, con velocità efficace di uscita di 3130 m/s, grazie ad un ugello con rapporto di espansione pari a 65. La pressione in camera è di 5.7

MPa, ed il tempo di combustione di 439.7 s. Le dimensioni dello stadio, realizzato in acciaio inossidabile, sono di 5.97 m di lunghezza e 2.44 m di diametro, per una massa di 6997 kg, di cui 6076 kg di propellenti (coefficiente strutturale 13.2%).

- 3° stadio. Questo stadio, realizzato in titanio, è equipaggiato da un motore a propellente solido STAR–48B, di spinta 66.44 kN e velocità efficace di uscita 2870 m/s nel vuoto. La pressione operativa è di 3.97 MPa, e l'ugello presenta un rapporto di espansione di 54.8. La durata della spinta è di 54.8 s. Lo stadio è lungo 2.04 m, ha un diametro di 1.25 m, una massa complessiva di 11700 kg di cui 10100 kg di propellenti (coefficiente strutturale 13.7%).

La versione 7925 è invece strutturata nel modo seguente:

- *Boosters*. Sono utilizzati nove motori GEM a propellente solido in grado di produrre ciascuno una spinta massima di 435 kN al livello del suolo, e 487.6 kN nel vuoto, per corrispondenti velocità efficaci d'uscita di 2410 e 2685 m/s. Il motore opera a 5.63 MPa, con un ugello con rapporto d'espansione pari a 10.65; la durata della combustione è di 63 s. La massa di ciascun motore (alto 13 m, con un diametro di 1 m) è di 13000 kg, di cui 11700 kg di propellenti (coefficiente strutturale 10%). Il materiale della cassa del motore è grafite epossidica.

- 1° stadio. Adotta un motore RS–27A simile a quello della versione 6925, ma con spinta di 884 kN a livello del suolo e 1043 kN nel vuoto, con velocità efficace di uscita rispettivamente di 2505 e 2960 m/s. Le prestazioni, peggiori al livello del suolo rispetto al RS–27 ma migliori nel vuoto, sono giustifivcate dal più alto rapporto di espansione, pari a 12. La massa dello stadio è pari a 101900 kg, di cui 96000 di propellenti (coefficiente strutturale del 5.5%).

- 2° stadio. Identico a quello della versione 6925.

- 3° stadio. Identico a quello della versione 6925.

Con queste premesse, possiamo spiegare il significato del codice a quattro cifre. Le prime due cifre si riferiscono ai *boosters* ausiliari: la prima vale 6 per Castor IV–A e 7 per GEM, la seconda indica il numero di motori ausiliari adottati. La terza cifra si riferisce al secondo stadio (è uguale a 5 se questo adotta motori AJ10–118 K), la quarta al terzo stadio (uguale a zero se il vettore è configurato a soli due stadi, oltre ai *boosters* ausiliari, uguale a 5 se adotta il motore STAR–48B).

14.2.2 Long March

La famiglia dei lanciatori cinesi *Long March* (Lunga Marcia) comprende lanciatori bistadio (per LEO) o tristadio (per GTO), in grado di satellizzare carichi utili dai 740 ai 13600 kg in LEO, o dai 200 ai 4500 kg in GTO, per cui in realtà alcune configurazioni potrebbero essere classificate come lanciatori pesanti, altre come lanciatori per piccoli satelliti; le trattiamo tuttavia tutte insieme in quanto possiedono caratteristiche simili. Il primo ed il secondo stadio, a propellenti liquidi, adottano una combinazione *storable* UDMH – tetrossido d'azoto. Il terzo stadio può essere o a propellenti solidi (nella versione di minore capacità) oppure a propellenti liquidi criogenici LOX–LH. Un vantaggio di questi lanciatori è il loro basso costo, inavvicinabile per gli standards occidentali; per esempio la versione LM–2E, che è in grado di iniettare 9200 kg in LEO, ha indicativamente un costo compreso tra i 45 ed i 50 M$. Tuttavia questi lanciatori sono soggetti a più alti costi assicurativi. Descriviamo, a titolo di esempio, la configurazione della versione LM–2E

- Boosters. Sono utilizzati due motori YF–20 a propellenti *storable* UDMH/tetrossido d'azoto , ognuno dei quali sviluppa una spinta di 741 kN al livello del suolo, con velocità efficace di uscita di 2540 m/s. Il tempo di combustione nominale è di 128 s. Ogni motore ha una massa totale di 41000 kg, di cui 38000 kg di propellenti, per cui il coefficiente strutturale dello stadio risulta del 7.3%. L'alimentazione è con generatore di gas. La struttura, in alluminio, è alta 16 m ed ha un diametro di 2.25 m.

- 1° stadio. Adotta quattro motori YF–20 del tipo sopra citato, ma con durata della spinta estesa a 166 s. La massa dello stadio (alto 23.7 m, diametro 3.35 m) è di 196500 kg, di cui 187000 kg di propellenti, per cui il coefficiente strutturale dello stadio risulta del 4.8%.

- 2° stadio. Adotta un motore YF–22 a UDMH/tetrossido d'azoto, di 740 kN di spinta nel vuoto, velocità efficace d'uscita 2900 m/s. La durata della spinta è di 295 s. La struttura dello stadio, in alluminio, è alta 15.52 m ed ha un diametro di 3.35 m; la massa complessiva è di 91500 kg, di cui 86000 di propellenti (coefficiente strutturale 6%).

14.3 Lanciatori per piccoli satelliti

In questa categoria sono classificati i lanciatori destinati ad inserire in orbita terrestre bassa carichi utili indicativamente non superiori ai 1500 chilogrammi.

14.3.1 Pegasus

Il Pegasus è un lanciatore sviluppato negli Stati Uniti dalla OSC e dalla Hercules Aerospace Co. che, unico nel suo genere, è lanciato da un aereo in volo (per ora un bombardiere Boeing B–52, per quanto si prevede in futuro di utilizzare un aereo civile come un Lockheed L–1011) ad una quota di circa 12800 m e ad un numero di Mach di 0.8 (corrispondenti, a quella quota, ad una velocità di 235 m/s). Poiché quindi il lancio è orizzontale, il Pegasus è dotato di ali per assicurare una portanza nella fase iniziale della traiettoria. Questo concetto introduce numerosi vantaggi: la velocità e la quota acquisite dall'aereo–madre, una riduzione della resistenza aerodinamica grazie al lancio in quota, una velocità efficace di uscita più alta grazie ai più elevati rapporti di espansione consentiti per gli ugelli (per la minore pressione in quota), e minore perdite gravitazionali grazie alla particolare traiettoria ed all'assistenza delle ali. Oltre a questi vantaggi di prestazioni, si hanno interessanti vantaggi operativi grazie alla maggiore flessibilità offerta nella determinazione del 'punto di lancio'; si può per esempio lanciare direttamente il carico utile in orbita equatoriale, se l'aereo madre si porta dalla base di partenza fino all'equatore.

Il lanciatore comprende tre stadi a propellente solido; il peso complessivo alla partenza è di 19000 kg, ed il carico utile per un'orbita equatoriale a 200 km di altezza è di circa 390 kg. Il costo di un lancio è stimato intorno ai 10 M$. La configurazione è la seguente:

- 1° stadio. Questo stadio adotta un motore a propellente solido di spinta 484.9 kN nel vuoto, velocità efficace di uscita 2885 m/s. La pressione in camera è di 5.84 MPa, ed il rappprto di espansione dell'ugello è pari a 40; la durata della spinta è di 72.4 s. Lo stadio, lungo 8.88 m, di diametro 1.27 m, ha un'apertura alare di 6.71 m; la massa complessiva è di 13420 kg, di cui 12160 di propellente (coefficiente strutturale 9.4%). La cassa è in grafite epossidica.

- 2° stadio. Questo stadio adotta un motore a propellente solido di spinta 118.2 kN nel vuoto, velocità efficace di uscita 2865 m/s. La pressione in camera è di 5.83 MPa, ed il rapporto di

espansione dell'ugello è pari a 65; la durata della spinta è di 73.3 s. Lo stadio, lungo 2.65 m, di diametro 1.27 m, ha una massa complessiva di 3370 kg, di cui kg 3025 di propellente (coefficiente strutturale 10.2%). La cassa è in grafite epossidica.

- 3° stadio. Questo stadio adotta un motore a propellente solido di spinta 31.9 kN nel vuoto, velocità efficace di uscita 2830 m/s. La pressione in camera è di 3.78 MPa, ed il rappprto di espansione dell'ugello è pari a 60; la durata della spinta è di 68.4 s. Lo stadio, lungo 1.34 m, di diametro 0.97 m, ha una massa complessiva di 897 kg, di cui 771 di propellente (coefficiente strutturale 14%). La cassa è in grafite epossidica.

14.3.2 Vega

Questo lanciatore, in fase di sviluppo da parte dell'ESA con partecipazione prevalentemente italiana, è destinato a completare la gamma dei lanciatori europei, allo scopo di estenderla al campo dei satelliti di masse relativamente piccole (a titolo di esempio, sarà in grado di inviare 1500 kg su una LEO polare). Il vettore sarà alto 27 m, con un diametro di 3 m; la massa al decollo sarà di 128000 kg. La configurazione prevista è la seguente:

- 1° stadio. Impiega un motore a propellenti solidi P80, derivato dai *boosters* a propellente solido P230 dell'Ariane 5. Il motore contiene 85000 kg di propellente; il rapporto di espansione dell'ugello è pari a 14.

- 2° stadio. Adotta un motore Zefiro della Fiat Avio, lungo 4 m e di diametro 1.9 m. È caricato con 16000 kg di propellente solido composito; il rapporto di espansione è pari a 30.

- 3° stadio. È equipaggiato con un motore a propellente solido composito P7, di diametro 1.9 m.

- 4° stadio. Questo stadio, di produzione ucraina e denominato AVUM, è destinato ad alcune funzioni propulsive prevalentemente secondarie che non possono essere adempiute dai motori a propellente solido, come controllo d'assetto e correzioni di velocità, ma può anche essere usato per circolarizzare l'orbita se richiesto. Si tratta di un motore a propellenti liquidi alimentato a gas in pressione, con un motore principale che fornisce una spinta di 1.85 kN, e due gruppi di tre motori a gas freddi per il controllo d'assetto, ognuno con spinta di 50 N.

Si prevede l'entrata in servizio del Vega nel 2006.

Capitolo 15

Concetti propulsivi suscettibili di sviluppo futuro

In questo capitolo passiamo brevemente in rassegna alcuni concetti propulsivi, in generale ad alte prestazioni, che per quanto di realizzabilità per lo più alquanto lontana, potrebbero in futuro diventare operativi.

15.1 Propellenti chimici ad alte prestazioni

Questi propellenti, attualmente di difficile immagazzinabilità a causa dello loro alta attività chimica, comprendono sia ossidanti che combustibili. Tra i primi annoveriamo

- ozono O_3, il quale bruciato con idrogeno potrebbe portare a velocità efficaci di uscita nel vuoto intorno ai 4850 m/s, contro i circa 4500 m/s delle attuali combinazioni LH/LOX;

- ossigeno atomico O, che bruciato ancora con idrogeno porterebbe a velocità d'uscita nel vuoto dell'ordine dei 6750 m/s.

Tra i combustibili segnaliamo in particolare:

- idrogeno atomico H, che bruciato con ossigeno (O_2) potrebbe dare una velocità efficace d'uscita nel vuoto di circa 7650 m/s. Tuttavia, risulta più conveniente semplicemente sfruttare la semplice reazione di ricombinazione di due atomi H per dare una molecola di H_2, la quale grazie al bassissimo peso molecolare permetterebbe una velocità efficace di uscita intorno ai 18000 m/s. Purtroppo, attualmente non si riesce ad ottenere idrogeno atomico ad una concentrazione superiore al 5%, a causa della sua tendenza a ricombinarsi;

- idrogeno metallico, che si forma ad altissime pressioni (140 GPa), e potrebbe dare nel vuoto una velocità efficace di uscita di circa 15000 m/s. Pur essendo la densità dell'idrogeno metallico (1150 kg/m^3) ben più alta di quella di LH, si presume i serbatoi del propellente risulteranno necessariamente pesanti.

15.2 Utilizzo di risorse extraterrestri

Per missioni verso altri corpi del sistema solare, è possibile considerare l'uso di propellenti prodotti sul posto per il viaggio di ritorno, nonché come fonte di energia, ossigeno ed acqua durante la permanenza (ETRU – *ExtraTerrestrial Resource Utilization*). Per esempio, le rocce contengono in generale circa il 50% di ossigeno; i primi millimetri superficiali della Luna contengono idrogeno in concentrazione tra 20 e 200 ppm (parti per milione); le atmosfere di alcuni pianeti e satelliti contengono specie combustibili come monossido di carbonio e metano.

15.3 Razzo a frammenti di fissione

Questo concetto usa un reattore a fissione nucleare, in cui il 'fluido' operativo è costituito dagli stessi frammenti di fissione i quali, guidati mediante campi magnetici, potrebbero essere espulsi a velocità $c \simeq 1000000$ m/s.

15.4 Propulsione ad antimateria

Nella propulsione ad antimateria, l'energia viene liberata dall'annichilazione di coppie materia–antimateria (in particolare, protone–antiprotone); tale energia potrebbe essere sfruttata portando un fluido operativo ad altissima temperatura, mediante opportuni sistemi di confinamento. Una simile fonte di energia consentirebbe per esempio viaggi fino alla stella più vicina, il sistema di α Centauri, distante 4.29 anni luce dal sistema solare, con un rapporto di carico utile dello 0.15% [27]. Occorrerebbero perciò importanti quantità di antimateria; purtroppo sinora non si è riusciti a produrne più di un ng (nanogrammo = 10^{-12} kg)! Ed in ogni caso, al momento attuale l'efficienza del processo di produzione dell'antimateria è dell'ordine di un miliardesimo.

15.5 Vela solare

Come abbiamo visto nella Sez. 11.6, la costante solare è $S \simeq 1350$ W/m^2. A questo flusso corrisponde una *pressione della radiazione* [28]

$$p_{rad} = (1 + r)\frac{S}{c}\cos^2\alpha \tag{15.1}$$

dove r è il coefficiente di riflessione della superficie, e $c = 2.997925 \cdot 10^8$ m/s è la velocità della luce; α è l'angolo formato tra la radiazione incidente e la normale alla superficie. Se la superficie è perfettamente riflettente ($r = 1$) ed è esposta normalmente alla radiazione solare ($\alpha = 0$), la pressione esercitata risulta

$$p_{rad} = 2\frac{S}{c} \simeq 9 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Pa} \tag{15.2}$$

quindi estremamente modesta. Consideriamo una vela di massa per unità di area σ_s, e supponiamo che le strutture ed il carico utile rappresentino una frazione trascurabile della massa totale; l'accelerazione impartita dalla pressione della radiazione risulta pertanto

$$a = \frac{p_{rad}}{\sigma_s} \tag{15.3}$$

Con la tecnologia attuale si potrebbe pensare di realizzare una vela di massa per unità di area $\sigma_s = 0.03$ kg/m^2 (comprese le strutture), conseguendo in tal modo un'accelerazione

$$a = \frac{p_{rad}}{\sigma_s} = \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0.03} = 0.0003 \text{ m/s}^2 \tag{15.4}$$

se si assume che la massa del carico utile costituisca una frazione trascurabile della massa dell'intera nave spaziale. Tale accelerazione è evidentemente molto bassa, tuttavia occorre sottolineare che la vela fornirebbe l'accelerazione indicata (che corrisponde ad un incremento di velocità di 26 m/s per giorno) senza alcun consumo di propellente, e senza rischio alcuno, per cui potrebbe risultare interessante per trasferimenti interplanetari verso i pianeti più vicini, specie per missioni 'cargo'. Per missioni verso i pianeti esterni, bisogna considerare che l'intensità della radiazione diminuisce allontanandosi dal Sole (per cui l'accelerazione diminuisce progressivamente). Per un eventuale viaggio di ritorno dai pianeti esterni, o per missioni verso i pianeti interni all'orbita della Terra (Venere e Mercurio) occorre orientare la vela in modo tale che fornisca una componente di spinta in direzione opposta a quella di rivoluzione del pianeta intorno al Sole, in modo da decelerare la nave spaziale, inserendola in tal modo in una traiettoria diretta verso il pianeta obiettivo interno. Ad ogni modo, si spera di poter realizzare in futuro vele più leggere, con σ_s fino a 0.005 kg/m^2.

La vela solare può evidentemente operare solo ben al difuori delle atmosfere planetarie. Comunque, essa non può a rigore essere classificata tra gli endoreattori, poiché non vi è eiezione di materia immagazzinata a bordo.

15.6 Vela a luce laser

È stato anche proposto di utilizzare la vela per viaggi interstellari; in tal caso però, per contenere i tempi di trasferimento, si è pensato di utilizzare un fascio di radiazione luminosa generato da un laser con base nel sistema solare. La luce del laser sarebbe collimata mediante una lente di Fresnel su una vela che sarebbe quindi costantemente accelerata verso la stella obiettivo. Giunti in prossimità di tale stella, una parte della vela viene staccata, e la luce da essa riflessa focalizzata sulla porzione di vela rimasta solidale alla nave spaziale, che viene quindi rallentata fino ad essere catturata dal sistema della stella obiettivo. Sarebbe poi anche possibile effettuare un viaggio di ritorno, staccando un ulteriore 'stadio' della vela la cui radiazione riflessa, focalizzata sulla vela ancora rimasta solidale alla nave spaziale, assicurerebbe l'accelerazione necessaria per il viaggio di ritorno. Infine, giunti in prossimità del sistema solare, sarebbe possibile frenare la nave spaziale focalizzando il raggio laser direttamente sulla vela solidale alla stessa.

Per quanto tutto ciò sia teoricamente possibile, occorre considerare il costo, se non altro energetico, dell'operazione. Per una missione verso la stella ϵ Eridani si parla di lenti collimatrici e vele del diametro di 1000 km (e spessori dell'ordine del micron, per masse dell'ordine di molte centinaia di migliaia di tonnellate), e di laser della potenza ottica di 43000 TW [1], richiesta con continuità per diversi anni. Tale potenza eccede di tre o quattro ordini di grandezza tutta la potenza elettrica generata sulla Terra al momento attuale (che è dell'ordine dei 13 TW).

[1] 1 TW = 10^{12} W

15.7 Vela magnetica (magsail)

Questo concetto prevede l'uso di un anello superconduttore, attraverso il quale passa una corrente, generando in tal modo un campo magnetico. Le particelle cariche del 'vento' solare sono sottoposte che si avvicinano alla 'vela' sono sottoposte ad una forza di Lorenz che, per reazione, genera una spinta. La spinta per unità di area risulta circa tre ordini di grandezza più bassa rispetto alla vela solare, tuttavia occorre considerare che la massa della magsail sarebbe proporzionale alla circonferenza (anziché all'area come nel caso della vela solare), per cui il concetto potrebbe risultare conveniente per 'vele' molto grandi. È necessario uno schermo per proteggere l'anello superconduttore (che deve essere mantenuto a temperature criogeniche) dalla luce solare. Anche questo concetto non può essere classificato come un endoreattore.

15.8 Autoreattore interstellare

Questo concetto prevede l'uso di una enorme presa, del diametro di circa 650 km, per catturare l'idrogeno interstellare che, portato ad altissime temperature (in parte grazie alla compressione, in parte con l'aiuto di un reattore) innesca una reazione di fusione nucleare la quale riscalda ulteriormente il fluido, che viene quindi espulso ad altissima velocità . Anche tale propulsore non può essere classificato come un endoreattore (semmai, dovrebbe essere considerato un esoreattore, in quanto utilizza un fluido operativo esterno).

15.9 Contrazione relativistica del tempo

Un interessante effetto relativistico si produce in ipotetici viaggi interstellari in cui si raggiugono velocità comparabili con quella della luce; se p. es. supponiamo che il viaggio avvenga ad accelerazione costante a, allora per coprire la distanza x il tempo impiegato in un sistema solidale con la nave spaziale (*crew time*, tempo per l'equipaggio) è

$$\tau = \frac{c}{a} \cosh^{-1}\left(\frac{a\,x}{c^2} + 1\right) \tag{15.5}$$

mentre sulla Terra è trascorso il tempo

$$t = \frac{c}{a} \sinh\left(\frac{a\,\tau}{c}\right) \tag{15.6}$$

Per esempio, per il viaggio citato sopra verso α Centauri con $a = 1$ g, il tempo per l'equipaggio è di 7.1 anni, mentre per un osservatore a terra sono trascorsi 11.5 anni.

15.10 Altri concetti propulsivi

Altri concetti che sono stati proposti per la propulsione sono riportati in [5, 29, 30].

Bibliography

[1] Hammond, W.E., *Space Transportation: A Systems Approach to Analysis and Design*, AIAA, Reston, 1999.

[2] Sutton G.P., *Rocket Propulsion Elements*, Wiley, New York, 1992.

[3] Hill P.G. e Peterson C.R., *Mechanics and Thermodynamics of Propulsion*, Addison–Wesley, Reading, 1992.

[4] Zucrow M. J., *Aircraft and Missile Propulsion*, Wiley, New York, 1958.

[5] Humble, R.W., Henry, G.N. e Larson, W.J., *Space Propulsion Analysis and Design*, McGraw–Hill, New York, 1995.

[6] Cornelisse J.W., Schöyer, H.F.R. e Wakker K.F., *Rocket Propulsion and Spaceflight Dynamics*, Pitman, London, 1979.

[7] Dixon–Lewis G., in *Combustion Chemistry*, Gardiner W.C. ed., Springer–Verlag, New York, 1984.

[8] Ern A. e Giovangigli V., *Multicomponent transport algorithms*, Springer–Verlag, Berlin, 1994.

[9] Williams F.A., *Combustion Theory*, Benjamin/Cummings, Menlo Park, 1988.

[10] Zucrow M.J. e Hoffman J.D., *Gas Dynamics*, Vol. II, Cap. 14, Wiley, New York, 1976.

[11] Bray K.N.C., in *Nonequilibrium Flows*, Vol. 1, Part II, Wegener P.P. ed., Dekker, New York, 1970.

[12] Lentini D., *J. Aerospace Engineering* 215:79, 2001.

[13] Vincenti W.G. e Kruger C.H., *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, New York, 1965.

[14] Lentini D., *AIAA J.* 30:2785, 1992; 32:1554, 1994.

[15] Glassman, I., *Combustion*, Academic Press, Orlando, 1987.

[16] Gordon, S., McBride, B.J., NASA SP 273, 1971.

[17] Reynolds, W.C., The element potential method for chemical equilibrium analysis: implementation in the interactive program STANJAN, Dept. Mech. Engineering, Stanford Univ., 1986.

[18] Hottel, H.C. e Sarofim, A., *Radiative Transfer*, McGraw–Hill, New York, 1967.

[19] Modest, M.F., *Radiative heat transfer*, McGraw–Hill, New York, 1993.

[20] Price H.G., *J. Spacecraft and Rockets* 18:338, 1981.

[21] Mensing A.E. e Latham T.S., *Aerospace America*, giugno 1989.

[22] Jahn R.G., *Physics of Electric Propulsion*, McGraw–Hill, New York, 1968.

[23] Larminie J. e Dicks A., *Fuell cell systems explained*, Wiley, New York, 2000.

[24] Duret F. e Frouard J.P., *Conception Generale des Systems Spatiaux – Conception des Fusees Porteuses*, Ecole Nationale Superieure de L'Aeronautique et de l'Espace, Toulouse, 1980.

[25] Nelson D.A., *Aerospace America*, novembre 1993.

[26] Isakowitz, S.J., *International Reference Guide to Space Launch Systems*, 3rd ed., AIAA, Washington, 1999.

[27] Cassenti B.N., AIAA paper 93–2007, 1993.

[28] Ehricke K.A., in *Space Technology*, Seifert H.S. ed., Wiley, New York, 1959.

[29] Forward R.L., *Aerospace America*, luglio 1990.

[30] Millis M.G., *J. Propulsion and Power* 13:577, 1997.